

## ПРИНЦИПИ І ЗАСОБИ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДІВ СТАТИСТИЧНОГО ОПРАЦЮВАННЯ РЕАЛІЗАЦІЙ ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

© Драган Я., Дозорський В., Дедів І., Дедів Л., 2015

**Розглянуто питання обґрунтування методів статистичного опрацювання реалізацій сигналів у разі подання їх як періодично корельованого випадкового процесу. Розроблено метод статистичного опрацювання електрокардіосигналу для виявлення проявів ішемічної хвороби серця.**

**Ключові слова:** періодично корельований випадковий процес, ішемічна хвороба серця, метод статистичного опрацювання.

**The work is devoted to the grounding of methods of statistical processing of signal implementations in presenting them as periodically correlated random process. The method of electrocardiosignal statistical processing for detection of ischemic heart disease is developed.**

**Key words:** periodically correlated random process, ischemic heart disease, a method of statistical processing.

### Вступні завваги

Коректні засоби статистичного опрацювання реалізацій періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) як математичних моделей ритмічних процесів ґрунтуються на використанні статистики стаціонарних випадкових процесів, які за умови справдження критерію Слуцького ( $\lim R(u)=0$ , тобто швидкого спадання коваріації) трактують як ергодичні й на підставі цього обґрунтовують законність обчислення оцінок їхніх імовірнісних характеристик, замінюючи усереднення за розподілом (чи, інакше, за ансамблем, як звикли говорити фізики) на усереднення в часі. Для обґрунтування такої процедури, своєю чергою, спираються на поняття кондиційності статистичного матеріалу [1, 2], тобто даних, що є результатами міряння значень ознак ПКВП, та на ідеологію МАПР-тріади (модель–алгоритм–програмна реалізація) [3]. Оскільки базовим членом тріади є математична модель, то для розуміння й тлумачення названої процедури треба залучати всі доступні з літератури відомості про структуру ПКВП як математичного об'єкта: від першої появи цієї ідеї до поглибленого дослідження та систематизації й наукового узагальнення [1–6], тобто створення науки як системи знань, здатної до саморозвитку, за словами відомого вітчизняного природодослідника М. Холодного. Ця система має за мету забезпечити прозорість всієї галузі досліджень ритміки природних явищ, зокрема коректування термінології в дусі математичного називництва.

Почнімо тому з концепції зведення до стаціонарності, поскільки ПКВП за означенням є нестаціонарними, а теорія її показує, що пов'язані та ще й у кількох відношеннях (аспектах) зі стаціонарними процесами.

Зокрема, у статті [2, 3] аргументовано, на підставі розкладу пов'язання сигналів та лінійних перетворювачів з однаковим типом зміни у часі їхніх характеристик подання ПКВП як суми добутків періодичної функції на стаціонарний процес, який потрактовано як перетвір інваріантною компонентою періодичного оператора білого шуму, що вносить у процес випадковість [4]. З погляду теорії радіокомунікації, тобто передавання відомостей за допомогою гармонічних коливань, такий добуток трактують як модуляцію цих гармонік згаданими стаціонарними інформаційними випадковими процесами, які природно назвати, згідно зі сказаним, стаціонарними компонентами ПКВП (згідно з традицією, що кожна компонента породжує

стаціонарний процес, а всі такі компоненти творять векторний стаціонарний процес, а за словниками – складова вектора, що є проекцією його на координатну вісь у просторі – в цьому разі періодичних функцій – має назву саме компонента як іменника жіночого роду). Оскільки у просторі періодичних функцій базис творять гармоніки кратних до  $\frac{2p}{T}$  частот, то в разі максимального рангу періоду  $T$  векторного процесу стаціонарних компонент отримаємо подання ПКВП через модуляційні компоненти у вигляді  $x(t) = \sum_{k \in Z} e^{ik \frac{2p}{T} t} x_k(t)$ ,  $t \in R$ , де  $Z$  – множина цілих чисел, а  $R$  – дійсна числова вісь (див. [4]).

Викладені тут міркування не є формальним доведенням останньої формули, і в літературі такого не виявлено. Апеляція ж до адамарового добутку просторів містить пояснення логічності терміна «стаціонарні компоненти», бо тоді можна сформулювати тезу: адамарів добуток просторів  $H_1$  та  $H_2$  – це такий новий простір, що його базисом є адамарів добуток базисів співмножників  $H_1$  та  $H_2$ , яка розкриває математичний сенс цієї формули і підтверджує природність термінології. Додаймо, що таке подання називають ще поданням через модуляційні стаціонарні компоненти, бо кожен доданок його – гармоніка, промодульована стаціонарним процесом.

Специфічне подання ПКВП, що бере початок з імпульсної техніки комутації, обґрунтував К. Джордан, спираючись на теорему Мерсера з матфізики, через так званий трансляційний базис функцій із  $L^2(0, T)$ , помножених в сенсі Адамара на  $n$ -вимірну стаціонарну послідовність зі своїми для кожного часового інтервалу  $D_k = [kT, (k+1)T]$  компонентами. Цим розкрито ще один аспект структури ПКВП, але статистичні методи дослідження ритмічних процесів, основані на такому трансляційному поданні ПКВП, практично не розроблені. А такі подання слугують засобом виправдання використання і в цьому разі традиційного аналізу, добре розвиненого на підставі подання через модуляційні стаціонарні компоненти у вигляді нескінченновимірного векторного стаціонарного.

Практично використовують ще методику, що ґрунтується на розкладі у ряд Фур'є параметричної коваріації  $b(t, u) = r(t+u, t)$ , як періодичної щодо параметра  $t$ , тобто  $b(t, u) = \sum B_k(u) e^{ik \frac{2p}{T} t}$ , де  $B_k(u)$  –  $k$ -й кореляційний компонент (від лат. *componens* – складник, складова частина), але тут іменник чоловічого роду із поняттям (а отже, і терміном) не має нічого спільного, хіба що граматичний корінь (*compono* – складаю). Таке подання ПКВП – підстава компонентного та фільтрового [4] аналізу.

А найприроднішим (тому й не до кінця усвідомленим) є так званий синфазний метод (грец. *сов* разом, *фазіс* поява), який спирається на виявлений ще 1977 р. (див. [1]) факт: синфазні значення ПКВП на ґратках  $\{t_0 + kT, k \in Z\}$  для всіх  $t_0 \in [0, T]$  творять стаціонарні й стаціонарно пов'язані випадкові послідовності, які в разі  $\mathbf{h}^T$ -ергодичності ПКВП ергодичні й ергодично пов'язані, а усереднення в кожній із таких ґраток виявляє фазову структуру корельованості.

Але тут заввага: послідовності  $x(t_0) = x(t_0 + kT)$ ,  $k \in Z$  ніяк не можна просто трактувати як стаціонарні компоненти ПКВП в означеному вище сенсі. Їх називають ще укладеними у ПКВП стаціонарними послідовностями, не наводячи строгого означення терміна.

Отже, ситуація загалом така, що всякий раз доконче необхідно докладно до подробиць аргументувати кожен крок статистичного аналізу реєстрограм ритмічних процесів. Засоби понятійного й формального апарату ЕТСС (енергетичної теорії стохастичних сигналів), яка є логічним завершенням кореляційної та природно охоплює як теорію ПКВП, так і теорію стаціонарних випадкових процесів як вироджений випадок її, як це засвідчують здобутки її та системний аналіз їх [7], надає достатню підставу цього.

## Метод статистичного опрацювання електрокардіосигналу для завдання виявлення проявів ішемічної хвороби серця

Ситуація із необхідністю детальної аргументації кожного кроку статистичного аналізу виникла під час розроблення методу опрацювання електрокардіосигналу (ЕКС) для завдання виявлення проявів у його структурі ішемічної хвороби серця (ІХС) людини.

У використовуваних діагностичних системах опрацювання ЕКС проводиться на сегменті ST [10] (за зміною амплітуди сигналу саме на цьому сегменті лікарі визначають наявність або відсутність ІХС). Інформація, що зосереджена на інших сегментах ЕКС (PQ, QR, RS), фактично ігнорується. Для опрацювання застосовують методи аналізу морфологічних параметрів часових реалізацій ЕКС та методи спектрально-кореляційного аналізу. Рішення про наявність або відсутність епізоду ішемії приймають за результатами спостереження сегмента ST сигналу, усередненого на короткому інтервалі часу. Однак епізод ішемії розвивається протягом кількох секунд [10]. Тому значна частина інформації не тільки про наявність епізоду ішемії, а і про його перебіг (за умови наявності) в процесі опрацювання практично втрачається. Тому важливим є завдання розроблення нових ефективних методів опрацювання ЕКС для завдань виявлення проявів ІХС, що давали б можливість оцінювання змін як сегмента ST, так і інших сегментів.

### Результати проведених досліджень

На основі наведених в праці [11] властивостей ЕКС та співвідношень, що визначають адекватність задачі виявлення патологічних станів його (ЕКС) математичної моделі у вигляді ПКВП, можна для опрацювання реєстрограм ЕКС застосувати синфазний метод, в основу якого покладено припущення, що відліки значень ЕКС, взяті через період корельованості за різного вибору початку відліку (початкової фази)  $t_0 \in [0, T]$  утворюють стаціонарну ергодичну векторну випадкову послідовність  $\{x(t_0), t_0 \in [0, T]\}$ , де позначено  $x(t_0) \equiv \{x(t_0 + kT), k \in Z\}$ . Отримані стаціонарні «вкладені» (фазні) послідовності є компонентами лише у фазі ПКВ послідовності: вона розпадається на  $N$  стаціонарних, які емпірично виділяє  $N$ -позиційний комутатор. Після формування стаціонарних послідовностей їх опрацьовують із використанням методів спектрально-кореляційного аналізу теорії стаціонарних випадкових процесів.

Описаний вище спосіб формування стаціонарних послідовностей реалізовано в середовищі Matlab. Під час формування таких послідовностей значення величини періоду корельованості обчислювали із застосуванням методу, описаного в праці [12]. На основі розробленого програмного забезпечення здійснено опрацювання вибірки з реєстрограми ЕКС пацієнта, що перебуває в стані медичної норми (рис. 1).

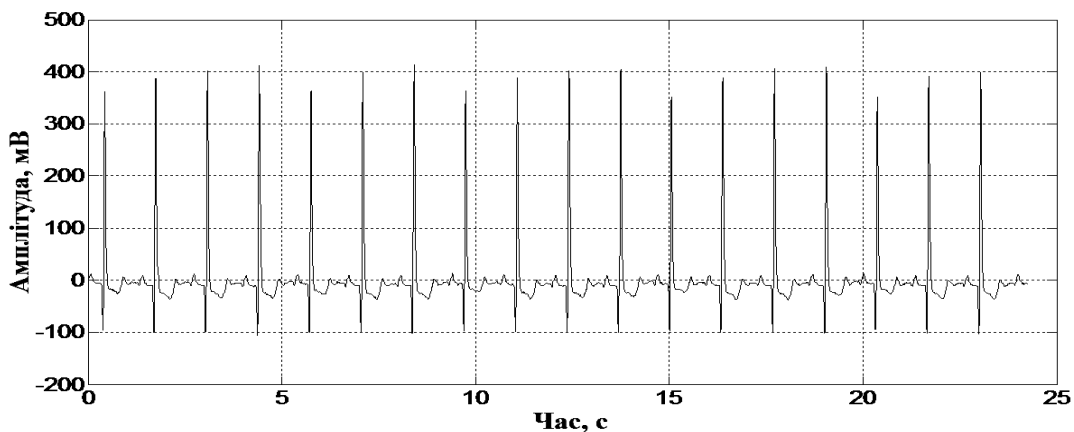


Рис. 1. Вибірка з реєстрограми ЕКС пацієнта,  
що перебуває у стані норми

Отримані реалізації стаціонарних послідовностей у вигляді тримірної графіки наведено на рис. 2.

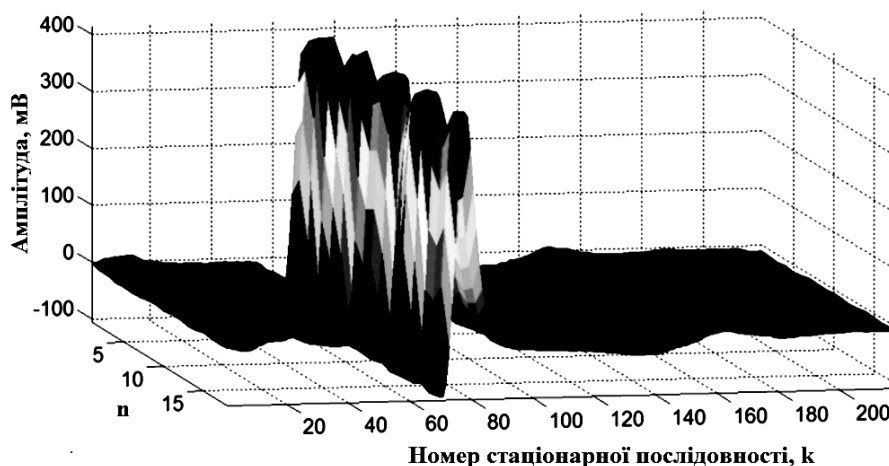


Рис. 2. Реалізації стаціонарних послідовностей, обчислені для сигналу, що зображений на рис. 1

Для кожної отриманої стаціонарної послідовності почислено оцінки математичного сподівання, графічне зображення яких наведено на рис. 3.

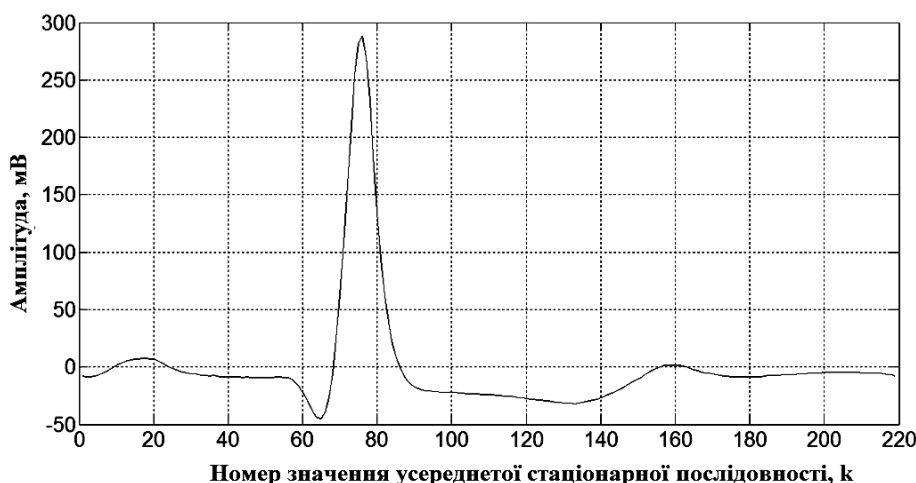


Рис. 3. Оцінки математичного сподівання стаціонарних послідовностей (рис. 2)

Подібно обчислено оцінки максимального та мінімального відхилення значень кожного елемента стаціонарної послідовності від їх математичного сподівання. Ці оцінки формують межі зміни ЕКС для стану медичної норми (рис. 4).

У разі появи відхилення амплітудного значення сегмента ST від стану норми воно (це відхилення) проявлятиметься у стаціонарних послідовностях, і відповідно виходитиме за встановлені межі.

Алгоритм опрацювання ЕКС розробленим методом повинен передбачати такі дії: 1) формувати стаціонарні послідовності із вибірки з реєстрограми ЕКС, тривалістю 30–40 с, що не містить проявів ІХС; 2) для цієї вибірки обчислити межі зміни значень елементів стаціонарних послідовностей (максимальне і мінімальне відхилення від математичного сподівання); 3) оцінювати можливість виходу за встановлені межі кожного наступного значення стаціонарних

послідовностей. Якщо це наступне значення потрапить у встановлений діапазон, повторити операції 1-3 для наступної вибірки з ЕКС. Так ми ніби формуємо вікно, в межах якого ЕКС опрацьовується запропонованим методом, а саме вікно переміщається по ЕКС.

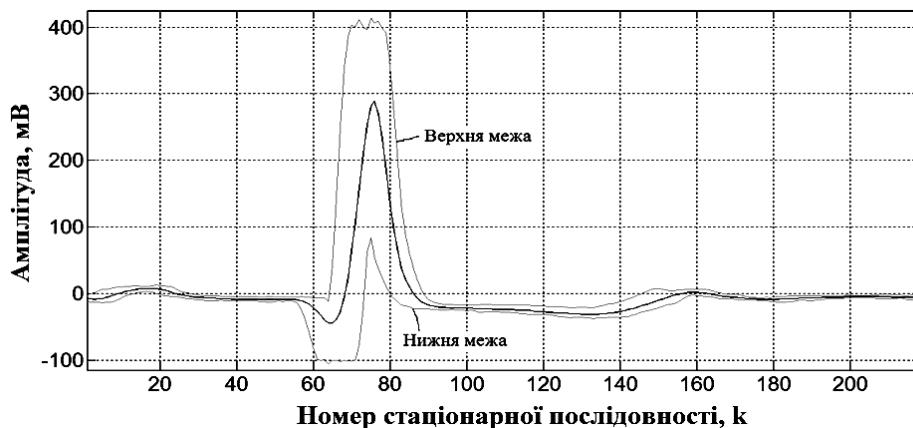


Рис. 4. Межі зміни оцінок стаціонарних послідовностей, відібраних з ЕКС, для стану норми

#### Результати опрацювання електрокардіосигналу розробленим методом у випадку наявності епізоду ішемії

Для верифікації розробленого методу опрацювання ЕКС проведено опрацювання сигналу (ЕКС), що містить епізод ішемії. Реєстрограма ЕКС із проявом ІХС наведена на рис. 5, а. На рис. 6 подано вигляд сформованих оцінок стаціонарних послідовностей та вказано місце прояву патології.

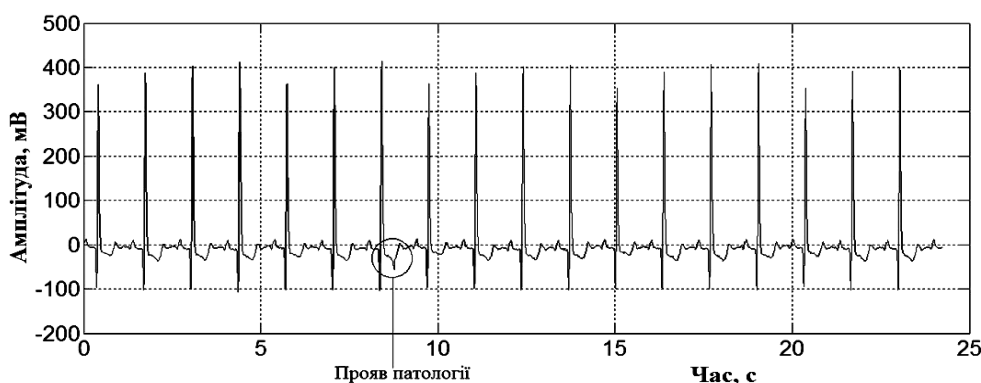


Рис. 5. Реєстрограма ЕКС із проявом ішемічної хвороби серця людини

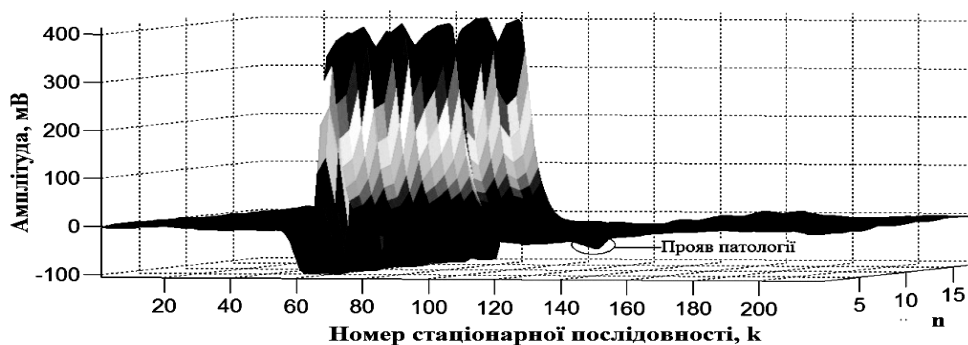


Рис. 6. Оцінки стаціонарних компонент із вказанням місця прояву патології

На рис. 7 наведено вигляд оцінок стаціонарних послідовностей і верхньої та нижньої меж відхилення значень елементів цих послідовностей (свого роду вікно для стану медичної норми).

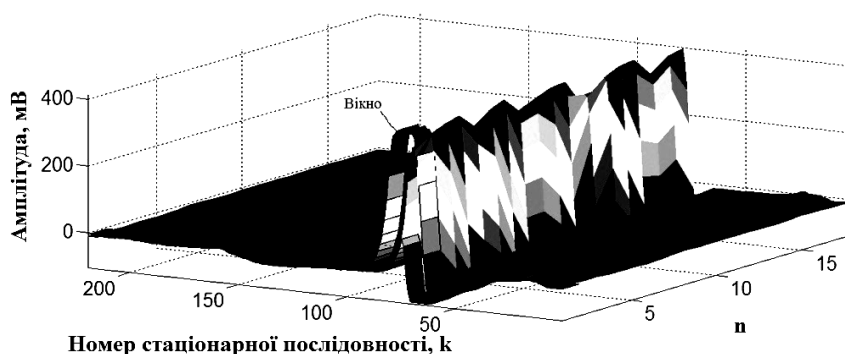


Рис. 7. Вигляд оцінок стаціонарних послідовностей із вікном для виявлення патології

На рис. 8 наведено вигляд оцінок стаціонарних послідовностей із зображенням верхньої та нижньої меж вікна і вказано місце перевищення нижньої межі вікна ділянки стаціонарних послідовностей із проявом патології.

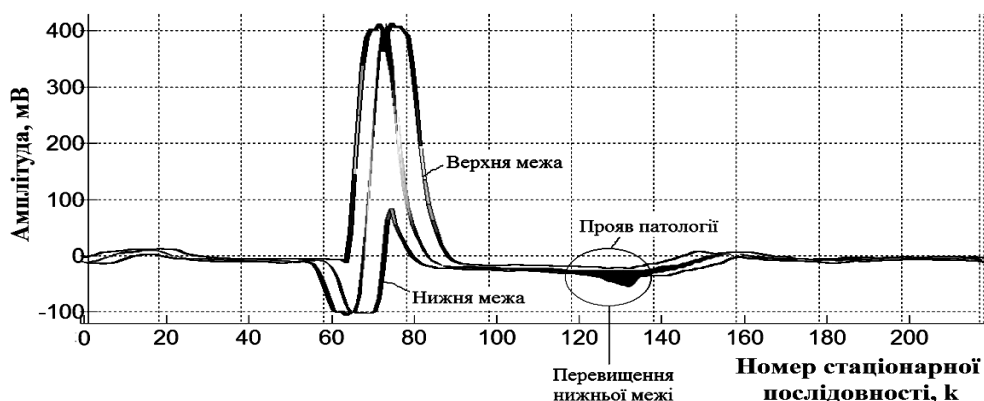


Рис. 8. Оцінки стаціонарних послідовностей із зображенням верхньої та нижньої меж вікна та вказанням місця перевищення нижньої межі вікна ділянки елементів стаціонарних послідовностей із патологією

### Висновки

Застосування синфазного методу до опрацювання ЕКС дає можливість звести сигнали такого типу до стаціонарних послідовностей, за змінами значень елементів яких можна виявляти прояви ІХС як на сегменті ST, так і на інших сегментах (PQ, QR, RS). А обґрунтованість кроків такого опрацювання уможливорює коректну інтерпретацію отриманих результатів та розроблення алгоритмів опрацювання для забезпечення можливості автоматизованого виявлення проявів ІХС. Розроблений метод статистичного опрацювання можна використовувати для побудови програмного забезпечення сучасних систем контролю функціонального стану пацієнта.

1. Драган Я. Гармонізованість і спектральний розклад випадкових процесів зі скінченною середньою потужністю // Доповіді Академії наук УРСР, серія "А" фіз-мат. науки. – 1978. – № 8. – С. 679–684. 2. Драган Я. П. Про класи комутативних і некомутативних лінійних випадкових процесів // Доповіді Академії наук Української РСР, 1969. – № 5. – С. 400–402. 3. Драган Я. П. Системний аналіз концепції та принципів побудови математичної моделі досліджуваного об'єкта в фізико-технічних науках та оцінювання її якості / Я. П. Драган, М. О. Медиковський, В. К. Овсяк, Л. С. Сікора, Б. І. Яворський // Вісник Національного університету "Львівська політехніка":

*Комп'ютерні науки та інформаційні технології*, 2010. – № 686. – С. 170–199. 4. Драган Я. П. О периодически коррелированных случайных процессах и системах с периодически изменяющимися параметрами // *Отбор и передача информации*. – 1969. – Вып. 23. – С. 27–33. 5. Драган Я. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних еко-біотехнічних систем, 1997. – XVI+333 с. 6. Войчишин К. С. О простой стохастической модели естественных ритмических процессов / К. С. Войчишин, Я. П. Драган // *Отбор и передача информации*. – 1971. – С. 7–15. 7. Драган Я., Сікора Л., Яворський Б. Системний аналіз та обґрунтування основ сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний субстрат, фізичне тлумачення: монографія. – Львів: НВФ “Українські технології”, 2014. – 240 с. 8. Драган Я. П. Случайные процессы с конечной средней мощностью, их спектры и гармонизуемость // Тез. докл. 2-й Вильнюсс. конф. по теории вероятностей и вероятн. и мат. статистики. – Вильнюс: изд. Ин-та матем. и киберн. АН Лит. ССР, 1977. – Т. 1. – С. 133–134. 9. Драган Я. Статистичне оцінювання станів стохастичної системи: індикативність її сигнальної моделі та кондиційність статистичних даних // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”*: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів: НУЛП, 2011. – № 694. – С. 418–424. 10. Немирко А. П. Алгоритмы измерения и анализа параметров ST-сегмента ЭКГ для систем автоматического наблюдения за состоянием человека / А. П. Немирко, Л. А. Манило, К. Н. Милева // *Вопросы кибернетики*. – 1991. – Вып. 164. – С. 127–141. 11. Дунець В. Л. Обґрунтування адекватності математичної моделі електрокардіосигналу для задачі виявлення патології / В. Л. Дунець, Я. П. Драган, Г. М. Осухівська // *Вісник Хмельницького національного університету*. – Хмельницький: ХНУ. – 2007. – № 2. – С. 99–102. 12. Драган Я. П. Проблема апостеріорного визначення темпу ритміки / Я. П. Драган, Н. Р. Крива, Б. І. Яворський // *Вісник Тернопільського державного технічного університету*. – 1997. – № 1. – Т. 2. – С. 115–125.