УДК 681.3:519.15

В. Різник
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

ОПТИМАЛЬНИЙ КОД СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В БАГАТОВИМІРНИХ ПОЛЯХ КООРДИНАТ

Розглянуто питання поліпшення поліпшення якісних показників багатовимірних векторних інформаційних технологій і обчислювальних систем стосовно прискорення опрацювання та пересилання векторних даних з автоматичним виправленням помилок і захисту даних від несанкціонованого доступу на основі використання властивостей різноманітності багатовимірних комбінаторних конфігурацій та теорії скінченних циклічних груп. Розглянуто деякі проблеми комп’ютерної інженерії та інформаційних технологій, які стосуються використання математичних методів оптимізації систем керування в просторових координатах на основі дво- й багатовимірних комбінаторних конфігурацій. Особливу увагу звернено на представлення двовимірних комбінаторних конфігурацій у вигляді тороїдальних циклічних груп та їхніх численних ізоморфних перетворень з використанням теоретичного зв’язку цих математичних моделей із загальновідомою теорією циклічних різницевих множин. Наведено приклад оптимальної системи кодування двовимірних векторів за координатними осями двовимірної сітки, яка покриває поверхню тору. Показано можливість проектування високоефективних систем оптимальних монолітних векторних кодів, які забезпечують кодування даних з використанням комбінаторної оптимізації. Приведено визначення кільцевих монолітних векторних кодів, таких як оптимальний числовий кільцевий код, оптимальний двовимірний кільцевий код, а також оптимальний багатовимірний кільцевий код.

Властивості розглянутих моделей є корисними, зважаючи на можливість узагальнення цих методів і результатів для поліпшення й оптимізації ширшого класу технічних пристроїв та інформаційних систем. Описані методи проектування дають змогу формувати оптимальні дво- і багатовимірні системи кодування векторів з меншим числом кодових комбінацій ніж у звичайних системах без зменшення потужності коду та погіршення решти робочих характеристик системи при забезпеченні їх високої корегувальної спроможності.

Ключові слова: система керування, комбінаторна конфігурація, оптимальне циклічне співвідношення, тороїдальна циклічна група, оптимальний монолітний кільцевий векторний код, захист інформації, швидкість пересилання даних.

This paper belongs to the field of computer science for improving the qualitative indices of multidimensional data information technologies and computer systems with respect to transmission speed of vector data with automatic error correction, and data security using a variety of multidimensional combinatorial configuration and finite cyclic group theory. Some problems of computer engineering and information technologies that deal with profitable use of mathematical methods for optimization of coding systems based on two-and multidimensional combinatorial configurations such as optimum cyclic relationships is regarded. Special attention pays to interpretations of multidimensional combinatorial configurations as torus cyclic groups and its numerous isomorphic transformations using theoretical relation of the mathematical models with reference to the well-known cyclic difference sets theory. It is shoved possibility for design of high performance systems of the optimal monolithic vector coding systems, which provide vector data coding in torus frame of

reference using combinatorial optimization. An example of the possibility of optimizing two-dimensional vector code systems based on two-dimensional combinatorial configurations. The proposed techniques provide design of high performance vector data coding and control systems using combinatorial optimization. Definitions of the Ring Monolithic Vector Codes, such as Numerical Optimum Ring Code, Two-dimensional Optimum Ring Code and Multidimensional Optimum Ring Code are given.

Remarkable properties of underlying models favorably to do taking account of generalization of these methods and results to the improvement and optimization of a larger class of information engineering and computer systems. These design techniques makes it possible to configure optimal two- and multidimensional vector coding systems using fewer code combinations in the system, while maintaining or improving on code size and the other significant operating characteristics using high speed corrected coding possibility of the system.

Key words: control system, combinatorial configuration, optimum cyclic relationship, torus cyclic group, optimal monolithic ring vector code, security, transmission speed.

Вступ

Найновіші досягнення в області сучасної теорії систем засвідчує наявність прямого зв'язку кібернетики з опрацюванням сукупності філософських, методологічних, конкретно наукових та прикладних проблем [1], що дало їй змогу набути статусу теоретичного фундаменту системотехніки в кібернетиці [2]. Особливо актуальним є вивчення фізичних законів природи, на що у своїх трактатах звертали увагу ще давні філософи. У дослідженнях використано сучасні математичні методи оптимізації систем, які існують в структурному аналізі, теорії комбінаторних конфігурацій, аналізі скінченних груп та полів, алгебричній теорії чисел та кодування.

Постановка проблеми

Наукова проблема полягає у подоланні структурної та інформаційної надмірності систем. керування. У загальному випадку під інформаційною надмірністю системи розуміють надмірність у кількості інформації, яку переробляють. Зменшують природну інформаційну надмірність здебільшого для того, щоб спростити систему, а штучну – з метою поліпшення основної характеристики системи (завадостійкості або точності, надійності тощо) [3].

Формулювання мети

Метою дослідження є поліпшення технічних показників фізичної системи за надійністю, точністю, роздільною здатністю та функціональними можливостями розподілом мінімізованого числа структурних елементів та взаємозв'язків системи в полі з фіксованими просторово-часовими координатами. Завдання полягає в знаходженні методу розміщення в цьому полі меншої, ніж в традиційних системах, кількості структурних елементів для того, щоб на множині лінійних комбінацій координат цих елементів досягти повного покриття вузлових точок координатної сітки робочого поля системи керування. На найнижчому (числовому) рівні досліджують векторні оптимальні просторові співвідношення частин і цілого у вигляді відповідно вибраних векторних циклічних пропорцій, за яких досягається мінімально необхідне для керування системою в межах заданого просторового поля координат число базових кодових комбінацій. Під базовими розуміють комбінації векторних вагових розрядів циклічного коду, на множині яких формуються лінійні комбінації векторного коду, множиною якого покриваються усі без винятку вузлові точки координат робочого поля в багатовимірній циклічній системі відліку.

Модель двовимірної оптимальної циклічної системи координат

На рис. 1 наведено модель формування двовимірної циклічної системи координат (2×3) на поверхні тора чотирма базовими комбінаціями ((0,2),(1,1),(1,1),(1,0)).

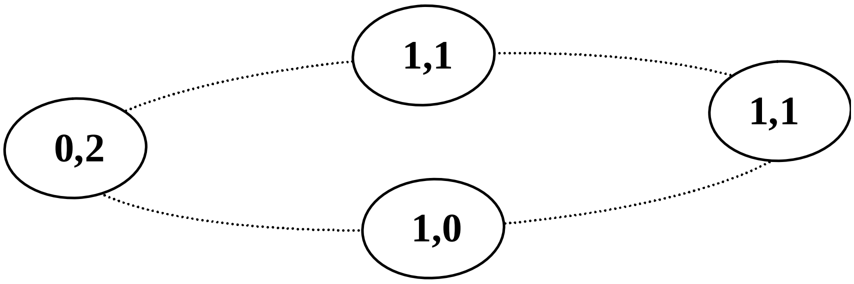

Рис. 1. Модель формування двовимірної циклічної системи координат 2×3 на поверхні тора чотирма базовими комбінаціями ((0,2),(1,1),(1,1),(1,0))

Модель містить чотири (n=4) базові двовимірні вектори, з яких утворюються додаткові вектори, кожен з яких взаємно однозначно відповідає лінійній сумі двох або трьох послідовно впорядкованих за кільцевою схемою векторів, причому усі кільцеві суми беруться з урахуванням модулів 2 і 3 за обраними складовими відповідних векторів:

$$\left.\begin{array}{l} (0,2)+(1,1)+(1,1)\equiv(0,1) \\ (1,1)+(1,1)+(1,0)\equiv(1,2) \\ (1,1)+(1,0)+(0,2)\equiv(0,0) \\ (1,0)+(0,2)+(1,1)\equiv(0,0) \\ (0,2)+(1,1)\equiv(1,0) \\ (1,1)+(1,1)\equiv(0,2) \\ (1,1)+(1,0)\equiv(0,1) \\ (1,0)+(0,2)\equiv(1,2) \\ (0,2)+(1,1)\equiv(1,0) \end{array}\right\}(\mathrm{mod}\,2,3) \qquad (1)$$

Оскільки вектори ((0,2),(1,1),(1,1),(1,0)) самі по собі є також вектор-сумами, множина усіх можливих утворених кільцевих вектор-сум обчислюється за формулою:

$$m_1 m_2 = n(n-1), \qquad (2)$$

де n – число базових двовимірних векторів, які визначають розміри координатної решітки $m_1 \times m_2$, причому, як випливає з результату обчислень (1), тут значення кожної кільцевої векторної суми зустрічається рівно двічі. Отже, нам достатньо мати чотири (n=4) базові вектори для того, щоб покрити поверхню тора решіткою координат $m_1 \times m_2 = 2 \times 3$ рівно двічі (R=2):

$$m_1 m_2 = n(n-1)(1/R). \qquad (3)$$

Легко побачити, що множина усіх кільцевих сум, утворених на кільцевій послідовності векторів ((0,2),(1,1),(1,1),(1,0)), дає можливість створити оптимізовану систему координат завдяки вдалому розподілу числових значень цих векторів у межах розмірів решітки, які задано числом усіх впорядкованих кодових комбінацій з n елементів по два.

У загальнішому випадку маємо справу з багатовимірною (t≥3) системою відліку координат:

$$\prod_{i=1}^{t} m_i = \frac{n(n-1)}{R}\ ; \qquad (4)$$

$$(m_1, \ldots m_t) = 1,$$

де n – число базових t-вимірних векторів, кільцеві суми яких покривають вузлові точки циклічної системи координат на координатній решітці тора з просторовими розмірами $m_1 \times \ldots \times m_t$: рівно R разів.

Описана модель ілюструє загальний підхід до проектування вдосконалених систем керування на основі використання “оптимальних” циклічних співвідношень зменшенням до мінімально можливого рівня загального числа базових елементів системи у збережених межах поля координат. З наведеного прикладу випливає доцільність розбудови кібернетичних систем на основі використання принципу оптимальних циклічних пропорцій. При цьому збільшується просторова роздільна здатність керівного пристрою в системі з розподіленими параметрами завдяки зменшенню інформаційної надмірності шляхом відповідного розміщення у цьому полі меншого числа структурних елементів та можливості використання лінійних комбінацій цих елементів (базових координат) для покриття всього плаского просторового поля в циклічній системі відліку координат (решітки одновимірного тору).

Оптимальні числові циклічні співвідношення

Оптимальні числові циклічні співвідношення – це послідовність цілих додатних чисел, яка розглядається як співвідношення частин цілого, впорядкованих за кільцевою схемою у вигляді секторів круга. У найпростішому випадку така конфігурація утворюється на n- послідовності чисел (k_1, $k_2, \ldots, k_i, \ldots, k_n$), де число k_n знаходиться поруч k_1, утворюючи замкнену схему, причому усі ці числа, включно з усіма сумами з двох, трьох і т.д. поруч розміщених чисел перелічують натуральний ряд від 1 до (S–1) рівно R разів, де S – сума усіх чисел послідовності. Параметри комбінаторної конфігурації взаємопов'язані залежністю [4]:

$$S = \frac{n^2 - n}{R} + 1. \quad (5)$$

Наприклад, параметрами оптимального циклічного співвідношення четвертого (n=4) порядку (1,2,3,1) є S=7, R=2. Легко перевірити, що множина утворених на циклічній послідовності чисел (k_1=1, k_2=2, k_3=6, k_4=4), включно з усіма лінійними комбінаціями послідовно доданих цих чисел, покриває теоретично досяжну кількість (S=13) точок, які розміщені рівномірно вздовж однієї координати в циклічній системі відліку, що набуває вигляду одновимірного робочого поля, рівно один (R=1) раз. Синтезувати такі циклічні співвідношення можна за допомогою математичного апарату теорії скінченних полів [5].

Відображення оптимальних циклічних співвідношень в структурі поля Ґалуа

Для дослідження взаємозв'язку оптимальних циклічних співвідношень з теорією скінченних груп зручно застосувати графічні методи відображення згаданих комбінаторних конфігурацій у циклічній структурі розширеного поля Ґалуа [5].

Розглянемо відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого (n=4) порядку (1, 2, 6, 4). У цьому випадку первісний елемент x поля $GF(3^2)$ задовольняє рівняння $f(x) = x^3 - x - 1$, де $f(x)$ – незвідний поліном над полем $GF(3^2)$, $p = 3$, $s = 2$. Елементи цього поля наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Елементи поля $GF(3^2)$, утворені за незвідним поліномом $f(x) = x^3 - x - 1$

$x^1 = x$	$x^8 = 2x^2 + 2$
$x^2 = x^2$	$x^9 = x + 2$
$x^3 = x + 1$	$x^{10} = x^2 + 2x$
$x^4 = x^2 + x$	$x^{11} = 2x^2 + x + 1$
$x^5 = x^2 + x + 1$	$x^{12} = x^2 + 2$
$x^6 = x^2 + 2x + 1$	$x^{13} = 1$
$x^7 = 2x^2 + 2x + 1$	

На симетричному нуль-графі (рис. 2) вершинам x^1, x^3, x^9, x^{13} відповідають однакові нульові коефіцієнти при степенях x^2, а вписаний в цей граф асиметричний чотирикутник відображає оптимальне циклічне співвідношення четвертого (n = 4) порядку в полі $GF(3^2)$.

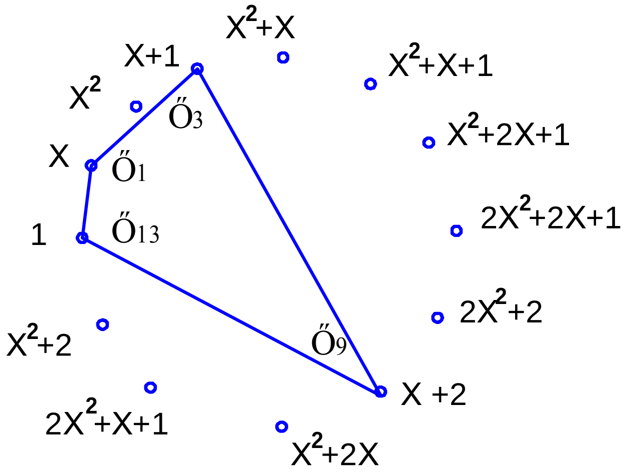

Рис. 2. Графічне відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого (n = 4) порядку, утворене поліномом $f(x)= x^3- x- 1$

На рис. 2 можна бачити відображення згаданого співвідношення у вигляді асиметричного чотирикутника (n=4), сусідні вершини якого розміщені в симетричному полі кільцевого нуль-графу з S=13 вершинами згідно з циклічним співвідношенням 1:2:6:4.

Модель систем керування на багатовимірних оптимальних циклічних співвідношеннях

Розглянемо кільцеву послідовність (K_1, K_2, …, K_i,…, K_n), де K_i= (k_{i1}, k_{i2}, …, k_{it}), схематичну модель якої наведено на рис. 3.

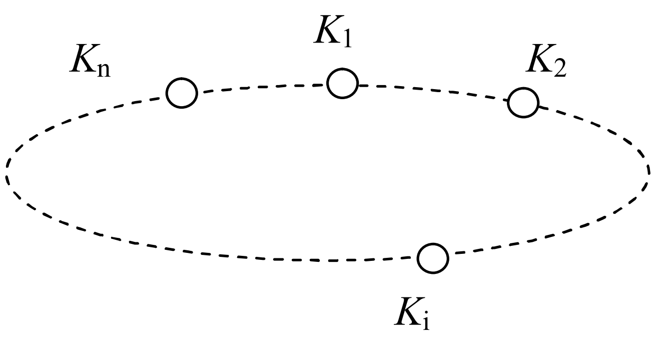

Рис.3. Схематична модель системи керування на t –вимірному оптимальному циклічному співвідношенні

Множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих за комплексним модулем (m_1, m_2,..., m_t), формують поверхню багатовимірної тороїдальної сфери на t- вимірній тороїдальній решітці $m_1 \times m_2 \times…\times m_t = N$, де множина усіх утворених кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів m_1, m_2 , …, m_t , взаємно однозначно відповідає множині t-вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, трапляючись рівно R разів.

Здійснюючи таке узагальнення, приходимо до моделі оптимізованої t- вимірної системи керування, параметри якої взаємопов’язані математичними залежностями (4).

У табл. 2 наведено основні властивості дво- і тривимірних оптимізованих моделей систем керування з числом базових векторів n від 3 до 7.

Таблиця 2

2D- і 3D-оптимізовані моделі систем керування для n = 3,…,7

Порядок (n)	Кількість варіантів		Розміри 2-вимірних решіток	Розміри 3-вимірних решіток
	2D	3D		
3	4	–	2×3	–
4	24	–	3×4	–
5	272	–	4×5, 3×7	–
6	256	128	5×6, 3×10	2×3×5
7	360	180	6×7, 3×14	2×3×6

Із наведеної таблиці випливає, що зі збільшенням порядку n від 4 до 5 потужність множини варіантів двовимірних моделей систем керування збільшилася від 24 до 272 з тенденцією до подальшого зростання потужності множини варіантів побудови дво- і тривимірних оптимізованих моделей для $n \geq 6$.

Оптимальні моделі систем керування як циклічні групи

Представимо оптимальну модель двовимірної (t=2) системи керування у вигляді кільцевої n – послідовності (рис.3), елементами якої є 2-кортежі ((k_{11}, k_{12}), (k_{21}, k_{22}), ... , (k_{i1}, k_{i2}),..., (k_{n1}, k_{n2})), де $k_{i1} \equiv k_i \pmod{m_1}$, $k_{i2} \equiv k_i \pmod{m_2}$; $m_1=n-1$, $m_2=n$, $i=1, ..., n$; $\sum_{i=1}^{n} k_i = S$. Множину 2-кортежів будемо розглядати як впорядкований за кільцевою схемою (рис.1) набір координат n вузлових точок, проекції яких обмежено рамками координатної сітки $n\times(n-1)$ в циклічній системі відліку, а їхні значення разом із значеннями усіх їх можливих лінійних комбінацій перелічують множину координат усіх вузлів цієї координатної сітки. Лінійні комбінації утворюються додаванням відповідних координат по (mod n) і (mod (n-1)) послідовно впорядкованих числових значень координат n вузлових точок у двовимірній циклічній системі відліку. Завдання зводиться до того, щоб за допомогою n вузлових точок та їхніх комбінацій покрити R способами множину $n(n-1)$ точок координатної сітки $n\times(n-1)$, яка охоплює поверхню тора з відліком координат за відповідними напрямками її обходу.

Параметри n, m_i (i=1,..,t), S , R t- вимірної моделі взаємопов'язані такими залежностями:

$$n(n-1) \leq S < n(n-1)(n-1). \tag{6}$$

Розглянемо взаємно ізоморфні перетворення різних варіантів двовимірної (t=2) оптимальної моделі системи керування з параметрами $n=3$, $m_1=2$, $m_2=3$, $6 \leq S < 12$, $R=1$. Повна сім'я цього кластеру моделей складається із чотирьох варіантів третього (n=3) порядку a, b, c, d : ((1,1), (0,2), (0,1)); ((0,2), (0,1), (1,2)); ((1,1), (1,0), (1,2)); ((0,2), (1,0), (0,1)), а їхні групові властивості наведено в табл. 3.

Коефіцієнтами мультиплікативного перетворення двовимірних (t=2) варіантів є цілочислові 2-кортежі. Множення здійснюють у віртуальному числовому полі циклічної системи координат з урахуванням модулів (mod m_1) і (mod m_2). У полі циклічної системи координат з розмірами 2×3, де m_1=2, m_2=3, процедуру послідовного множення елементів варіанта a на коефіцієнт перетворення (1,2) здійснюють так: (1,1)·(1,2)=(1·1≡1(mod 2)=1), (1·2≡2(mod 3)=2) ⇒ (1,2); (0,2)·(1,2)= =(0·1≡0(mod 2)=0), (2·2≡4(mod 3)=1) ⇒ (0,1); (0,1)·(1,2)=(0·1≡1(mod 2)=0), (1·2≡2(mod 3)=2) ⇒ (0,2). Отримана циклічна послідовність ((1,2),(0,1),(0,2)) є варіантом послідовності b. Легко побачити, що той самий коефіцієнт здійснює зворотне перетворення. Натомість, такому перетворенню не підлягають варіанти *c* і *d*. Для цих варіантів множення на вектор (1,2) переводить їх у самі себе з реверсним впорядкуванням й дзеркальним розміщенням векторів (табл. 1). З аналізу табл. 1 випливає, що кластери з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6 ≤ S < 12, t=2 містить два ізоморфні (*a,b*) і два автоморфні (*c,d*) варіанти двовимірних комбінаторних конфігурацій, кожен з яких дає змогу трьома (n =3) лінійними комбінаціями векторів покрити усі вузлові точки двовимірної розгортки поверхні тору $(n\text{-}1) \times n = 2{\times}3$.

Таблиця 3

Групові властивості оптимальних моделей систем керування
з параметрами *n*=3, *m*₁=2, *m*₂=3, 6 £ *S* <12, *R*=1, *t*=2

Варіанти моделей	Векторні елементи моделей			Множник (k_1, k_2)	Результат множення моделі на (k_1, k_2)			Варіанти моделей
a	(1,1)	(0,2)	(0,1)	(1,2)	(1,2)	(0,1)	(0,2)	*b*
b	(0,2)	(0,1)	(1,2)		(0,1)	(0,2)	(1,1)	*a*
c	(1,1)	(1,0)	(1,2)		(1,2)	(1,0)	(1,1)	*c*
d	(0,2)	(1,0)	(0,1)		(0,1)	(1,0)	(0,2)	*d*

Синтез і дослідження вищезгаданих моделей показали, що переважна їх більшість не мають прямих аналогів серед класичних комбінаторних конфігурацій, а становлять окрему групу комбінаторних об'єктів, що потребують додаткового дослідження.

Метод кодування векторних даних в *t*–вимірному просторі

В основу запропонованого методу покладено принцип комбінаторної оптимізації вагової системи n-позиційного коду, в якому позиціям присвоєно значення відповідних ваг t- вимірного вектора у вигляді впорядкованих t-наборів цілих чисел. Ваги обрано так, щоб забезпечити можливість покриття множиною лінійних комбінацій, утворених комбінаційним додаванням будь-якого числа послідовно впорядкованих базових t-наборів, множини вузлів просторової решітки t-вимірного тора в t-вимірній циклічній системі координат. Додають базові t-набори, враховуючи відповідні модулі m_1, m_2, ...m_t, числові значення яких випливають зі співвідношення:

$$\prod_{1}^{t} m_i = n(n-1)\,. \tag{7}$$

Векторні модульні суми утворюються на множині послідовно впорядкованих базових комбінацій запропонованого коду, де будь-яка сума може складатися з будь-якого числа послідовно впорядкованих за кільцевою схемою базових комбінацій.

Приклад оптимальної системи кодування множини векторів від (0,0,0) до (1,2,4) на тривимірній решітці тора з розмірами 2×3×5, утвореній із 30 (N=30) лінійних комбінацій на шести (n=6) впорядкованих за кільцевою схемою комбінаціях базових 3D векторів: ((1,1,1), (0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3)):

1) (0,0,0) ≡ (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) +(1,0,3),
2) (0,0,1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1),
3) (0,0,2) ≡ (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3), і т.д.

… ……………………………………………………………
…………………………………………………………….

30) (1,2,4) ≡ (0,1,4) + (0,2,4) + (1,1,1) + (1,1,2) + (1,0,3).

Формування кожної кодової комбінації здійснюється на впорядкованій за кільцевою схемою множині базових кодових комбінацій шляхом обрання відповідної пари цих комбінацій з послідовним додаванням комбінацій, що розміщені в проміжку між обраними базовими комбінаціями.

Легко перевірити, що в наведеному прикладі множина усіх $n(n-1)=30$ векторних 3D сум, обчислених з урахуванням модулів $m_1=2$, $m_2=3$, $m_3=5$, взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок тривимірної решітки тора з розмірами $2\times3\times5$. На відміну від традиційних позиційних кодів з числовими вагами розрядів, у пропонованому коді n позиціям присвоєно значення t-вимірних векторів, причому розміри просторової t- вимірної решітки визначаються параметрами обраної оптимізованої моделі. При застосуванні такого коду по одному каналу зв'язку може пересилатися одночасно t даних з відповідним зростанням кількості перетвореної інформації по цьому каналу за фіксований відтинок часу, що відкриває перспективи високопродуктивних засобів опрацювання інформації, векторних обчислювальних систем та створення оптимізованих систем керування на засадах використання комбінаторних властивостей тороїдальних циклічних груп.

Надмірність коду зведено до теоретичного мінімуму, оскільки множина усіх дозволених кодових комбінацій взаємно однозначно відповідає множині усіх координат просторової t- вимірної решітки тора. Ця особливість двійкового коду дає змогу вдосконалити керування системами, стан яких визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат, завдяки скороченню в $(n-1)$ разів числа керованих кодом комбінацій, розробити правила нетрадиційної векторної комп'ютерної арифметики на двійковому коді для створення нового класу спеціалізованих векторних процесорів, де n – число векторних вагових розрядів оптимального t-вимірного коду. Серед інших переваг згаданого коду слід зазначити високий рівень його завадостійкості, що зумовлено формуванням дозволених комбінацій за правилом монолітного гуртування однойменних двійкових символів. За такої умови більша частина хибних кодових комбінацій виявляється й виправляється автоматично в реальному масштабі часу. Це дає змогу підвищити надійність систем керування під час пересилання векторних даних каналами зв'язку, а також забезпечити їх надійний захист від несанкціонованого доступу.

Класифікація оптимальних векторних кодів

Наведемо ряд означень, пов'язаних із класифікацією оптимальних векторних кодів, побудованих на ідеї оптимальних просторових співвідношень.

Кільцевий монолітний код (КМК): множина кодових послідовностей, всі дозволені комбінації яких утворені з поруч розміщених за кільцевою схемою однойменних символів.

Числовий оптимальний кільцевий код: двійковий n–розрядний КМК, ваги розрядів якого утворюють множину двійкових комбінацій в інтервалі $[1,S]$, де всі кільцеві суми ваг цієї n-послідовності, обчислених за модулем $S=n(n-1)/R$, перелічують множину цілих додатних чисел в інтервалі $[1,S]$ рівно R разів.

Двовимірний оптимальний кільцевий код: двійковий n-розрядний КМК з двовимірними (t=2) ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих двовимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів m_1 та m_2, перелічує вузлові точки двовимірної сітки координат у циклічній системі відліку координат $m_1 \times m_2$ поверхні тору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 = n(n-1)/R$.

Багатовимірний оптимальний кільцевий код: двійковий n-розрядний КМК з t- вимірними ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих t- вимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів m_1, m_2 ,…, m_t, перелічує вузлові точки координатної сітки в циклічній системі відліку координат $m_1 \times \ldots \times m_t$ t- вимірного просторового поля гіпертору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_t = n(n-1)/R$.

Висновок

Запропонований підхід до комбінаторної оптимізації багатовимірних (векторних) систем перетворення інформації може знайти застосування в системах керування, стан яких визначається багаторівневими функціями t змінних, які залежать від просторових координат, зокрема в системах керування з розподіленими параметрами. У ролі таких функцій можуть поставати багатовимірні векторні поля, де інформаційний та енергетичний контакти між ланками кібернетичної системи відбуваються на контактних полях заданої розмірності. Метод дає змогу вдосконалити керування системою на множині $n(n$-1) її фіксованих станів у багатовимірному фазовому просторі, завдяки зменшенню числа її керованих кодом комбінацій в n-1 разів, де n – число структурних елементів системи. Застосування методу у фізичних системах потокового виробництва дозволяє підвищити гнучкість керування інформаційними й матеріальними потоками, завдяки розширенню комбінаційних та функціональних можливостей використання векторного просторово-часового поля під час опрацювання виробничих програм. Проблема подолання надмірності кібернетичних систем з одночасною гармонізацією взаємозв'язку людини і зовнішнього світу на основі концепції «оптимальних» просторових співвідношень частин і цілого стосується не лише фізичних систем, але й філософського трактування таких понять, як інформація, простір, час, які поглиблюють пізнавальну роль людини, пов'язану з інформаційними процесами реального світу.

1. Кухтенко О. І. Загальна теорія систем / О. І. Кухтенко // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 402–406. 2. Скурихін В. І. Системотехніка / В. І. Скурихін // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 429–431. 3. Железнов М. А. Надмірність системи / М. А. Железнов // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 133–135. 4. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем / В. В. Різник. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с. Холл М. Комбинаторика / М. Холл: пер. з англ. – М.: Мир, 1970. – 470 с.

UDC 681.5: 519.7

V. Kotsovsky
Uzhgorod National University

LEARNING OF COMPLEX NEURONS

The paper deals with the problems of realization of Boolean functions on neural-like units with complex weight coefficients. The relation between classes of realizable function is considered for half-plane-like activation function. We also introduce the concept of sets separability, corresponding to our notion of neuron. The iterative online learning algorithm is proposed and sufficient conditions of its convergence are given.

Key words: complex neuron, neural network, threshold unit, threshold function, learning.

Introduction

Artificial neural networks based on neural-like units have numerous applications in different areas, such as artificial intelligence, objects classification, pattern recognition, data compression, forecasting, approximation or extrapolation of functions of many variables and many others [1]. Different networks architectures and neuron kinds are described in [1, 2]. One of most important task in the theory of feed-forward neural networks with discrete activation functions is the one concerning the realization of a Boolean function on a single neuron. Its importance follows from the fact that for networks on the base of neurons with threshold-like activation function outputs of each network levels have two possible values (binary, bipolar, etc.). Minsky and Papert [3] proved that classical threshold units have enough weak capacity for recognition. Numerous improved models of neuron are proposed for overcome the mentioned limitations (see [1] for details).

In paper we deal with the one type of such extensions, namely complex neurons, which are introduced in [4]. There exists many way of complexification, e.g. [5].