

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЗАХИСНИХ ПОКРИВІВ

© Чекурін В., Бойчук Ю., 2016

Розглянута математична модель стаціонарного теплообміну в ізотропному діелектричному шарі, що поглинає, розсіює та випромінює ІЧ-радіацію як в об'ємі, так і на поверхнях та обмінюється теплом із зовнішнім середовищем за конвективним та радіаційним механізмами. Відповідно до моделі сформульовано нелінійну задачу кондуктивно-променевого теплоперенесення в шарі та розроблено ітераційний алгоритм розв'язування цієї задачі. З використанням розробленого алгоритму досліджено вплив теплофізичних, об'ємних і поверхневих радіаційних властивостей матеріалу на розподіли температури та інтенсивності випромінювання, а також на теплозахисні властивості шару.

Ключові слова: ІЧ-випромінювання, кондуктивно-променевий теплообмін, ітераційний метод, теплопровідність, теплоперенесення.

A problem for stationary conductive-radiative heat transfer in a plane layer, which absorbs, emits and scatters IR-radiation in its volume and on the surface, has been considered in the paper. The temperature field and radiation intensity distribution in the layer's volume, radiative and convective heat fluxes from the layer to ambient medium have been studied depending on its thickness, thermal conductivity, volumetric and surface radiative properties. To solve the problem an iterative method has been developed. The possibility to evaluate quantitatively the heat-shielding properties of heat-insulating coverings with the use of obtained results has been shown.

Key words: IR-radiation, conductive-radiative heat transfer, iterative method, heat conductivity, heat transfer.

Вступ

Теплозахисні покриття використовують для теплової ізоляції в різних галузях науки і техніки (у будівництві, енергетиці, машино- та приладобудуванні тощо [1, 2]). В аерокосмічній техніці їх використовують для захисту поверхонь або інших елементів конструкцій літальних апаратів від нагрівання, впливу гарячого газового потоку, циклічного теплового навантаження чи від переохолодження у космічному просторі [3–6].

Останнім часом широкого застосування у космічній техніці й технологіях набули багатшарові матеріали із теплоізоляційними покриттями з низькою теплопровідністю, такі як волокнисті теплоізоляційні матеріали на основі волокон SiO_2 або Al_2O_3 (Saffil), на поверхню яких наносять відбивне покриття із золота чи платини [7], а також керамічні та посилені вуглець-вуглецеві (RCC) панелі, високо- і низькотемпературні ізоляційні плити [2].

У матеріалах із низькою теплопровідністю частка променевого теплообміну в сумарному потоці теплової енергії в об'ємі може бути значною й істотно впливати на теплові потоки й теплоізоляційні властивості цих матеріалів. Теплозахисні властивості таких структур залежать від їхньої товщини та об'ємних (теплопровідність, коефіцієнти поглинання/випромінювання та розсіювання ІЧ-випромінювання) і поверхневих (коефіцієнти конвективного теплообміну, поглинання/випромінювання та відбивання теплової радіації) характеристик матеріалу.

Для оптимального проектування таких структур необхідні математичні моделі теплообміну, які враховують відмінність цих властивостей.

У статті розглянута математична модель стаціонарного теплообміну в ізотропному діелектричному шарі, що поглинає, розсіює та випромінює ІЧ-радіацію як в об'ємі, так і на поверхнях та обмінюється теплом із зовнішнім середовищем за конвективним та радіаційним механізмами. У межах моделі сформульована нелінійна задача кондуктивно-променевого теплоперенесення в шарі та розроблено ітераційний алгоритм розв'язування цієї задачі. З використанням розробленого алгоритму досліджено вплив теплофізичних, об'ємних і поверхневих радіаційних властивостей матеріалу на розподіли температури та інтенсивності випромінювання, а також на теплозахисні властивості шару.

Постановка задачі

Розглянемо плоский теплопровідний ізотропний шар \mathcal{S} , що займає область $-\infty < x < \infty, -b \leq y \leq b, -\infty < z < \infty$, яким моделюватимемо теплоізоляційний покрив. Покрив захищає поверхню $y = -b$ об'єкта, що займає півпростір $-\infty < x < \infty, -\infty < y < -b, -\infty < z < \infty$, від зовнішнього середовища, що займає півпростір $-\infty < x < \infty, b < y < \infty, -\infty < z < \infty$. Середовище шару здатне випромінювати, поглинати та розсіювати ІЧ-радіацію. Стаціонарний тепловий стан будь-якої точки тіла визначає його абсолютна температура T , залежна лише від товщинної координати y : $T = T(y)$. Внаслідок теплової емісії ІЧ-радіації неоднорідно нагрітим середовищем в області \mathcal{S} та поза його межами виникає потік випромінювання, інтенсивність I якого залежить лише від координати y та напрямку поширення, що визначається його кутом θ стосовно осі Oy : $I = I(y, \theta)$.

За таких умов теплообмін у шарі \mathcal{S} описує нелінійна система рівнянь [8]:

$$\lambda \frac{d^2 T(y)}{dy^2} + 2\pi\kappa \int_{-1}^1 I(y, \mu) d\mu - 4\pi\kappa I_b(T(y)) = 0, \quad (1)$$

$$\mu \frac{\partial I(y, \mu)}{\partial y} + (\kappa + \sigma) I(y, \mu) - \kappa I_b(T(y)) - \frac{1}{2} \sigma \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(y, \mu') d\mu' = 0, \quad (2)$$

де λ , κ та σ , $p(\mu', \mu)$ та n – відповідно теплопровідність, об'ємні коефіцієнти поглинання та розсіювання випромінювання, індикатриса розсіювання та показник заломлення середовища шару, $\beta \equiv \kappa + \sigma$, $\mu \equiv \cos(\theta)$, $I_b(\dots) = \sigma_{SB} n^2 (\dots)^4 / \pi$, $\sigma_{SB} \equiv 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ – стала Стефана–Больцмана. Індикатриса розсіювання визначає імовірність того, що випромінювання, яке поширюється у напрямку, що визначає кут $\theta' = \arccos \mu'$, розсіюється у напрямку кута $\theta = \arccos \mu$.

Другий та третій доданки в рівнянні теплопровідності (1) визначають об'ємні швидкості притоку та відтоку тепла в середовище внаслідок поглинання та емісії ним теплового випромінювання.

Рівняння (2) описує зміну інтенсивності випромінювання $I(y, \mu)$, що поширюється у напрямку, який визначає кут $\theta = \arccos \mu$. Доданки $\kappa I(y, \mu)$ та $\sigma I(y, \mu)$ у цьому рівнянні визначають локальні швидкості поглинання та розсіювання випромінювання, що поширюється у напрямку $\theta = \arccos \mu$, доданок $\sigma \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(y, \mu') d\mu' / 2$ визначає локальну швидкість розсіювання випромінювання у напрямку $\theta = \arccos \mu$ з інших напрямків, які проходять через цю точку, і доданок $\kappa I_b(T(y))$ визначає локальну швидкість приросту інтенсивності випромінювання внаслідок його емісії нагрітим середовищем, що має локальну температуру $T(y)$.

Нехай T_1 та T_2 – температура зовнішнього середовища біля поверхонь $y=b$ та $y=-b$, h_1 та h_2 – коефіцієнти конвективного теплообміну на них. Межі $y=\pm b$ розглядатимемо як сірі поверхні, що випромінюють, поглинають та розсіюють ІЧ-радіацію, їхні коефіцієнти чорноти та розсіювання $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in (0,1)$ та $\rho_1, \rho_2 \in (0,1)$. Тоді крайові умови для температури $T \equiv T(y)$ і густини випромінювання $I \equiv I(y, \mu)$ на цих поверхнях матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=b} &= -h_1 (T|_{y=b} - T_1) + 2\pi\varepsilon_1(1-\rho_1) \int_0^1 I^+ \mu d\mu \Big|_{y=b} - \pi\varepsilon_1 I_B(T|_{y=b}) + 2\varepsilon_1(1-\rho_1) \int_{-1}^0 I_1 \mu d\mu, \\ \lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=-b} &= -h_2 (T|_{y=-b} - T_2) + 2\pi\varepsilon_2(1-\rho_2) \int_{-1}^0 I^+ \mu d\mu \Big|_{y=-b} - \pi\varepsilon_2 I_B(T|_{y=-b}) + 2\varepsilon_2(1-\rho_2) \int_0^1 I_2 \mu d\mu, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I^- \Big|_{y=b} &= \varepsilon_1 I_B(T|_{y=b}) + 2\rho_1 \int_0^1 p(\mu, \mu') I^+ \mu' d\mu' \Big|_{y=b} + 2(1-\varepsilon_1)(1-\rho_1) \int_{-1}^0 I_1 \mu d\mu, \\ I^- \Big|_{y=-b} &= \varepsilon_2 I_B(T|_{y=-b}) + 2\rho_2 \int_{-1}^0 p(\mu, \mu') I^- \mu' d\mu' \Big|_{y=-b} + 2(1-\varepsilon_2)(1-\rho_2) \int_0^1 I_2 \mu d\mu, \end{aligned} \quad (4)$$

де $I^+(y, \mu) \equiv I(y, \mu)$, $\forall \mu \in (0,1]$; $I^-(y, \mu) \equiv I(y, \mu)$, $\mu \in [-1,0)$. $I_1 = I_1(\mu)$, $\mu \in [-1,0)$ та $I_2 = I_2(\mu)$, $\mu \in (0,1]$ інтенсивності зовнішнього ІЧ-випромінювання, що поширюється у напрямках поверхонь $y=b$ та $y=-b$.

Доданки у правих частинах співвідношень (3) визначають відповідно: тепловий потік з поверхні внаслідок конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем (1), потік енергії ІЧ-випромінювання, що надходить із об'єму шару і поглинається поверхнею (2), потік енергії теплового випромінювання поверхні в зовнішнє середовище (3), потік енергії зовнішнього ІЧ-випромінювання, яке поглинає поверхня (4).

Доданки правих частин у співвідношеннях (4) враховують відповідно: випромінювання поверхні (1), відбивання поверхнею (2) та зовнішнє ІЧ-випромінювання, яке проходить через поверхню в об'єм шару (3).

Крайова задача (1)–(4) нелінійна, оскільки і рівняння (1), (2), і крайові умови (3), (4) містять функцію інтенсивності випромінювання $I_B(T)$, яка пропорційна до четвертого степеня температури T .

Замість умов (3) можна розглядати також крайові умови першого роду на температуру [9]. Зокрема, далі зупинимося на випадкові, коли на поверхні $y=b$ діють умови (3), (4), в яких $I_1 \equiv 0$, а поверхня $y=-b$ абсолютно чорна і на ній задана стала температура T_0 . Із урахуванням таких умов задача (1)–(4) у зведеній формі матиме вигляд:

$$\frac{d^2 \bar{T}(\bar{y})}{d\bar{y}^2} = \frac{2\bar{\kappa}}{\bar{\lambda}} \left(2(\bar{T}(\bar{y}))^4 - \int_{-1}^1 J(\bar{y}, \mu) d\mu \right), \quad (5)$$

$$\mu \frac{\partial J(\bar{y}, \mu)}{\partial \bar{y}} + J(\bar{y}, \mu) = \frac{1}{2}(1-\bar{\kappa}) \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') J(\bar{y}, \mu') d\mu' + \bar{\kappa} (\bar{T}(\bar{y}))^4. \quad (6)$$

$$\bar{\lambda} \frac{d\bar{T}}{d\bar{y}} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} + \bar{h} \left(\bar{T} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} - \bar{T}_c \right) + \varepsilon \left(\left(\bar{T} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \right)^4 - 2(1-\rho) \int_0^1 J^+ \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \mu d\mu \right) = 0, \quad (7)$$

$$\bar{T} \Big|_{\bar{y}=-\bar{b}} = 1,$$

$$J^- \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} = \varepsilon \left(\bar{T} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \right)^4 + 2\rho \int_0^1 J^+ \mu d\mu \Big|_{\bar{y}=\bar{b}}, \quad (8)$$

$$J^+ \Big|_{\bar{y}=-\bar{b}} = 1.$$

де введені нормовані величини: $\bar{y} = \beta y$; $\bar{\lambda} = \lambda \beta / \sigma_{SB} n^2 T_0^3$; $\bar{\kappa} = \kappa / \beta$; $J \equiv I / I_B(T_0) = J(\bar{y}, \mu)$, $\bar{b} \equiv b / l_0$, $\bar{h}_{1,2} \equiv h_{1,2} / \sigma_{SB} n^2 T_0^3$, $J^+(\bar{y}, \mu) \equiv J(\bar{y}, \mu)$, $\forall \mu \in (0, 1]$, $J^-(\bar{y}, \mu) \equiv J(\bar{y}, \mu)$, $\forall \mu \in [-1, 0)$.

Крайова задача (5)–(8) залежить від шести безрозмірних фізичних параметрів $\bar{\lambda} > 0$, $\bar{h} \equiv \bar{h}_1 > 0$, $\bar{b} > 0$, $\bar{\kappa} \in [0, 1]$, $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon \in [0, 1]$, $\rho_1 \equiv \rho \in [0, 1]$.

Ітераційний метод

Нелінійну задачу (5)–(8) розв'язуватимемо ітераційним методом [10]. Для цього подамо її у вигляді:

$$\frac{d^2 \bar{T}^{(k+1)}}{d\bar{y}^2} = \theta^{(k)}, \quad (9)$$

$$\mu \frac{\partial J^{(k+1)}}{\partial \bar{y}} + J^{(k+1)} = f^{(k)}, \quad (10)$$

$$\left. \frac{d\bar{T}^{(k+1)}}{d\bar{y}} \right|_{\bar{y}=\bar{b}} = Q^{(k)}, \quad \bar{T}^{(k+1)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} = 1, \quad (11)$$

$$J^{-(k+1)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} = \varepsilon J_B(\bar{T}^{(k)}) \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} + 2\rho \int_0^1 p J^{+(k)} \mu' d\mu' \Big|_{\bar{y}=\bar{b}}, \quad J^{+(k+1)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} = 1, \quad (12)$$

де $k \geq 0$ – номер ітерації.

Тут для зручності використано позначення: $J_B(\bar{T}^{(k)}) \equiv (\bar{T}^{(k)})^4$, $q^{+(k)} \equiv \int_0^1 J^{+(k)} \mu d\mu$, $Q^{(k)} \equiv \frac{\varepsilon(1-\rho)}{\bar{\lambda}} \left(2q^{+(k)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} - J_B(\bar{T}^{(k)}) \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \right) - \frac{\bar{h}}{\bar{\lambda}} \left(\bar{T}^{(k)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} - \bar{T}_c \right)$, $f^{(k)} \equiv \frac{1}{2} \bar{\sigma} \int_{-1}^1 p J^{(k)} d\mu' + \bar{\kappa} J_B(\bar{T}^{(k)})$, $\theta^{(k)} \equiv \frac{2\bar{\kappa}}{\bar{\lambda}} \left(2J_B(\bar{T}^{(k)}) - \int_{-1}^1 J^{(k)} d\mu \right)$.

Інтегруючи рівняння (9), (10) та підпорядковуючи їх крайовим умовам (11), (12), отримуємо:

$$\bar{T}^{(k+1)}(\bar{y}) = \int_{-\bar{b}}^{\bar{y}} \int_{-\bar{b}}^z \theta^{(k)}(z) dz dz + \left(Q^{(k)} - \int_{-\bar{b}}^{\bar{y}} \theta^{(k)}(\bar{y}) d\bar{y} \right) (\bar{y} + \bar{b}) + 1, \quad (13)$$

$$J^{+(k+1)} = \int_{-\bar{b}}^{\bar{y}} \frac{f^{(k)}(z) e^{-\frac{\bar{y}-z}{\mu}}}{\mu} dz + e^{-\frac{\bar{y}+\bar{b}}{\mu}}, \quad (14)$$

$$J^{-(k+1)} = \int_{\bar{b}}^{\bar{y}} \frac{f^{(k)}(z) e^{-\frac{\bar{y}-z}{\mu}}}{\mu} dz + e^{-\frac{\bar{y}-\bar{b}}{\mu}} \left(\varepsilon J_B(\bar{T}^{(k)}) \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} + 2\rho \int_0^1 p J^{+(k)} \mu' d\mu' \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \right).$$

Для реалізації ітераційного процесу (13), (14) необхідно вибрати початкове наближення. За нульове наближення виберемо розв'язок задачі (5)–(8) для випадку радіаційної рівноваги та ізотропного розсіювання в об'ємі [9]. У такому наближенні він матиме вигляд:

$$\bar{T}^{(0)} = C(\bar{y} + \bar{b}) + 1. \quad (15)$$

$$J^{+(0)} = \int_{-\bar{b}}^{\bar{y}} \frac{J_B(\bar{T}^{(0)}(z)) e^{-\frac{\bar{y}-z}{\mu}}}{\mu} dz + e^{-\frac{\bar{y}+\bar{b}}{\mu}}, \quad (16)$$

$$J^{-(0)} = \int_{\bar{b}}^{\bar{y}} \frac{J_B(\bar{T}^{(0)}(z)) e^{-\frac{\bar{y}-z}{\mu}}}{\mu} dz + e^{-\frac{\bar{y}-\bar{b}}{\mu}} \left(\varepsilon J_B(\bar{T}^{(0)}) \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} + 2\rho q^{+(0)} \Big|_{\bar{y}=\bar{b}} \right),$$

де сталу C можна знайти, розв'язавши рівняння четвертого степеня

$$\frac{\varepsilon(1-\rho)}{15\bar{\lambda}} (A_0 C^4 + A_1 C^3 + A_2 C^2) + A_3 C + \frac{\bar{h}(1-\bar{T}_1)}{\bar{\lambda}} = 0, \quad (17)$$

коефіцієнти якого визначаються так

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 8 \left(\begin{aligned} &(-4\bar{b}^5 + 2\bar{b}^4 - 2\bar{b}^3 + 3\bar{b}^2 - 6\bar{b} + 15)e^{-2\bar{b}} + \\ &+ 8Ei(-2\bar{b})\bar{b}^6 + 40\bar{b}^3 - 45\bar{b}^2 + 36\bar{b} - 15 \end{aligned} \right), \\
 A_1 &= 24 \left((-4\bar{b}^4 + 2\bar{b}^3 - 2\bar{b}^2 + 3\bar{b} - 6)e^{-2\bar{b}} + 8Ei(-2\bar{b})\bar{b}^5 + 20\bar{b}^2 - 15\bar{b} + 6 \right), \\
 A_2 &= 30 \left((-4\bar{b}^3 + 2\bar{b}^2 - 2\bar{b} + 3)e^{-2\bar{b}} + 8Ei(-2\bar{b})\bar{b}^4 + 8\bar{b} - 3 \right), \\
 A_3 &= \frac{8\varepsilon(1-\rho)}{3\bar{\lambda}} \left((-2\bar{b}^2 + \bar{b} - 1)e^{-2\bar{b}} + 4Ei(-2\bar{b})\bar{b}^3 - 3\bar{b} + 1 \right) + \frac{2\bar{b}(\bar{h} + 4\varepsilon(1-\rho))}{\bar{\lambda}} + 1,
 \end{aligned} \tag{18}$$

де $Ei(\dots)$ – інтегральна експонента.

Скінченноелементна реалізація методу

Аналітичні обчислення за формулами (13), (14) неефективні, оскільки потребують багатозразового інтегрування громіздких виразів, що містять спеціальні функції.

Тому розроблено алгоритм числової реалізації ітераційного процесу (13)–(16), який ґрунтується на апроксимації розв’язку скінченними елементами [10, 12, 13]:

$$\begin{aligned}
 \bar{T}_i^{(k+1)} &= \frac{\Delta^2}{4} \sum_{j=0}^{i-1} \left(2 \sum_{m=0}^j (\theta_m^{(k)} + \theta_{m+1}^{(k)}) - \theta_j^{(k)} - \theta_{j+1}^{(k)} \right) + \\
 &+ \left(Q_i^{(k)} - \frac{\Delta}{2} \sum_{j=0}^{i-1} (\theta_j^{(k)} + \theta_{j+1}^{(k)}) \right) (\bar{y}_i + \bar{b}) + 1,
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 J_i^{+(k+1)}(\mu) &= \frac{e^{-\frac{\bar{y}_i}{\mu}}}{\mu} \left(f_0^{(k)} v_0(\mu) + \sum_{j=1}^{i-1} f_j^{(k)} (v_j(\mu) + w_{j-1}(\mu)) + f_i^{(k)} w_{i-1}(\mu) + \mu e^{-\frac{\bar{b}}{\mu}} \right), \\
 J_i^{-(k+1)}(\mu) &= \frac{e^{-\frac{\bar{y}_i}{\mu}}}{\mu} \left(-f_i^{(k)} v_i(\mu) - \sum_{j=i+1}^{N-1} f_j^{(k)} (v_j(\mu) + w_{j-1}(\mu)) - f_N^{(k)} w_{N-1}(\mu) + \right. \\
 &\left. + \mu e^{\frac{\bar{b}}{\mu}} \left(\varepsilon J_B(\bar{T}_i^{(k)} \Big|_{\bar{y}_i=\bar{b}}) + 2\rho \int_0^1 p(\mu, \mu') J_i^{+(k)}(\mu) \mu' d\mu' \Big|_{\bar{y}_i=\bar{b}} \right) \right),
 \end{aligned} \tag{20}$$

де використано позначення $\Delta = 2\bar{b}/N$, N – кількість інтервалів відрізка $[-\bar{b}, \bar{b}]$, розділеного точками \bar{y}_i , $i = 0, 1, \dots, N$.

$$v_j(\mu) = -\frac{\mu}{\Delta} \left((\Delta + \mu) e^{\frac{\bar{y}_j}{\mu}} - \mu e^{\frac{\bar{y}_{j+1}}{\mu}} \right), \quad w_j(\mu) = \frac{\mu}{\Delta} \left((\Delta - \mu) e^{\frac{\bar{y}_{j+1}}{\mu}} + \mu e^{\frac{\bar{y}_j}{\mu}} \right). \tag{21}$$

Застосування скінченноелементного методу забезпечує достатню точність обчислень, дає змогу істотно підвищити швидкість практичних розрахунків.

Числове дослідження температурного поля та інтенсивності випромінювання в об’ємі шару

Отриманий ітераційний розв’язок (19), (20) застосовували для дослідження теплообміну в діелектричному шарі, що обмінюється теплом та ІЧ-випромінюванням із зовнішнім середовищем, залежно від теплофізичних і радіаційних властивостей шару та радіаційних властивостей його поверхонь.

На рис. 1, для прикладу, подані залежності інтенсивності випромінювання $J^+(\bar{y}, \mu)$ (суцільні лінії) та $J^-(\bar{y}, \mu)$ (штрихові лінії) від координати \bar{y} за різних значень кута $\alpha = \arccos(\mu) = [0; \pi/6; \pi/4; \pi/3]$ радіан (криві 1, 2, 3, 4 відповідно).

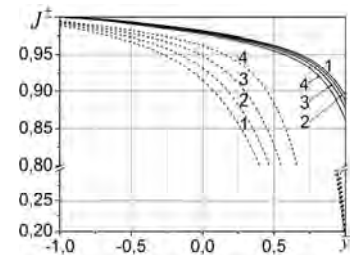


Рис. 1. Розподіл інтенсивності випромінювання у шарі для різних кутів α

Рис. 2 ілюструє вплив теплопровідності $\lambda = [0,5; 1,2; 2,0] W/mK$ (рис. 2, а) та товщини шару $\bar{b} = [0,1; 0,5; 3,5]$ (рис. 2, б), (криві 1, 2, 3 відповідно) на розподіли відносних змін температури $\Delta\bar{T}(y) = (T_0 - T(y))/T_0 \equiv 1 - \bar{T}(y)$ (суцільні лінії) та радіаційної температури $\Delta\bar{T}^r(y) = 1 - \bar{T}^r(y)$ (штрихові лінії), де нормована радіаційна температура визначається як: $\bar{T}^r(\bar{y}) \equiv \left(\int_{-1}^1 J(\bar{y}, \mu) d\mu / 2 \right)^{1/4}$.

Координатні залежності приросту температури $\Delta\bar{T}$ (суцільні лінії) та $\Delta\bar{T}^r$ (штрихові лінії) для різних значень об'ємних коефіцієнтів розсіювання $\sigma = [1500; 4500; 7500] m^{-1}$ (рис. 3, а) та поглинання $\kappa = [2500; 5500; 8500] m^{-1}$ (рис. 3, б), (криві 1, 2, 3, 4 відповідно) показано на рис. 3.

Рис. 4 ілюструє вплив поверхневих коефіцієнтів чорноти $\varepsilon = [0; 0,5; 0,9]$ (рис. 4, а) та розсіювання $\rho = [0; 0,5; 0,9]$ (рис. 4, б), (криві 1, 2, 3, 4 відповідно) на $\Delta\bar{T}$ та $\Delta\bar{T}^r$ (штрихові лінії).

Значення інших параметрів, за винятком наведених до рисунків, приймали сталими, так: $\lambda = 0.7 W/(mK)$; $\sigma = 1500 m^{-1}$; $\kappa = 2500 m^{-1}$; $\varepsilon = 0.1$; $\rho = 0.1$; $\bar{b} = 3$.

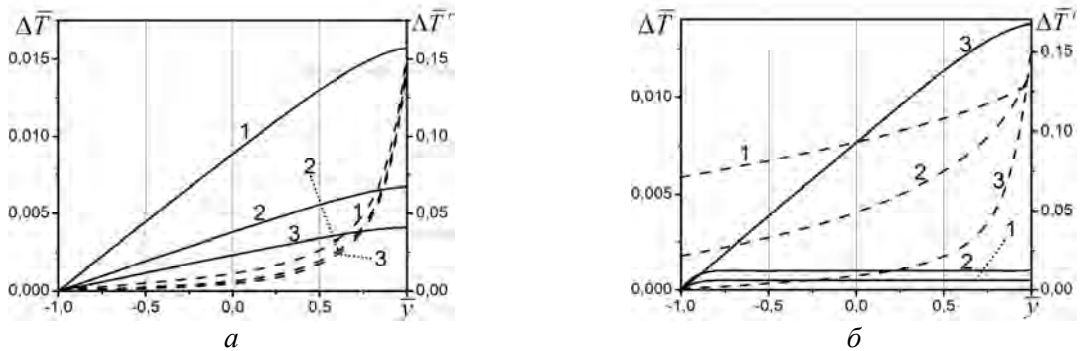


Рис. 2. Розподіли температури та радіаційної температури за різних значень коефіцієнта теплопровідності та зведеної товщини шару

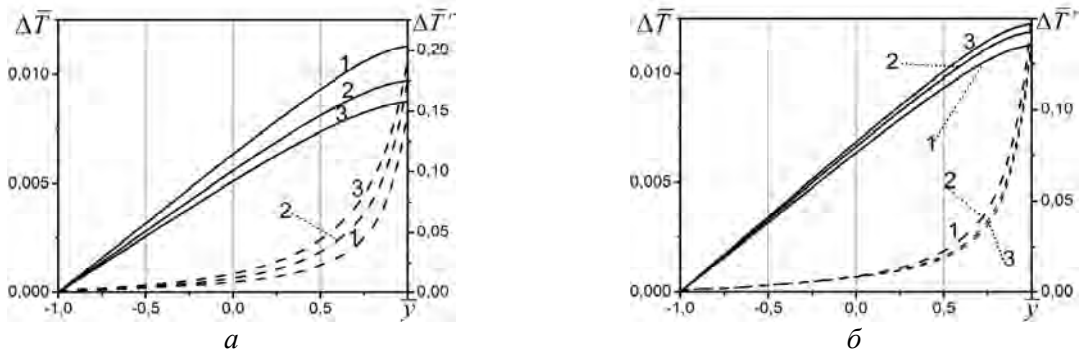


Рис. 3. Розподіли температури та радіаційної температури за різних значень коефіцієнтів об'ємного розсіювання та поглинання

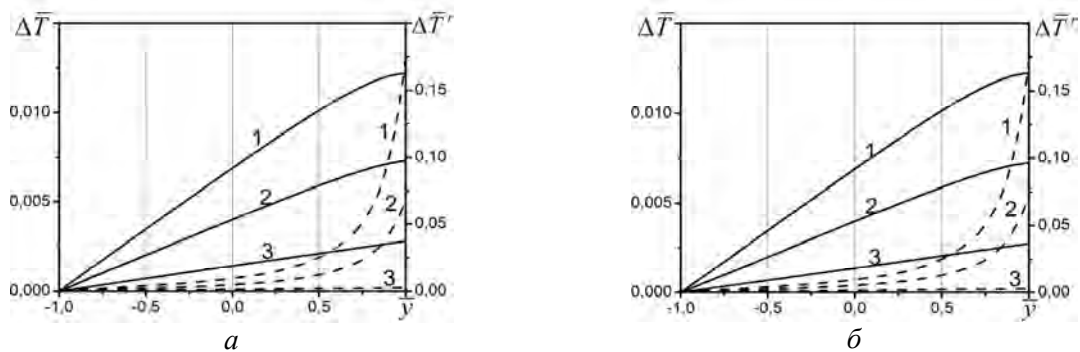


Рис. 4. Розподіли температури та радіаційної температури за різних значень коефіцієнтів чорноти та поверхневого розсіювання

Проведені числові дослідження показали істотний вплив теплопровідності λ та товщини шару \bar{b} , а також об'ємних (σ та κ) і поверхневих (ε та ρ) радіаційних властивостей на тепловий потік й інтенсивність ІЧ випромінювання в шарі. Відтак ці параметри впливатимуть на його теплозахисні властивості.

Теплозахисні властивості шару

Теплозахисні властивості шару оцінюватимемо за величиною потоку теплової енергії, яка надходить у зовнішнє середовище через поверхню $y=b$ [13]. Цей потік містить дві складові: конвективну q_{out}^{conv} та радіаційну q_{out}^r :

$$q_{out}^{conv} = h(T(b) - T_c), \quad (22)$$

$$q_{out}^r = \varepsilon \sigma_{SB} n_c^2 T(b)^4 + 2\pi(1-\varepsilon)(1-\rho) \int_0^1 I^+(y, \mu) \mu d\mu, \quad (23)$$

де n_c – показник заломлення зовнішнього середовища, приймемо $n_c = 1$.

Перший доданок у правій частині співвідношення (23) виражає потік енергії ІЧ-випромінювання поверхні $y=b$, а другий – потік ІЧ-випромінювання, яке надходить у зовнішнє середовище через поверхню $y=b$ із об'єму шару

Теплоізоляційні властивості шару визначає відношення сумарного теплового потоку $q_{out}^{conv} + q_{out}^r$ із шару в зовнішнє середовище до сумарного теплового потоку $q_0^{conv} + q_0^r$, який би надходив у зовнішнє середовища з абсолютно чорної поверхні з температурою T_0 :

$$\bar{q}_{out} = \frac{h(T(b) - T_c) + \varepsilon \sigma_{SB} n_c^2 T(b)^4 + 2\pi(1-\varepsilon)(1-\rho) \int_0^1 I^+(y, \mu) \mu d\mu}{h(T_0 - T_c) + \sigma_{SB} n_c^2 T_0^4}. \quad (24)$$

Ступені захисту покриву за конвективною та радіаційною складовими теплообміну характеризуватимемо коефіцієнтами

$$\bar{q}_{out}^{conv} = \frac{q_{out}^{conv}}{q_0^{conv}} = \frac{h(T(b) - T_c)}{h(T_0 - T_c)}, \quad \bar{q}_{out}^r = \frac{q_{out}^r}{q_0^r} = \frac{\varepsilon \sigma_{SB} n_c^2 T(b)^4 + 2\pi(1-\varepsilon)(1-\rho) \int_0^1 I^+(y, \mu) \mu d\mu}{\sigma_{SB} n_c^2 T_0^4}. \quad (25)$$

На рис. 5 побудовано залежності параметрів \bar{q}_{out}^r (крива 1), \bar{q}_{out}^{conv} (крива 2) \bar{q}_{out} (крива 3), які визначають теплоізоляційні властивості шару, від його теплопровідності, товщини та радіаційних властивостей поверхні.

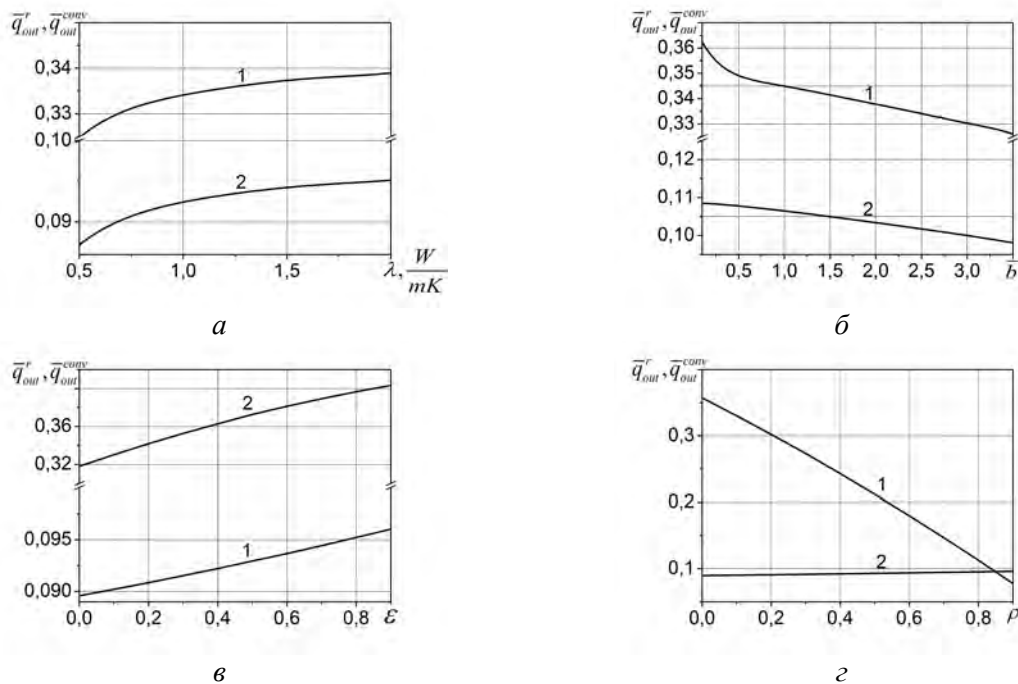


Рис. 5. Залежність параметрів, які визначають теплозахисні властивості шару, від коефіцієнта теплопровідності λ (а), товщини \bar{b} (б) і радіаційних властивостей поверхні ε (в) та ρ (з)

Висновки

Проведені дослідження показали істотну залежність температурного поля та інтенсивності ІЧ-випромінювання у шарі від його об'ємних і поверхневих радіаційних властивостей, а також від коефіцієнта теплопровідності та його товщини.

Теплозахисні властивості ізоляційних матеріалів визначають конвективна та радіаційна складові теплового потоку, що проходить через теплоізоляційний шар у зовнішнє середовище. Співвідношення між цими складовими істотно залежить від радіаційних і теплофізичних властивостей діелектричного плоского шару. За високих температур радіаційна складова переважає.

Запропонований підхід для кількісної оцінки теплоізоляційних властивостей шару можна використати для розроблення методів оптимального проектування багатощарових, волокнистих та стільникових теплозахисних структур.

1. Maziar D. Convection-radiation heat transfer in solar heat exchangers filled with a porous medium: Homotopy perturbation method versus numerical analysis / D. Maziar, R. Yousef, D. Davood et al. // *Renewable Energy*. – 2015. – Vol. 74. – P. 448–455
2. Розененкова В. А. Керамические покрытия для градиентных высокотемпературных теплозащитных материалов / В. А. Розененкова, Ст. С. Солнцев, Н. А. Миронова, С. В. Гаврило // *Стекло и керамика*. – 2013. – № 1. – С. 29–33.
3. Daryabeigi K. Combined Heat Transfer in High-Porosity High Temperature Fibrous Insulations: Theory and Experimental Validation / K. Daryabeigi // *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. – 2011. Vol. 2, № 4. – P. 536–546.
4. Бородай М. В. Дослідження впливу температури на оптичні характеристики теплозахисної ізоляції космічного корабля багаторазового використання / М. В. Бородай, І. Д. Коломієць, Д. М. Бородай // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – 2011. – № 1. – С. 29–34.
5. Гусарова И. А. Изучение теплоизоляционных свойств термостойких материалов для возвращаемых космических аппаратов / И. А. Гусарова, Т. А. Манько // *Вісник Дніпропетровського університету. Серія : Ракетно-космічна техніка*. – 2014. – Т. 22, Вип. 17(1). – С. 35–41.
6. Гусарова И. А. Выбор теплоизоляции многослойных теплозащитных конструкций, возвращаемых космических аппаратов / И. А. Гусарова, Т. А. Манько // *Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки*. – 2014. – Т. 17. – С. 54–62.
7. Мокрецова И. А. Математическое моделирование и оптимизация процесса теплопереноса в многослойных теплозащитных покрытиях многоразовых космических аппаратов / И. А. Мокрецова, А. В. Зув // *Все материалы. Энциклопедический справочник с приложением «Комментарии к стандартам, ТУ, сертификатам»*. – 2012. – № 5. – С. 61–64.
8. Оцисик М. Н. Сложный теплообмен / М. Н. Оцисик // *Москва: Мир*. – 1976. – 605 с.
9. Чекурін В. Ф. Моделювання стаціонарного кондуктивно-променевого теплообміну в кусково-однорідному плоскому шарі / В. Ф. Чекурін, Ю. В. Бойчук // *Відбір і обробка інформації*. – 2013. – Вип. 38. – С. 32–39.
10. Чекурін В. Ф. Ітераційний метод розв'язування нелінійних задач кондуктивно-променевого теплообміну в плоскому шарі / В. Ф. Чекурін, Ю. В. Бойчук // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології*. – 2015. – № 21. – С. 241–249.
11. Zhang Y. Natural element method analysis for coupled radiative and conductive heat transfer in semitransparent medium with irregular geometries / Y. Zhang, H. L. Yi., H. P. Tan // *International Journal of Thermal Sciences*, 2014, 76 – P. 30–42.
12. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / пер. с англ.; Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
13. Чекурін В. Ф. Теплообмін у шарі, що поглинає, випромінює та розсіює ІЧ-радіацію в об'ємі і на поверхні / В. Ф. Чекурін, Ю. В. Бойчук // *Відбір і обробка інформації*. – 2015. – № 43. – С. 5–11.