

Формування фахівців у сфері інформаційної безпеки, які володіють сучасними засобами як захисту, так і зламу комп'ютерних систем, дає змогу підвищити обороноздатність країни, адже кібервійна практично завжди супроводжує будь-які військові дії.

1. Піскозуб А.З. Використання тестування на проникнення в комп'ютерні мережі та системи для підняття їх рівня захищеності // *Матеріали третьої міжнародної науково-практичної конференції FOSS Lviv 2013.*, – Львів, 2013. 2. Kennedy D., O’Gorman J. *Metasploit. The penetration tester’s guide.* – No starch press, San Francisco, 2011. 3. Pritchett W., Smet D. *Kali Linux Cookbook – Birmingham-Mumbai*, Puckt Publishing, 2013. 4. *Kali Linux.* <https://kali.org> 5. *Metasploitable 2.* <https://community.rapid7.com/docs/DOC-1875>.

УДК 004.032.026

П. В. Тимощук

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра систем автоматизованого проектування

АНАЛІЗ МОДЕЛІ ШВИДКІСНОЇ АНАЛОГОВОЇ НЕЙРОННОЇ СХЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НАЙБІЛЬШИХ ЗА ЗНАЧЕННЯМИ З МНОЖИНИ СИГНАЛІВ

© Тимощук П. В., 2014

Проаналізовано моделі неперервного часу швидкісної аналогової нейронної схеми, придатної для ідентифікації K найбільших серед N невідомих сигналів, де $1 \leq K < N$, які можна розрізнити, із скінченними значеннями. Модель описується рівнянням стану з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Аналізуються існування та єдиність встановлених режимів, збіжність траєкторій змінної станів і час збіжності до KWTA-режиму. Порівняно модель з іншими близькими аналогами. Згідно з отриманими результатами, модель володіє вищою швидкістю збіжності до KWTA-режиму, ніж інші аналоги.

Ключові слова: модель неперервного часу, аналогова нейронна схема, розривна права частина, встановлений режим, час збіжності, KWTA-режим.

MODEL ANALYSIS OF FAST ANALOGUE NEURAL CIRCUIT OF LARGEST VALUE SIGNAL SET IDENTIFICATION

© Tymoshchuk P., 2014

An analysis of continuous-time model of high speed analogue K -winners-take-all (KWTA) neural circuit which is capable of identifying the K largest of unknown finite value N distinct inputs, where $1 \leq K < N$ is presented. The model is described by a state equation with discontinuous right-hand side and by an output equation. Existence and uniqueness of the steady-states, convergence of state-variable trajectories and convergence time to the KWTA operation are analyzed. The model comparison with other close analogs is given. According to obtained results, the model possesses a higher convergence speed to the KWTA operation than other comparable analogs.

Key words: continuous-time model, analogue neural circuit, discontinuous right-hand side, steady-state, convergence time, KWTA operation.

Вступ

Схеми типу “ K -winners-take all” (KWTA), як відомо, забезпечують вибір K найбільших з множини N вхідних сигналів, де $1 \leq K < N$ – позитивне ціле число [1]. У частковому випадку, коли

К дорівнює одиниці, КWТА-мережа є мережею типу “winner-takes-all” (WTA), що вибирає максимальний серед N вхідних сигналів [2, 3].

KWТА-нейронні мережі мають різноманітні застосування, зокрема в обробці даних і сигналів, у прийнятті рішень, для розпізнавання образів, у конкуруючому навчанні і сортуванні [4–6]. KWТА-мережі використовуються у телекомунікаціях [7] і візуальних системах [8], для розв’язання задач фільтрування [9], декодування [10], обробки зображень [11], кластеризації [12] і класифікації [13, 14]. KWТА-процеси застосовують у машинному навчанні, у навігації мобільних роботів, для видобування ознак [15, 16]. KWТА-механізми використовуються для моделювання пізнавальних феноменів і нейронних мереж, які формують сигнали у формі спалахів [17, 18].

Огляд літературних джерел

Порівняно з цифровими аналогами, KWТА-нейронні мережі неперервного часу, будучи схемотехнічно реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, можуть мати вищу швидкодію, бути компактнішими та ефективними за потужністю [19]. Для розв’язання KWТА-задачі було запропоновано багато різних аналогових нейронних мереж [1, 5, 20–22]. Зокрема модель неперервного часу KWТА-нейронної схеми, придатну для вибору K найбільших серед N невідомих входів, де $1 \leq K < N$, розміщених у заданому діапазоні зміни, було запропоновано в [21]. Функціонування такої моделі залежить від початкових умов змінної стану. Було отримано і змодельовано модифікацію цієї схеми [23]. На відміну від попередньої, модифікована схема є незалежною від початкових умов і використовує спрощену різницеву функцію. Комп’ютерне моделювання показує, що швидкість збіжності станів схеми до KWТА-режиму є близькою до такої швидкості однієї з найбільш швидкодіючих аналогових KWТА-нейронних мереж типу Хопфілда, тоді як обчислювальна складність і складність схемотехнічної реалізації схеми є нижчими, ніж у цієї мережі. Складність схемотехнічної реалізації схеми є близькою до такої складності однієї з найпростіших KWТА-мереж неперервного часу, тоді як час збіжності до KWТА-режиму стану схеми є нижчим, ніж такий час цієї мережі. У [24] було запропоновано модель схеми дискретного часу і відповідну цифрову структурно-функціональну нейронну схему.

Постановка задачі

Узагальнимо модель неперервного часу і відповідну структурно-функціональну схему аналогової KWТА-нейронної схеми. На відміну від попередніх версій, запропонованих у [21], [23], схема має бути придатна до вибору K найбільших серед N невідомих входів, де $1 \leq K < N$, розміщених у невідомому діапазоні зміни. Схема повинна описуватись диференційним рівнянням з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Результати комп’ютерного моделювання мають свідчити про те, що траєкторії змінної стану схеми є глобально стійкими і глобально збіжними до KWТА-режиму з будь-якого початкового значення. Схема повинна мати вищу швидкість збіжності змінної стану до KWТА-режиму, ніж інші аналоги.

Результати дослідження

Модель неперервного часу схеми

Узагальнимо модель неперервного часу аналогової KWТА-нейронної схеми, представлені в [23], на випадок ідентифікації K максимальних серед N невідомих входів, де $1 \leq K < N$, розміщених у невідомому діапазоні. Припустимо, що існує вхідний вектор $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T \in \mathfrak{R}^n$, $1 < N < \infty$ з невідомими елементами зі скінченними значеннями; ці входи є такими, що їх можна розрізнити і вони можуть бути впорядковані у спадному порядку за величиною, задовольняючи нерівності

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (1)$$

де n_1, n_2, \dots, n_N – невідомі значення першого найбільшого входу, другого найбільшого входу і т. д. аж до N -го найбільшого входу включно. Спроєктуємо модель неперервного часу аналогової нейронної схеми, яка повинна ідентифікувати K найбільших з цих входів, які називаються переможцями.

Спроектвана модель повинна обробляти вхідний вектор \mathbf{a} так, щоб після скінченного часу збіжності отримувався вихідний вектор $\mathbf{b} = (b_{n_1}, b_{n_2}, \dots, b_{n_N})^T$, який задовольняє наступну КВТА-властивість:

$$b_{n_i} > 0, i = 1, 2, \dots, K; \quad b_{n_j} < 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (2)$$

Покладемо, що виходи моделі подано у вигляді

$$\begin{aligned} b_{n_i} &= a_{n_i} - x > 0, i = 1, 2, \dots, K; \\ b_{n_j} &= a_{n_j} - x < 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

де x – скалярний динамічний зсув входів [21].

Опишемо модель спроектованої КВТА-нейронної схеми рівнянням стану:

$$dx/dt = \alpha(|x| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(x) - K \right) \quad (4)$$

і вихідним рівнянням

$$b_{n_k} = a_{n_k} - x, k = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

де

$$R(x) = \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \quad (6)$$

– різницева функція:

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

– ступінчаста функція: $\sum_{k=1}^N S_k(x)$ – кількість позитивних виходів моделі; α – коефіцієнт, який

можна використовувати для керування швидкістю збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму; p – постійний параметр, $-\infty < x_0 < \infty$ – початкова умова. Зазначимо, що рівняння стану (4) також можна подати у вигляді:

$$dx/dt = \gamma(|x| + c) \operatorname{sgn}(R(x)), \quad (8)$$

де

$$\operatorname{sgn}(R(x)) = \begin{cases} 1, & \text{if } R(x) > 0; \\ 0, & \text{if } R(x) = 0; \\ -1, & \text{if } R(x) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

– знакова (жорстко обмежувальна) функція; γ – коефіцієнт підсилення; c – постійний параметр.

Існування та єдиність КВТА-встановлених режимів

У встановленому режимі, коли $dx/dt = 0$, рівняння стану (4) перетворюється на рівняння рівноваги:

$$(|x| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(x) - K \right) = 0. \quad (10)$$

Проаналізуємо існування та єдиність КВТА-встановлених станів розв'язків рівняння стану (4) на основі рівняння рівноваги (10). Для цього сформулюємо і доведемо таку теорему.

Теорема 1. Розглянемо нерівності (1), рівняння стану (4) і рівняння рівноваги (10). Якщо $p > 0$, тоді існують КВТА-встановлені режими розв'язків рівняння стану (4).

Доведення. Згідно з (1), елементи входів a_{n_k} , $k = 1, 2, \dots, N$ є такими, які можна розрізнати. Тому існує таке постійне число $x^* \in \mathfrak{X}$, що $a_{K+1} \leq x^* < a_K$. Для x^* задовольняється рівність

$\sum_{k=1}^N S_k(x^*) - K = 0$, означаючи, що x^* є розв'язком рівняння рівноваги (10). Оскільки для кожного

$p > 0$ справджується нерівність $(|x| + p) > 0$, рівняння (10) має лише один розв'язок x^* . Беручи до

уваги (2) і (3), можемо стверджувати, що у встановленому режимі існують КВТА-виходи $b_{n_k} = a_{n_k} - x^*$, $k=1,2,3,\dots,N$ моделі (4), (5). Це означає, що x^* є КВТА-встановленим станом розв'язку рівняння стану (4).

Наслідок. Розв'язок рівняння стану (4) може набувати довільних скінченних значень на інтервалі $a_{K+1} \leq x^* < a_K$, задовольняючи рівність $\sum_{k=1}^N S_k(x^*) - K = 0$. Розв'язок x^* не єдиний, оскільки така рівність є справедливою для кожного $x^* \in [a_{K+1}, a_K)$. Отже, виходи $b_{n_k} = a_{n_k} - x$, $k=1,2,\dots,N$ також не єдині. Однак, КВТА-властивість (2) моделі (4), (5) визначається знаками виходів b_{n_k} , а не їх значеннями. Ці знаки єдині для кожного $a_{K+1} \leq x^* < a_K$. Тому модель (4), (5) володіє єдиною КВТА-властивістю (2).

Аналіз збіжності траєкторій змінної стану

Проаналізуємо збіжність траєкторій розв'язків рівняння стану (4) до КВТА-режиму за допомогою прямого методу Ляпунова [25, 26]. Наявність достатніх умов, які гарантують глобальну стабільність цих траєкторій і їх глобальну збіжність до КВТА-режиму, встановлює така лема.

Лема 1. Розглянемо рівняння стану (4). Якщо $\alpha > 0$ і $p > 0$, тоді для довільного початкового значення $-\infty < x_0 < \infty$ траєкторії розв'язків рівняння стану (4) є глобально стабільними у сенсі Ляпунова і глобально прямують до КВТА-режиму.

Доведення. За допомогою зсуву початку координат до точки рівноваги $x = x^*$ рівняння стану (4) можна подати в еквівалентній формі типу Персидського:

$$dr/dt = \alpha(|r| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(r) - K \right), \quad (11)$$

де $r = x - x^*$. Розглянемо таку функцію Ляпунова, пов'язану з (11):

$$V(r) = -\int_0^r \left(\sum_{k=1}^N S_k(\lambda) - K \right) d\lambda, \quad (12)$$

де

$$S_k(\lambda) = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{n_k} - \lambda - x^* > 0; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

Візьмемо до уваги, що сума $\sum_{k=1}^N S_k(\lambda)$ (12) є скалярною недиференційовною розривною цілочисловою ступінчастою спадною функцією з двосторонніми обмеженнями виду $0 \leq \sum_{k=1}^N S_k(\lambda) \leq N$. Оскільки $1 \leq K < N$, тому $-K \leq \sum_{k=1}^N S_k(\lambda) - K \leq N - K$. Функція (12) є неперервною, випуклою, обмеженою знизу і набуває мінімального значення при $r=0$. Згідно з (12), верхню праву діні-похідну по часу $V(r)$ можна представити у вигляді:

$$D^+V(r) = \sum_{k=1}^N S_k(r) - K. \quad (14)$$

Похідну за часом $dV(r)/dt$ вздовж розв'язку $r(t)$ (11) визначають так:

$$dV/dt = D^+V(r) dr/dt = -\alpha(|r| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(r) - K \right)^2. \quad (15)$$

Як можна побачити з (15), якщо $\alpha > 0$ і $p > 0$, то $dV/dt < 0$ при $\sum_{k=1}^N S_k(r) - K \neq 0$ і $dV/dt = 0$ при $\sum_{k=1}^N S_k(r) - K = 0$. Зазначимо, що $dV/dt \equiv 0$, якщо $\sum_{k=1}^N S_k(r) - K \equiv 0$ означає, що $dr/dt \equiv 0$. Інакше кажучи, якщо у певному відкритому інтервалі t справджується рівність $r(t) \equiv 0$, то на цьому

інтервалі $dr/dt \equiv 0$. Для рівняння (11) при кожному $dr/dt \neq 0$ похідна (15) є строго негативною, тобто $dV/dt < 0$ за умов $\alpha > 0$, $p > 0$ за винятком точок рівноваги, де вона дорівнює нулю. Отже, коли $\alpha > 0$ і $p > 0$, то (12) є монотонно спадною функцією вздовж кожної непостійної траєкторії неперервного часу $r(t)$. Функція $V(r)$ є радіально необмеженою, тобто $V \rightarrow +\infty$ при $|r| \rightarrow +\infty$. Тому, згідно з теорією стабільності Ляпунова, вона прямує до мінімуму і її похідна прямує до нуля $dV/dt \equiv 0$. Це доводить те, що точка $r=0$ (або еквівалентно $x = x^*$) є глобально стабільною, а це означає, що початок координат є точкою глобального притягання і динаміка станів моделі є глобально стабільною. У точці рівноваги $x = x^*$ справедливими є рівності $\sum_{k=1}^N S_k(r + x^*) - K = \sum_{k=1}^N S_k(x^*) - K = 0$ і задовольняються нерівності (2), демонструючи КВТА-властивість моделі (4), (5). Оскільки входи є обмеженими у діапазоні $-\infty < a_{n_k} < \infty$, $k=1, 2, \dots, N$, точка рівноваги також обмежується в діапазоні $-\infty < x^* < \infty$. Отже, коли для монотонно спадної функції Ляпунова (12), обмеженої знизу, тобто для $dV(r)/dt \leq 0$ при $dV/dt = 0$, якщо $dr/dt = 0$, розв'язок рівняння стану (4) змінюється, нерівності $\alpha > 0$ і $p > 0$ є достатніми умовами того, щоб траєкторія $x(t)$ була глобально стабільною за Ляпуновим і глобально збіжною до КВТА-режиму. Оскільки диференціальне рівняння типу Персидського (11) є еквівалентним рівнянню стану (4), цей результат також справджується для траєкторій розв'язків оригінального рівняння стану (4).

На основі вищевикладеного можна стверджувати, що існує момент часу $t^* > 0$ такий, що для кожного $t > t^*$ задовольняються такі нерівності:

$$\infty > b_{n_1}(t) > \dots > b_{n_k}(t) > 0 > b_{n_{k+1}}(t) > \dots > b_{n_N}(t) > -\infty, \quad (16)$$

де $b_{n_k}(t) = a_{n_k} - x(t)$, $k=1, 2, 3, \dots, N$. Це означає, що змінна x рівняння стану (4) стартує з початкової умови x_0 і фінішує у стані x^* , який відповідає компонентам вихідного вектора \mathbf{b} , розщепленим у позитивну і негативну площини відповідно до нерівностей (2). У будь-який момент часу після t^* виходи (3) мають КВТА-властивість.

Час збіжності до КВТА-режиму

Інтегрування обох частин рівняння стану (4) дає

$$x(t) - x_0 = \alpha \int_0^t (|x(\tau)| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(x(\tau)) - K \right) d\tau. \quad (17)$$

Оскільки $\sum_{k=1}^N S_k(x(\tau)) - K$ є цілочисловою ступінчастою спадною функцією, якщо $x(t)$ не є точкою рівноваги [20], то

$$\alpha (|x(\tau)| + p) \left(\sum_{k=1}^N S_k(x(\tau)) - K \right) \begin{cases} \geq +\alpha p, & \text{if } x_0 < x^*; \\ \leq -\alpha p, & \text{if } x_0 > x^*. \end{cases}$$

Звідси

$$x(t) - x_0 \begin{cases} \geq +\alpha p t, & \text{if } x_0 < x^*; \\ \leq -\alpha p t, & \text{if } x_0 > x^*. \end{cases} \quad (18)$$

На основі нерівностей (18) можна отримати верхню межу для часу збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму:

$$t^* \leq \frac{|x^* - x_0|}{\alpha p}. \quad (19)$$

Як можна побачити з нерівності (19), час збіжності є скінченним. Крім цього, верхня межа (19) обернено пропорційна до α і p . Це означає, що швидкість збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму зростає із збільшенням значень параметрів α і p .

Модель, описана рівнянням стану (4) і вихідним рівнянням (5), також можна використати у випадку змінних у часі входів $a_{n_k}(t)$, $k=1,2,3,\dots,N$, якщо у перехідних режимах модуль зміни швидкості таких входів є значно меншим, ніж модуль зміни швидкості траєкторій змінної стану x . У цьому випадку для кожного $t < t^*$ повинна задовольнятися умова

$$\left| da_{n_k} / dt \right| \ll \left| dx / dt \right|, \quad (20)$$

де $k=1,2,\dots,N$. Оскільки, згідно з (4), $\left| dx / dt \right| = \alpha \left(|x| + p \right) \left| \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \right|$, то $\left| dx / dt \right|_{\min} = \alpha p$ для кожного $\alpha > 0, p > 0$. У найгіршому випадку умову (20) можна подати у вигляді:

$$\left| da_{n_k} / dt \right|_{\max} \ll \alpha p. \quad (21)$$

Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, у якому порівнюємо час збіжності траєкторій змінної стану схеми до КВТА-режиму з таким часом інших конкуруючих мереж.

Приклад. Задамо 200 однорідно розподілених випадкових початкових значень $x_0 \in [-250, 250]$, входи a_{n_k} , $k=1,2,3,\dots,N$, однорідно розподілені на інтервалі $[-250, 250]$ для $N=400, K=100, \alpha=10^6$, і $p=1$. Використаємо 1.81 ГГц ПК і розв'язувач нежорстких диференціальних рівнянь Адамса–Башфорта–Мултона змінного порядку ODE113 з відносною і абсолютною похибками, що дорівнюють 10^{-5} . Порівняння максимального часу збіжності траєкторій змінної стану до КВТА-режиму описаної КВТА-нейронної схеми з таким часом деяких інших аналогів подано у таблиці, де LP-мережа – мережа, основана на розв'язанні задачі лінійного програмування, QP-мережа – мережа, яка функціонує на основі розв'язання задачі квадратичного програмування, ID-мережа – вдосконалена дуальна мережа. Як видно з таблиці, запропонована схема має вищу швидкість збіжності до КВТА-режиму, ніж ці аналогові КВТА-нейронні мережі.

Порівняння часу збіжності траєкторій змінної стану до КВТА-режиму деяких аналогових мереж

Тип моделі	Рівняння	Максимальний час збіжності
LP-мережа з [22]	(20)	8.0 с
QP-мережа з [22]	(31), (32)	10.0 с
ID-мережа з [27]	(22)	60.0 с
Мережа, запропонована в [20]	(29), (30)	5500 с
Схема з [23]	(9), (10)	6.0 с
Запропонована схема	(4), (5)	0.15 с

Висновки

Описано математичну модель неперервного часу аналогової нейронної схеми типу “K-winners-take-all”. На відміну від попередньої мережі такого типу, представлена КВТА-нейронна схема придатна для вибору K максимальних серед N невідомих входів, де $1 \leq K < N$, які можна розрізнити, із скінченними значеннями, розміщених у невідомому діапазоні. Результати комп'ютерного моделювання свідчать про те, що час збіжності траєкторій змінної стану схеми до КВТА-режиму є меншим, ніж такий час в інших КВТА-мережах. Оскільки представлена схема має високу швидкість збіжності до КВТА-режиму, вона може використовуватись для зменшення часу обробки даних, пришвидшення обробки цифрових зображень і мови, кодування, у цифровому телебаченні [9], [20].

1. E. Majani, R. Erlanson, and Y. Abu-Mostafa, “On the k-winners-take-all network,” In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 634–642. 2. R. P. Lippmann, “An introduction to computing with neural nets,” *IEEE Acoustics*,

Speech and Signal Processing Magazine, vol. 3, no. 4, pp. 4-22, Apr. 1987. 3. P. Tymoshchuk and E. Kaszkurewicz, "A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks," in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Portland OR, vol. 2, 2003, pp. 891-896. 4. M. Atkins, "Sorting by Hopfield nets," in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Washington DC, vol. 2, 1989, pp. 65-68. 5. K. Urahama and T. Nagao, "K-winners-take-all circuit with $O(N)$ complexity," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, pp. 776-778, May 1995. 6. T. M. Kwon and M. Zervakis, "KWTA networks and their applications". *Multidimensional Syst. and Signal Processing*, vol. 6, pp. 333-346, Apr. 1995. 7. L. N. Binh and H. C. Chong, "A neural-network contention controller for packet switching networks", *IEEE Trans. Neural Networks*", vol. 6, no. 6, pp. 1402-1410, Nov. 1995. 8. L. Itti, C. Koch, and E. Niebur, "A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 11, pp. 1254 – 1259, Nov. 1998. 9. U. Cilingiroglu and T. L. E. Dake, "Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 2, pp. 978-984, Aug. 2002. 10. R. Erlanson and Y. Abu-Mostafa, "Analog neural networks as decoders," In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Francisco, FL: Morgan Kaufmann, 1991, pp. 585–588. 11. A. Fish, D. Akselrod, and O. Yadid-Pecht, "High precision image centroid computation via an adaptive k-winner-take-all circuit in conjunction with a dynamic element matching algorithm for star tracking applications," *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 39, pp. 251-266, June 2004. 12. B. J. Jain and F. Wysotzki, "Central clustering of attributed graphs," *Machine Learning*, vol. 56, pp. 169-207, July 2004. 13. S. Chartier, G. Giguere, D. Langlois, and R. Sioufi, "Bidirectional associative memories, self-organizing maps and k-winners-take-all; uniting feature extraction and topological principles," in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Atlanta GA, 2009, pp. 503 - 510. 14. B. G. Jain and F. Wysotzki, "A k-winner-takes-all classifier for structured data", in *Proc. 26th Int. Conf. AI LNAI 2821*, Hamburg, 2003, pp. 342–354. 15. S. Liu and J. Wang, "A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 17, no. 6, pp. 1500-1510, Nov. 2006. 16. G. N. DeSouza and A. C. Zak, "Vision for mobile robot navigation: a survey," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, no. 2, pp. 237-267, Feb. 2002. 17. R. C. O'Reilly and Y. Munakata, *Computational explorations in cognitive neuroscience: understanding the mind by simulating the brain*. Cambridge, MA: MIT Press, 2000. 18. A. Lazar, G. Pipa, and J. Triesch, *Fading memory and time series prediction in recurrent networks with different forms of plasticity*. *Neural Networks*, vol. 20, no. 3, pp. 312-322, Apr. 2007. 19. A. Cichocki and R. Unbehauen, *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Chichester: Wiley, 1993. 20. J. Wang, "Analysis and design of a k-winners-take-all model with a single state variable and the Heaviside step activation function," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 21, no. 9, pp. 1496-1506, Sept. 2010. 21. P. V. Tymoshchuk, "A dynamic K-winners take all analog neural circuit," in *Proc. IVth IEEE Int. Conf. Perspective technologies and methods in MEMS design*, L'viv, 2008, pp. 13-18. 22. Q. Liu and J. Wang, "Two k-winners-take-all networks with discontinuous activation functions," *Neural Networks*, vol. 21, pp. 406-413, Mar. – Apr. 2008. 23. Тимощук П. Аналогова структурно-функціональна нейронна схема визначення максимальних сигналів// *Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. – 2012. – № 744. – С. 10–17. (*Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"*). 24. Тимощук П. Математична модель нейронної схеми типу "K-Winners-Take-All" обробки дискретизованих сигналів // *Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика*. – 2010. – № 685. – С. 45 – 50 (*Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"*). 25. S. K. Persidskii, "Problem of absolute stability," *Automation and Remote Control*, vol. 30, no. 12, pp. 1889-1895, Dec. 1969. 26. E. Kaszkurewicz and A. Bhaya, "A generalized Persidskii theorem and its applications to nonsmooth gradient dynamical systems", in *Proc. 16th IFAC World Congress*, vol. 16, part 1, Prague, 2005, pp. 755–761. 27. X. Hu and J. Wang, "An improved dual neural network for solving a class of quadratic programming problems and its k-winners-take-all application," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 19, no. 12, pp. 2022–2031, Dec. 2008.