

М. П. Карпінський¹, В. М. Чиж², С. М. Балабан²

¹Університет в м. Бельсько-Бяла,

Державна вища професійна школа, м. Новий Сонч,

²Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,
кафедра графічного моделювання

АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ВЕЛИЧИНИ ЗМІНИ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ У БЕЗДРОТОВИХ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖАХ

© Карпінський М. П., Чиж В. М., Балабан С. М., 2014

Проаналізовано геометричні моделі бездротових сенсорних мереж, створених у віртуальному просторі для аналізу функціонування окремих інформаційних вузлів та усієї мережі. Запропоновано аналітичний метод дослідження зміни параметрів сигналів з використанням геометричних моделей, в основу побудови яких покладено чотириточкові симплекси. Доведено доцільність використання аналітичного методу для дослідження зміни сили сигналів інформаційних вузлів.

Ключові слова: бездротова сенсорна мережа, інформаційний вузол, сигнальна точка, візуалізація геометрична модель, фізичний зв'язок, чотириточковий симплекс, трансформація, формула Нікколо Тартальї, визначник Келі–Менгера.

ANALYTICAL METHOD OF RESEARCH CHANGES IN SIGNAL PARAMETERS IN WIRELESS SENSOR NETWORKS

© Karpinsky M., Chyzh V., Balaban S., 2014

The geometric models of wireless sensor networks have been analysed, which were created in the virtual space to estimate the functioning of individual information nodes and the network as a whole. The analytical method of research changes in signal parameters using geometric models has been suggested, the four-simplex was used as basis during construction. The expediency use of the analytical method for the study of changes in signal strength information nodes has been proved.

Key words: wireless sensor networks, data node, signaling point, visualization of geometric models, physical connection, simplex, transformation, Niccolo Tartaglia formula, Cayley-Menger determinant.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Використання геометричних моделей бездротових сенсорних мереж (БСМ) спрощує вирішення проблем і завдань, які постають перед спеціалістами на стадії їх проектування, налагодження та експлуатації. Зокрема, в літературних джерелах [1, 2] описано приклади використання геометричних моделей для розроблення енергоощадних маршрутів передавання інформації та механізмів контролю за параметрами сигналів інформаційних вузлів (ІВ). Для цього використовують квадратну модель. У такому моделюванні конфігураційний простір представляють точки, розміщені у вершинах квадратів. Як зазначають дослідники, така модель не є оптимальною, оскільки передбачає переміщення тільки у вертикальному і горизонтальному напрямках, що значно збільшує довжину шляху переміщення інформації, а відповідно, енергетичні затрати на функціонування БСМ загалом.

Щоб уможливити планування переміщення інформації у трьох напрямках, використовують гексагональну сітку [3, 4] розміщення ІВ. Однак така модель передбачає збільшення кількості ІВ на одиниці площі, а відповідно і вартості апаратної складової БСМ на 10 %. Розглянуті геометричні

моделі БСМ не дають змоги аналізувати зміни параметрів сигналів ІВ, що не сприяє підвищенню надійності роботи БСМ і не забезпечує належного рівня захищеності інформації.

Для дослідження параметрів сигналів ІВ, зокрема сили сигналів, пропонуються геометричні моделі, для створення яких використовують методи обчислювальної геометрії, зокрема геометрії відстаней, яка дає змогу на основі факту існування співвідношень між вимірюваними відстанями досліджувати внутрішні властивості геометричних фігур. Зокрема, запропоновано для моделювання мережі використовувати планарні граfi у вигляді трикутників. Для побудови таких моделей використовують метод триангуляції Делоне. Геометричні моделі, побудова яких ґрунтується на вказаних закономірностях, дозволяють простежити атаки на ІВ, зокрема так звані атаки-червоточини, пов'язані з одночасним руйнуванням сигналів ряду ІВ. Відомо, що такі моделі не дозволяють виявляти окремі ІВ, сигнали яких зруйновані.

Для одержання можливості візуалізації атаки на сигнал окремого ІВ або обмеженої групи ІВ використовують геометричну модель, в якій ІВ у конфігураційному просторі представлений сигнальними точками (СТ), розміщеними у вершинах рівносторонніх трикутників ${}_i\Delta_k^j$. Сторони таких трикутників є фізичними зв'язками (ФЗ) $l_{ij} = l_{ik} = l_{jk}$.

Оскільки в основу запропонованих геометричних моделей покладено плоскі фігури, які в разі збільшення розмірів їх елементів не можуть трансформуватися в об'ємні геометричні фігури [5], отже, непридатні для візуалізації окремих ІВ, параметри яких змінюються.

Основна частина

Запропоновано геометричну модель БСМ, для побудови якої використовують чотириточкові симплекси-ромби. При цьому кожен два сусідні трикутники геометричної моделі БСМ об'єднують у чотириточкові симплекси ${}_j[4C]_p^k$ з вершинами i, j, k, p . Під час переміщення СТ, що розміщені у вершинах таких симплексів, можуть трансформуватися у відрізки прямої лінії, чотирикутники або трикутні піраміди.

Чотири вершини отриманого симплекса-ромба ${}_j[4C]_p^k$ з'єднані п'ятьма ФЗ l (чотири сторони і мала діагональ) та одним геометричним зв'язком (ГЗ) довжиною $d = \sqrt{3}l$ (велика діагональ). Довжини ФЗ визначаються характером роботи ІВ і тому їхні довжини визначають положення СТ в симплексі. ГЗ не можуть змінювати форму симплекса. Він вказує лише відстань між двома його протилежними вершинами, яку вимірюють у площині симплекса.

Якщо робота ІВ стабільна, у симплексі фіксується двомірний евклідов простір із ФЗ довжиною l . ФЗ визначаються характером роботи ІВ, які формують симплекс і визначають положення СТ, які представляють ці ІВ. Зміни в роботі ІВ призводять до зміни ФЗ у симплексі. Отже, геометрія симплекса змінюється внаслідок зміни параметрів сигналів одного або декількох ІВ.

Зміна довжини ФЗ приводить до переміщення відповідних СТ, отже, відбувається трансформація простору симплекса навколо СТ, які візуально визначають у конфігураційному просторі комп'ютера ІВ, параметри сигналів яких зазнали змін. У поданій мережі можуть одночасно існувати три типи симплексів: з відсутньою трансформацією (0Тр) (рис. 1, а), з частковою трансформацією (ЧТр) (рис. 1, б), з повною трансформацією (ПТр) (рис. 1, в) [6, 7].

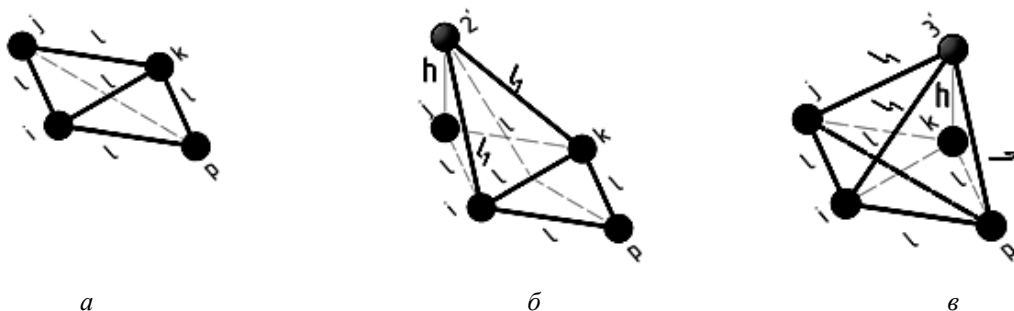


Рис. 1. Види трансформацій симплекса: а – з відсутньою трансформацією; б – з частковою трансформацією; в – з повною трансформацією

Наявність симплексів з ОТр вказує на те, що ці симплекси не мають видовження. ФЗ. У симплексах з ЧТр один трикутник розміщений в області трансформації, а інший поза нею. Трансформація такого симплекса приводить до утворення тривимірного геометричного об'єкта, який складається із двох трикутників вздовж спільної основи – ФЗ, який не змінюється і залишає нерухомими кінці відрізка (СТ). симплекси з ПТр не можуть бути реалізовані у двовимірному просторі. Вони утворюють тривимірні геометричні об'єкти у вигляді трикутних пірамід (тетраєдрів). В основі такої піраміди – три нерухомі СТ, з'єднані двома ФЗ l і ГЗ d .

Об'єм трансформованого симплекса $V_{i,j,k,p}$ представляють як функцію видовження ФЗ Δl :

$$V_{i,j,k,p} = V(\Delta l), \quad (1)$$

Об'єм тетраедра:

$$V(\Delta l) = \frac{1}{3} S_{i,j,k} \cdot H, \quad (2)$$

де H – висота тетраедра, м; $S_{i,j,k}$ – площа основи тетраедра (в нашому випадку рівностороннього трикутника, довжина сторони якого дорівнює l_{ij} (м)). Для визначення площі основи тетраедра використовуємо узагальнену формулу Герона:

$$S_{ijk}^2 = \frac{(-1)^2}{2^2(2!)^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & l_{ik}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & l_{jk}^2 \\ -1 & l_{ik}^2 & l_{jk}^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для визначення об'єму тетраедра V_{ijkp} використовують формулу Ніколо Тартальї:

$$V_{ijkp}^2 = \frac{(-1)^3}{2^3(3!)^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & l_{ik}^2 & l_{ip}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & l_{jk}^2 & l_{jp}^2 \\ -1 & l_{ik}^2 & l_{jk}^2 & 0 & l_{kp}^2 \\ -1 & l_{ip}^2 & l_{jp}^2 & l_{kp}^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Залежність (4) представляє величину трансформації БСМ у двовимірному евклідовому просторі. Для n -вимірного евклідового простору залежність (4) набуває вигляду:

$$V_{i\dots n+1}^2 = \frac{1}{2^2(n!)^2} \cdot (-1)^{n-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & \dots & l_{i\dots n+1}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & \dots & l_{j\dots n+1}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & l_{i\dots n+1}^2 & l_{j\dots n+1}^2 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

де n – вимірність моделювання БСМ; $\frac{1}{2^2(n!)^2}$ – коефіцієнт; $(-1)^{n-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & \dots & l_{i\dots n+1}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & \dots & l_{j\dots n+1}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & l_{i\dots n+1}^2 & l_{j\dots n+1}^2 & \dots & 0 \end{pmatrix}$ –

діагональний визначник Келі–Менгера.

Для візуалізації трансформації об'ємних БСМ ця залежність набуває вигляду:

$$V_{i\dots n+1}^2 = \frac{(-1)^4}{2^4(4!)^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l_{ij}^2 & l_{ik}^2 & l_{ip}^2 & l_{ij}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & 0 & l_{jk}^2 & l_{jp}^2 & l_{ji}^2 \\ -1 & l_{ik}^2 & l_{jk}^2 & 0 & l_{kp}^2 & l_{kj}^2 \\ -1 & l_{ip}^2 & l_{jp}^2 & l_{kp}^2 & 0 & l_{pj}^2 \\ -1 & l_{ij}^2 & l_{ji}^2 & l_{pj}^2 & l_{kj}^2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для візуалізації трансформації двовимірних БСМ відкалібровують всі ребра симплексів щодо прийнятої відповідності, що шумовому сигналу ω відповідає відрізок $l_0 = l(\omega)$. Нехай $l_j = dl_0$, а довжина, яка відповідає сигналу $\varepsilon - l_\varepsilon = \beta l_0$. Тоді зміну довжини ФЗ між двома СТ представляють довжиною

$$l = (2d+1)l_0 \quad (7)$$

а ГЗ – довжиною

$$d = \sqrt{3}l = (2d+1)l_0\sqrt{3}(d^2 = 3l^2) \quad (8)$$

Після зміни сили сигналу ІВ отримують такі видовження:

– ФЗ після видовження

$$-l_1 = \sqrt{k}l, \quad (9)$$

$$k = (1 + \delta)^2, \quad (10)$$

$$\delta = \frac{l_\varepsilon}{l} = \frac{\beta}{2d+1} \quad (11)$$

де δ – коефіцієнт, який визначає відносне видовження ФЗ внаслідок зміни сили сигналу ІВ.

ГЗ після видовження описують залежністю:

$$d_1 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4k-1}}{2}l, \quad (12)$$

або

$$d_1^2 = (k + \gamma)l^2, \quad (13)$$

де

$$\gamma = \frac{1 + \sqrt{12k-3}}{2}. \quad (14)$$

Отже, після зміни сили сигналу три типи симплексів із вершинами в точках i, j, k, p матимуть такі довжини ребер:

– симплекс без видовження ФЗ: $l_{ij} = l_{ip} = l_{kp} = l_{ik} = l, \quad l_{jk} = d$;

– симплекс із двома видовженими ФЗ: $l_{ij} = l_{ip} = l_{jp} = l, \quad l_{ik} = l_{pk} = l_1, \quad l_{jk} = d_1$;

– симплекс із трьома видовженими ФЗ: $l_{ij} = l_{ik} = l, \quad l_{ip} = l_{jp} = l_{kp} = l_1, \quad l_{jk} = d$.

Із визначника Келі–Менгера, наведеного в залежності (4), отримуємо три визначники: $\Delta_0(4C)$, $\Delta_2(4C)$, $\Delta_3(4C)$ (нижній індекс вказує на кількість ФЗ, які видовжуються), які після введення параметрів:

$$K_1 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ 1, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C); \end{cases} \quad K_2 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ 1, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C); \end{cases} \quad (15)$$

$$K_3 = \begin{cases} 3, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k + \gamma, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ 3, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C); \end{cases} \quad K_4 = \begin{cases} 1, & \Delta(4C) = \Delta_0(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_2(4C); \\ k, & \Delta(4C) = \Delta_3(4C); \end{cases}$$

Запишемо одним визначником $\Delta(4C)$ 5-го порядку:

$$\Delta(4C) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & l^2 & k_1 l^2 & k_2 l^2 \\ -1 & l^2 & 0 & k_1 l^2 & k_3 l^2 \\ -1 & k_1 l^2 & k_1 l^2 & 0 & k_4 l^2 \\ -1 & k_2 l^2 & k_3 l^2 & k_4 l^2 & 0 \end{vmatrix}, \quad (16)$$

Використовуючи властивості визначників, (16) зводимо до симетричного визначника третього порядку:

$$\Delta(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & k_3 - k_2 - 1 \\ -1 & -2k_1 & k_4 - k_3 - k_1 \\ k_3 - k_2 - 1 & k_4 - k_3 - k_1 & -2k_2 \end{vmatrix}, \quad (17)$$

Для (4C) без видовження ФЗ: $k_1 = k_2 = k_4 = 1$ і $k_3 = 3$.. Об'єми таких симплексів дорівнюють нулю, внаслідок того, що

$$\Delta(4C) = \Delta_0(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0, \quad (18)$$

Визначник $\Delta_2(4C)$ для симплексів із двома функціональними зв'язками визначається параметрами: $k_1 = 1$, $k_2 = k_4 = k$, $k_3 = k + \gamma$, і також дорівнює нулю, тому що:

$$\Delta(4C) = \Delta_2(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & -1 & \gamma - 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ \gamma - 1 & -1 & -2k \end{vmatrix} = -l^6(\gamma^2 - \gamma + 1 - 3k) \quad (19)$$

$$\text{Оскільки } \gamma^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{12k - 3}}{2} \right)^2 = \frac{\sqrt{12k - 3} + 12k - 3}{4} = 3k + \frac{\sqrt{12k - 3} - 1}{2} = 3k + \gamma - 1, \quad (20)$$

$$\text{отримуємо } \Delta_2(4C) = -2l^6(3k + \gamma - 1 - \gamma + 1 - 3k) = 0, \quad (21)$$

Рівність нулю визначника вказує на те, що об'єми симплексів із двома зміненими ФЗ також дорівнюють нулю, тобто трансформовані у такий спосіб симплекси залишаються плоскими геометричними об'єктами і не здійснюють структурних змін конфігураційного простору.

Для симплексів із трьома зміненими функціональними зв'язками визначник $\Delta(4C) = \Delta_3(4C)$ із параметрами $k_1 = k_4 = k$, $k_2 = 1$, $k_3 = 3$ дорівнюватиме:

$$\Delta_3(4C) = l^6 \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -1 & 2k & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6l^6(k - 1), \quad (22)$$

$$\text{де } k = (1 + \delta)^2 \text{ і } \delta = \frac{l_\varepsilon}{l} = \frac{\beta}{2d + 1}.$$

Відмінність від нуля визначника, а, отже, і об'єму симплекса, вказує, що трансформація (4C) із трьома ФЗ, які змінюються, приводить до утворення тривимірного геометричного об'єкта – трикутної піраміди. Простір змодельованої БСМ матиме локальне викривлення з епіцентром в СТ, яка є представником у конфігураційному просторі ІВ, сила сигналу якого зазнала змін.

Відповідно до запропонованого методу візуалізації зменшення сили сигналу ІВ призводить до збільшення об'єму трансформованого у тригранну піраміду симплекса. За умови незмінності площі основи піраміди при цьому збільшується висота піраміди H . Тому H називають показником трансформації. Коли сила сигналу досягає мінімально критичного значення, експлуатація ІВ стає

недоцільною, а показник трансформації набуває максимального значення H_{max} . Отже, встановивши на основі фізичних характеристик ІВ та умов експлуатації БСМ H_{max} і залежність між V_{ijk} , S_{ijk} і H , одержують можливість аналізувати надійність роботи окремих ІВ і БСМ загалом. Для встановлення вказаної залежності використовують рівняння (2), оскільки за умовою основа піраміди – рівносторонній трикутник зі стороною l_{ij} , і рівняння набуває вигляду:

$$S_{ijk} = \frac{\sqrt{3}}{4} l_{ij}^2 \quad (23)$$

Тоді (2) представляють у вигляді:

$$V(\Delta l) = \frac{\sqrt{3}}{12} l_{ij}^2 \cdot H \quad (24)$$

Звідси одержують:

$$H = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V(\Delta l)}{l_{ij}^2} \quad (25)$$

Висновки

Одержані залежності дають змогу, встановивши на основі фізичних характеристик ІВ та умов експлуатації БСМ H_{max} , аналізувати надійність роботи окремих ІВ і БСМ загалом. А використання чотириточкових симплексів для геометричного моделювання БСМ дає можливість аналізувати трансформацію процесів, організовувати візуальні спостереження за відповідними параметрами ІВ у комп'ютерному середовищі.

1. Дорошенко А. Е. О моделировании сенсорных сетей средствами высокого уровня / А. Е. Дорошенко, К. А. Жереб, Р. С. Шевченко // Проблемы програмування: матер. п'ятої Міжнар. наук.-практ. конф. з програмування Укр. ПРОГ ' 2006, м. Київ, 23-25 трав. 2006 р. – К.: НАН України. Ін-т програмних систем. – 2006. – № 2–3. – С.718–727. 2. Chinh T. Delaunay-triangulation based complete coverage in wireless sensor networks / Chinh T. Vu, Yingshu Li // PERCOM '09 Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications. – 2009. – P. 1–5. 3. Dragoş I. Săcăleanu Increasing lifetime in grid wireless sensor networks through routing algorithm and data aggregation techniques / Dragoş I. Săcăleanu, Dragoş M. Ofrim, Rodica Stoian, Vasile Lăzărescu // International Journal of Communications. – 2011. – Issue 4.: Volume 5. – P. 157–164. 4. Бакин Е. А. Повышение эффективности сбора информации в беспроводных сенсорных сетях на основе оптимизации расписания: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.13.01 “Системный анализ, управление и обработка информации” / Бакин Евгений Александрович; Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения. – СПб., 2012. – 19 с. 5. Чиж В. Геометричне моделювання деяких атак на сигнали у бездротових сенсорних мережах / В. Чиж, О. Демчишин, М. Карпінський, С. Балабан // Прикладна геометрія та інженерна графіка: матер. 14 міжнар. наук.-практ. конф. – Мелітополь, ТДАУ, 2012. – Вип. 4. – С. 195–201. 6. Методи геометричного моделювання бездротових сенсорних мереж для аналізу сили сигналів інформаційних вузлів / М. П. Карпінський, В. М. Чиж, С. М. Балабан, Т. О. Яремчук // Вісник Східноукраїнського нац. ун-ту ім. Володимира Даля. – Луганськ: Видавництво СНУ ім. Володимира Даля, 2013. – Вип. № 15(204), ч.1. – С. 69–76. 7. Чиж В. М. Контроль та візуалізація стану функціональної безпеки інформаційних систем із застосуванням бездротових сенсорних мереж / В. М. Чиж, М. П. Карпінський, С. М. Балабан // Прикладная радиоэлектроника. – Х.: Харьковский национальный университет радиоэлектроники, 2013 – Т. 12, № 2. – С. 356–362.