universal high quality algorithms with close to linear-logarithmic computational complexity, which combine those noise removal methodologies.

1. O. Schwartz and E. P. Simoncelli, "Natural signal statistics and sensory gain control," Nature Neurosci., vol. 4, no. 8, pp. 819–825, Aug. 2001. 2. R. Kimmel, "Demosaicing: Image reconstruction from CCD samples," IEEE Trans. Image Process., vol. 8, no. 9, pp. 1221–1228, Sep. 1999. 3. Z. Wang, H. Sheikh, and A. Bovik. No-reference perceptual quality assessment of JPEG compressed images. In ICIP, pages I–477 – I–480 vol.1, 2002. 4. Charles-Alban Deledalle, Joseph Salmon, Arnak Dalalyan (2008), Image denoising with patch based PCA: local versus global: Université Paris Diderot-Paris, Paris, France. 5. Thomas Brox, Oliver Kleinschmidt, Daniel Cremers (2008), Efficient Nonlocal Means for Denoising of Textural Patterns. Saarland University, Saarbr ucken, Germany. 6. S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing. New York: Academic, 1998. 7. S. G. Chang, B. Yu, and M. Vetterli, "Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression," IEEE Trans. Image Process., vol. 9, no. 9, pp. 1532–1546, Sep. 2000. 8. I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported bases," 708 Commun. Pure Appl. Math., vol. 41, pp. 909–996, Dec. 1988. 9. R. R. Coifman and D. L. Donoho, Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim, New-York: Springer-Verlag, 1995.

УДК 004.032.32; 004.852; 004.94

П. Кравець
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

АДАПТИВНИЙ ІГРОВИЙ МЕТОД СИНХРОНІЗАЦІЇ СИГНАЛІВ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ

Запроновано адаптивний ігровий метод для синхронізації сигналів розподілених систем. Метод побудовано на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості, яка описує розв'язок гри за Нешем у вирівнювальних змішаних стратегіях. Розроблено ігровий алгоритм та виконано комп'ютерне моделювання стохастичної гри для вирівнювання фаз гармонійних сигналів. Визначено вплив параметрів ігрового методу на якість синхронізації сигналів розподіленої системи.

Ключові слова: синхронізація сигналів, розподілена система, адаптивний ігровий метод, умова доповняльної нежорсткості.

In this paper the adaptive game method for signals synchronization of the distributed systems is offered. The method is constructed on the basis of stochastic approximation of a complementary slackness condition which describes the game solution on Nash in the equilizing mixed strategies. The game algorithm is developed and computer modelling of stochastic game for alignment of phases of harmonious signals is executed. Influence of parameters of a game method on quality of signals synchronization of the distributed system is defined.

Key words: synchronization of the signals, the distributed system, the adaptive game method, the complementary slackness condition.

Вступ

Синхронізація – це досягнення об'єктами розподіленої системи єдиного ритму роботи. Синхронізація забезпечується узгодженням частот, фаз або інших характеристик сигналів, що генеруються коливними системами, що взаємодіють.

Частотна синхронізація полягає у тому, що система генераторів, кожен з яких має власну частоту $\{w_i \mid i = 1..L\}$, в процесі роботи починає коливатися з єдиною для усіх елементів частотою $w \in [Inf\{w_i\}, Sup\{w_i\}]$.

Фазова синхронізація полягає у встановленні стаціонарних значень різниць фаз між сигналами генераторів: $\Delta j = j_i - j_j = const$, де $i, j = 1..L$.

Синхронізації частоти і фази сигналів залежні одна від одної. Так, у пристроях фазового автопідстроювання частоти за різницею фаз опорного та керованого сигналів здійснюється регулювання частоти керованого сигналу.

На процеси вимірювання частот або фаз сигналів можуть впливати неконтрольовані зовнішні фактори або шуми. Це призводить до ускладнення методів синхронізації сигналів.

Явища синхронізації систем дуже поширені у природі, техніці та суспільстві [1–2]. Так, в електротехніці та електроніці синхронізація використовується для стабілізації частоти електричних, електромагнітних та квантових генераторів, синтезу частот, демодуляції сигналів, керування фазованими антенними решітками, у доплерових системах, у системах точного часу, у різних способах передавання інформації тощо.

Процеси синхронізації у системах різної природи мають багато спільного і можуть бути вивчені з використанням загальних математичних та обчислювальних інструментів. Як електротехнічні моделі синхронізації системи розподілених об’єктів, як правило, вибирають мережі синхронізації осциляторів. Для вивчення синхронізації використовують методи теорії керування, коливань, фазової динаміки, відображень, нелінійних середовищ та мереж, хаосу, фракталів, клітинних автоматів та інші [3–5].

У теорії синхронізації виділяють дві основні частини:

- класичну теорію синхронізації, що вивчає явища у зв'язаних періодичних автоколивних системах;
- теорію хаотичної синхронізації, яка вивчає кооперативну поведінку хаотичних систем.

Серед систем хаотичної синхронізації виділяють три головні типи:

- повна (або ідентична) синхронізація – стани зв'язаних об’єктів повністю збігаються;
- узагальнена синхронізація – виходи об’єктів пов'язані через деяку функцію;
- фазова синхронізація – встановлення деяких співвідношень між фазами об’єктів, що взаємодіють, результатом чого є збіг їхніх характерних частот або характерних часових масштабів.

Розрізняють такі види синхронізації об’єктів:

- примусова синхронізація об’єктів за допомогою зовнішнього джерела сигналів, наприклад, генератора тактової частоти;
- вільна просторово розподілена синхронізація об’єктів за рахунок їх взаємодії між собою.

У цій роботі синхронізацію сигналів об’єктів розподіленої системи пропонується виконати на основі моделі стохастичної гри агентів [6, 7]. Агент – це автономна система вироблення та прийняття рішень. Сукупність агентів, що взаємодіють між собою у ході розв’язування спільної задачі, утворює мультиагентну систему.

Ігрова синхронізація є актуальною науково-практичною проблемою, недостатньо вивченою у науковій літературі. На відміну від мереж синхронізації осциляторів, що описуються системами диференційних рівнянь, стохастична ігрова синхронізація досліджує складну поведінку мереж агентів з різноманітними моделями прийняття рішень в умовах невизначеності на основі методів штучного інтелекту. У ході стохастичної гри агенти самонавчаються вибирати оптимальні у середньому чисті стратегії (дії), перебудовуючи власні вектори динамічних змішаних стратегій (умовних імовірностей варіантів дій). За певних умов, які визначаються параметрами середовища, параметрами ігрового методу та критеріями вибору варіантів рішень, самонавчання стохастичної гри приводить до синхронізації стратегій агентів.

Метою цієї роботи є побудова стохастичного ігрового методу вільної фазової синхронізації сигналів розподіленої системи. Для досягнення мети сформульовано стохастичну ігрову задачу, запропоновано метод та розроблено алгоритм для її розв'язування, проаналізовано результати комп'ютерного моделювання стохастичної гри.

Постановка ігрової задачі синхронізації сигналів

Розглянемо множину об'єктів D, кожен з яких $i \in D$ генерує гармонійний сигнал $y_i(t) = A_i \sin(wt + j_i)$, де t – неперервний час; A_i – амплітуда сигналу; w – частота сигналу; j_i – керована фаза сигналу.

Об'єкту з номером i доступні для вимірювання фази сигналів з локальної підмножини об'єктів $D_i \neq \varnothing \quad \forall i \in D$. Сукупність підмножин $\{D_i \mid \bigcup_{i \in D} D_i = D\}$ утворює мережу синхронізації об'єктів.

Кожному об'єкту такої мережі увідповіднимо ігрового агента з впорядкованим набором чистих стратегій $\Phi^i = \{j^i(1), j^i(2), ..., j^i(N)\}$, де $j^i(j) = -p + j\dfrac{2p}{N}$ ($j = 1..N$) – дискретне значення фази сигналу, $N \geq 2$ – кількість чистих стратегій.

Нехай вибір чистих стратегій здійснюють агенти у дискретні моменти часу $n = 1, 2, ...$. Після завершення колективного вибору стратегій $j_n^i \in \Phi^i \quad \forall i \in D$ агенти обчислюють відхилення поточних фаз сигналів:

$$x_n^i = |D_i|^{-1} \sum_{j \in D_i} | j_n^i - j_n^j | + m_n^i \quad \forall i \in D, \tag{1}$$

де m_n^i – білий шум, що імітує похибку вимірювання фаз сигналів.

Поточні програші агентів $x_n^i = x_n^i(j_n^{D_i})$ є функціями їхніх спільних стратегій $j^{D_i} \in \Phi^{D_i} = \underset{j \in D_i}{\times} \Phi^j$ з локальних підмножин $D_i \subseteq D \quad \forall i \in D$. Стохастичні характеристики випадкових програшів не відомі агентам апріорі.

Ефективність синхронізації сигналів визначається функціями середніх програшів:

$$\Xi_n^i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_t^i \quad \forall i \in D, \tag{2}$$

де x_t^i обчислюється згідно з (1).

Метою гри є мінімізація функцій середніх програшів:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \Xi_n^i \to \min \quad \forall i \in D. \tag{3}$$

Отже, на основі обчислень випадкових поточних програшів $\{x_n^i\}$ гравці повинні вибирати чисті стратегії $\{j_n^i\}$ так, щоб з ходом часу $n = 1, 2, ...$ забезпечити виконання системи цілей (3). Залежно від способу формування послідовностей $\{j_n^i \mid \forall i \in D, n = 1, 2, ...\}$ багатокритеріальна задача (3) має розв'язки, які задовольняють одну із умов колективної оптимальності: Неша, Парето тощо [7 – 9].

Для розв'язування гри необхідно побудувати такий метод генерування послідовностей чистих стратегій $\{j_n^i\}\ \forall i \in D$, щоб синхронізація сигналів у межах локальних підмножин $D_i \in D \quad \forall i \in D$ привела до глобальної синхронізації сигналів із множини D.

Адаптивний метод розв'язування ігрової задачі

Для ігрового вибору чистих стратегій в умовах невизначеності застосуємо марковські адаптивні методи.

Формування послідовності варіантів рішень $\{j_n^i\}$ виконаємо на основі динамічних векторів змішаних стратегій $p_n^i = (p_n^i(1), p_n^i(2), ..., p_n^i(N))$ $\forall i \in D$, елементи $p_n^i(j)$, $j = 1..N$ яких є імовірностями вибору чистих стратегій за умови реалізації передісторії стратегій $\{j_t^i \,|\, t = 1, 2, ..., n-1\}$ та отримання відповідних програшів $\{x_t^i \,|\, t = 1, 2, ..., n-1\}$. Змішані стратегії набувають значення на N-вимірних одиничних симплексах:

$$S^N = \left\{ p \left| \sum_{j=1}^{N} p(j) = 1;\ p(j) \ge 0 \ \ (j = 1..N) \right. \right\}.$$

Значення чистих стратегій знаходять з умови:

$$j_n^i = \left\{ j^i(l) \,|\, l = \arg\min_l \sum_{k=1}^{l} p_n^i[k] > h \ \ (k, l = 1..N) \right\}, \qquad (4)$$

де $h \in [0,1]$ – випадкова величина з рівномірним розподілом.

Необхідно визначити метод зміни векторів змішаних стратегій p_n^i $\forall i \in D$, який згідно з (4) забезпечуватиме генерування випадкових чистих стратегій $\{j_n^i\}$ так, щоб в асимптотиці часу забезпечити виконання системи критеріїв (3).

Побудову методу розв’язування стохастичної гри виконаємо на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості детермінованої гри, справедливої для змішаних стратегій у точці рівноваги за Нешем [8].

Для цього визначимо полілінійну функцію середніх програшів детермінованої гри:

$$V^i(p^{D_i}) = \sum_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i}) \prod_{j \in D_i;\, u^j \in u^{D_i}} p^j(u^j),$$

де $v(u^{D_i}) = M\{x_n^i(u^{D_i})\}$.

Тоді векторна умова доповняльної нежорсткості (CS, Complementary Slackness) матиме вигляд:

$$\overrightarrow{\mathrm{CS}} = \nabla_{p^i} V^i(p^{D_i}) - e^{N_i} V^i(p^{D_i}) = 0 \ \ \forall i \in D,$$

де $\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i})$ – градієнт функції середніх програшів; $e^N = (1_j \,|\, j = 1..N)$ – вектор, всі компоненти якого дорівнюють 1; $p^{D_i} \in S^{M_i}$ – комбіновані змішані стратегії гравців з локальних множин D_i, задані на опуклому одиничному M_i-вимірному симплексі S^{M_i}, де $M_i = \prod_{j \in D_i} |D_i|$, $|D_i|$ – потужність множини D_i.

Для урахування розв’язків у вершинах одиничного симплексу виконаємо зважування умови доповняльної нежорсткості елементами векторів змішаних стратегій:

$$diag(p^i)(\overrightarrow{CS}) = 0 \ \ \forall i \in D, \qquad (5)$$

де $diag(p^i)$ – квадратна діагональна матриця порядку N_i, побудована з елементів вектора p^i.

Враховуючи, що

$$diag(p^i)[\nabla_{p^i} V^i - e^{N_i} V^i] = E\{x_n^i[e(j_n^i) - p_n^i] \,|\, p_n^i = p^i\},$$

де $E\{\}$ – функція математичного сподівання, з (5) на основі методу стохастичної апроксимації отримаємо рекурентну залежність:

$$p_{n+1}^i = p_{e_{n+1}}^N \left\{ p_n^i - g_n x_n^i \left[e(j_n^i) - p_n^i \right] \right\}, \qquad (6)$$

де $p_{e_{n+1}}^N$ – проектор на одиничний e-симплекс $S_{e_{n+1}}^N \subseteq S^N$ [9]; $p_n^i \in S_{e_n}^N$ – змішана стратегія i-го агента; $g_n > 0$ – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює величину кроку методу; $e_n > 0$ – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює швидкість розширення e-симплексу; $x_n^i \in R^1$ – поточний програш агента; $e(j_n^i)$ – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта $j_n^i \in \Phi^i$.

Проектування на розширюваний e_n-симплекс $S_{e_{n+1}}^N$ забезпечує виконання умови $p_n^i[j] \geq e_n$, $j = 1..N$, необхідної для повноти статистичної інформації про вибрані чисті стратегії, а параметр $e_n \to 0$, $n = 1, 2, ...$ використовується як додатковий елемент керування збіжністю рекурентного методу.

Стохастична гра розпочинається з ненавчених векторів змішаних стратегій зі значеннями елементів $p_0^i(j) = 1/N$, де $j = 1..N$. У наступні моменти часу динаміка векторів змішаних стратегій визначається марковським рекурентним методом (6).

У момент часу n кожен гравець $i \in D$ на основі змішаної стратегії p_n^i вибирає чисту стратегію u_n^i, за що до моменту часу $n+1$ отримує поточний програш x_n^i, після чого обчислює змішану стратегію p_{n+1}^i згідно з (6).

Завдяки динамічній перебудові змішаних стратегій на основі оптимального опрацювання поточних програшів метод (6) забезпечує адаптивний вибір чистих стратегій у часі.

Параметри g_n та e_n визначають умови збіжності стохастичної гри і можуть бути задані так:

$$g_n = g n^{-a}, \; e_n = e n^{-b}, \qquad (7)$$

де $g > 0$; $a > 0$; $e > 0$; $b > 0$.

Збіжність стратегій (6) до оптимальних значень з імовірністю 1 та у середньоквадратичному визначається співвідношеннями параметрів g_n та e_n, які повинні задовольняти базові умови стохастичної апроксимації [10].

Ефективність синхронізації сигналів оцінюється функціями середніх втрат Ξ_n^i (2) та коефіцієнтом синхронізації K_n – відносною кількістю агентів із синхронізованими сигналами:

$$\mathrm{K}_n = \frac{1}{n|D|} \sum_{t=1}^{n} \sum_{i \in D} c\left(j_t^i = \bar{j}_t \right), \qquad (8)$$

де $c() \in \{0,1\}$ – індикаторна функція події; $\bar{j}_t = |D|^{-1} \sum_{i \in D} j_t^i$ – поточне середнє значення фаз сигналів.

Алгоритм розв'язування задачі

1. Задати початкові значення параметрів:

$n = 0$ – початковий момент часу;

$L = |D|$ – кількість гравців;

N – кількість чистих стратегій гравців;

$\Phi^i = \{ j^i(1), j^i(2), ..., j^i(N) \}$, $i = 1..L$ – вектори чистих стратегій гравців;

$p_0^i = (1/N, ..., 1/N)$, $i = 1..L$ – початкові змішані стратегії гравців;

$g > 0$ – параметр кроку навчання;

$a \in (0,1]$ – порядок кроку навчання;

e – параметр e-симплексу;

$b > 0$ – порядок швидкості розширення e -симплексу;

$d > 0$ – дисперсія завад;

$n_{\max}$ – максимальна кількість кроків методу.

2. Вибрати значення фаз сигналів $j_n^i \in \Phi^i$, $i = 1..L$ згідно з (4).

3. Отримати значення поточних програшів x_n^i, $i = 1..L$ згідно з (1). Поточні значення гауссівського білого шуму обчислюють за формулою:

$$m_n = \sqrt{d}\left(\sum_{j=1}^{12} h_{j,n} - 6\right),$$

де $h \in [0,1]$ – дійсне випадкове число з рівномірним законом розподілу.

4. Обчислити значення параметрів g_n, e_n згідно з (7).

5. Обчислити елементи векторів змішаних стратегій p_n^i, $i = 1..L$ згідно з (6).

6. Визначити характеристики якості прийняття рішень Ξ_n^i (2) та K_n (8).

7. Задати наступний момент часу $n := n + 1$.

8. Якщо $n < n_{\max}$, то перейти на крок 2, інакше – кінець.

Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо розподілену систему з лінійною топологією розміщення L генераторів гармонійних сигналів. Така система відома у кібернетичній літературі як система стрілків Майхілла [11]. Кожен агент $i \in D$ фіксує фази j_n^j $\forall j \in D_i$ сигналів сусідніх агентів і обчислює їх поточне відхилення d_n^i від фази j_n^i власного сигналу. Для прикладу, виберемо різницевий спосіб формування поточного відхилення фаз сигналів:

$$d_n^i = \begin{cases} | j_n^{i-1} + j_n^{i+1} - 2 j_n^i |, & if \;\; i > 1 \;\; and \;\; i < L; \\ | j_n^{i+1} - j_n^i |, & if \;\; i = 1; \\ | j_n^{i-1} - j_n^i |, & if \;\; i = L. \end{cases}$$

Поточні програші гравців обчислюються як відхилення фаз d_n^i під дією білого шуму m_n^i, який моделює похибку вимірювання:

$$x_n^i = d_n^i + m_n^i .$$

Гра розпочинається з ненавчених змішаних стратегій: $p_0^i[j] = 1/N,\ j = 1..N$, $i = 1..L$. Моделювання стохастичної гри здійснюється упродовж $n_{\max} = 10^5$ ітерацій.

На рис. 1 у логарифмічному масштабі зображено графіки функцій середніх програшів Ξ_n^i та відносної кількості K_n синхронізованих сигналів. Результати отримано для таких параметрів ігрового методу: $L = 4$, $N = 10$, $g_0 = 1$, $e_0 = 0.999/N$, $a = 0.1$, $b = 1$, $d = 1$.

Зменшення середніх програшів Ξ_n^i, $i = 1..L$ та зростання коефіцієнта синхронізації агентів K_n свідчать про збіжність ігрового методу внаслідок виконання системи критеріїв (3). Зростання кількості агентів L, кількості стратегій N та дисперсії d вимірювання фаз сигналів призводить до збільшення часу навчання стохастичної гри.

Експериментальний порядок швидкості збіжності визначається тангенсом кута лінійної апроксимації функцій середніх програшів Ξ_n^i, $i = 1..L$ на завершальному періоді часу моделювання. Як видно на рис. 1, для заданих значень параметрів запропонований ігровий метод забезпечує близький до 1 порядок швидкості збіжності.

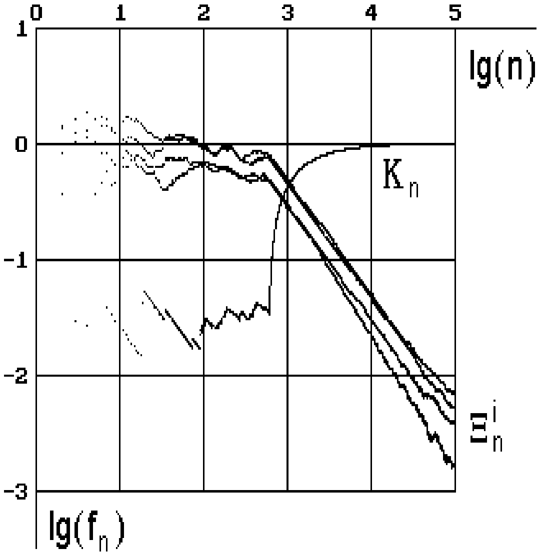

Рис. 1. Характеристики синхронізації стохастичної гри

На рис. 2 та 3 зображено графіки адитивних сигналів y_n системи синхронізації відповідно для ненавченої та навченої стохастичної гри. Графіки усереднено за кількістю генераторів гармонічних сигналів:

$$y_n = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} y_n^i .$$

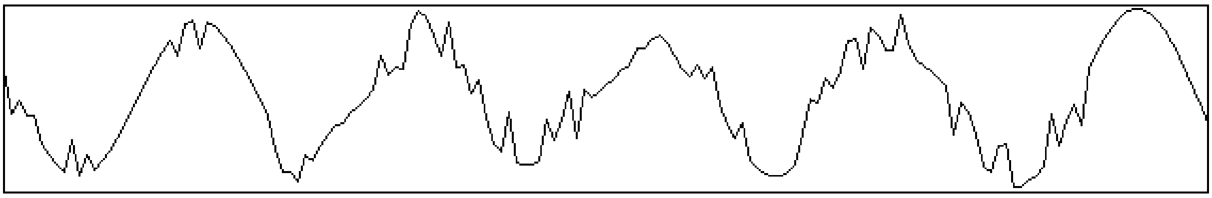

Рис. 2. Усереднений сигнал системи для ненавченої стохастичної гри

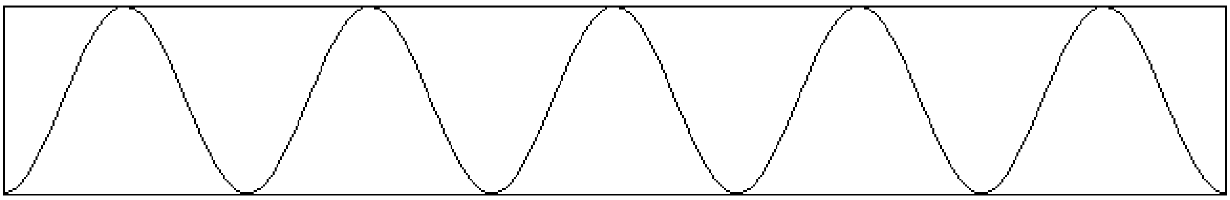

Рис. 3. Усереднений сигнал системи для навченої стохастичної гри

Випадковий вигляд адитивного сигналу на рис. 2 зумовлений різними фазами гармонічних сигналів мережі синхронізації для ненавченої гри.

У ході навчання здійснюється вирівнювання фаз сигналів об’єктів розподіленої системи. Результатом навчання є те, що система синхронізації генерує гармонійний адитивний сигнал, як зображено на рис. 3.

Висновки

Запропонований у цій статті адаптивний ігровий метод забезпечує фазову синхронізацію сигналів розподіленої системи в умовах дії стохастичних завад. Рекурентний метод побудовано на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості, яка описує розв'язок гри за Нешем у змішаних стратегіях.

На кожному кроці повторювальної гри гравці здійснюють незалежний випадковий вибір чистих стратегій – значень дискретних фаз сигналів на основі динамічного розподілу, побудованого на власних змішаних стратегіях. Після завершення вибору чистих стратегій усіма гравцями кожен з них знаходить різницю значень фаз власного і сусідніх сигналів, яку використовує як поточний програш. Поточний крок гри завершується перерахунком змішаних стратегій усіх гравців згідно із запропонованим рекуретним методом. Такий хід гри в асимптотиці часу забезпечує адаптивну фазову синхронізацію сигналів розподіленої системи. Для практичних застосувань момент завершення гри обмежується досягненням заданої точності розв'язку гри.

Збіжність ігрового методу забезпечується базовими умовами стохастичної апроксимації. Оптимальні значення параметрів ігрового методу уточнюються експериментально. Зростання кількості гравців, кількості чистих стратегій та дисперсії програшів призводить до зменшення порядку швидкості збіжності стохастичної гри.

Інтелектуальні можливості розроблених ігрових агентів основані на самонавчальних стохастичних автоматах зі змінною структурою. Для їх вдосконалення можна використати інші методи самонавчання, зокрема ті, що основані на результатах теорії штучного інтелекту.

Результати роботи можна використати для синхронізації роботи складових елементів сенсорних мереж, кібернетичних автоматів та мультиагентних систем, побудови протоколів взаємодії між інтелектуальними агентами, забезпечення умов самоорганізації активних розподілених систем.

1. Lindsey W. C. Synchronization Systems in Communication and Control / W. C. Lindsey. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1972. – 734 p. 2. Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике / И. И. Блехман. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 352 с. 3. Леонов Г. А. Математические проблемы теории фазовой синхронизации / Г. А. Леонов, В. Б. Смирнова. – СПб.: Наука, 2000. – 400 с. 4. Осипов Г. В. Информационная динамика: синхронизация в сложных осцилляторных сетях / Г. В. Осипов. – Нижний Новгород, 2007. – 103 с. 5. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний / В. С. Анищенко, В. В. Астахов, Т. Е. Вадивасова, Г. И. Стрелкова. – М. – Ижевск: РХД, 2008. – 144 с. 6. Wooldridge M. An Introduction to Multiagent Systems / M. Wooldridge. – John Wiley & Sons, 2002. – 366 p. 7. Fudenberg D. The Theory of Learning in Games / D. Fudenberg, D. K. Levine. – Cambridge, MA: MIT Press, 1998. – 292 p. 8. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики / Э. Мулен. – М.: Мир, 1985. – 200 с. 9. Назин А. В. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы / А. В. Назин, А. С. Позняк. – М.: Наука, 1986. – 288 с. 10. Граничин О. Н. Введение в методы стохастической аппроксимации и оценивания: учеб. пособие / О. Н. Граничин. – СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2003. – 131 с. 11. Варшавский В. И. Оркестр играет без дирижера: Размышление об эволюции некоторых технических систем и управления ими / В. И. Варшавский, Д. А. Поспелов. – Изд. 2-е, доп. – М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. – 224 с.