

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ТА ЕКСПЛУАТАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ І ПАРАМЕТРИ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ТА СИНУСОЇДАЛЬНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

© Грицай І. Є., 2018

Надійність машин великою мірою визначається якістю передач, які забезпечують їх функціонування. Найбільшого поширення набули евольвентні зубчасті передачі, проте вони мають істотні недоліки: шум на великих швидкостях, недостатня навантажувальна здатність, невисокі згинна міцність та опір циклічній втомі. Разом з тим, відома передача з вищими параметрами експлуатаційної якості без будь-яких змін у будові зубців коліс – це синусоїдальна передача. На основі розрахунків, наведених у статті, виведено залежності, якими аналітично описано геометричні та кінематичні параметри синусоїдальних передач, на основі яких розраховано сили в зачепленні, тертя в двох видах передач, зміну напружень в основі зубців. Показано, що синусоїдальна передача може бути як швидкісною, так і силовою, тобто вона є універсальною. Перспективним напрямом удосконалення синусоїдальних передач є виготовлення синусоїдальних коліс з асиметричними профілями зубців. Разом з тим, основною перевагою синусоїдальних коліс є простота технологія їх виготовлення – нарізання тонкими дисковими фрезами, встановленими ексцентрично зі збереженням кінематики фрезерування коліс черв'ячними фрезами.

**Ключові слова:** зубчасті передачі, синусоїдальні колеса, експлуатаційні переваги, нова технологія.

The reliability of machines is largely determined by the quality of the transmissions that ensure their operation. The involute gear transmissions are the most widespread for today, despite the fact that they have significant disadvantages: high speed noise, insufficient load capacity, low bending strength and resistance to cyclic fatigue. However, higher parameters of operational quality without changes in its structure and without any modification of the teeth has a sinusoidal gear transmission. Based on the deduced dependencies and calculations, a number of geometry and kinematic transmission parameters of the sinusoidal gear transmission are calculated. This made it possible to calculate and compare forces in the engagement, friction in gear pairs of two gear types, to investigate a changes in the stresses at the base of the teeth. So such a transmission can be both high-speed and power, that is, it is universal one. However the main advantage of sinusoidal gears and transmissions is the simplicity of their manufacturing technology – the cutting by thin disk mills, installed eccentrically while preserving the kinematics of standard hobs cutting – radial-circular manner of gears cutting: in cutting process cutter travels axially along the length of the gear tooth while the gear blank is rotated continuously. In practice its technology don't required significant modernization of tool gear machine and could be widely applications.

**Key words:** gears transmissions, sinusoidal gears transmission, quality, new gears technology.

**Вступ.** Надійність машин великою мірою визначається якістю передач, які забезпечують їх функціонування. Із усіх складових – валів, підшипників, втулок, корпусів тощо найбільше впливають на довговічність та безвідмовність зубчасті колеса, які в передачах виконують основну функцію. Серед усього

різноманіття видів передач та зачеплень, відомих сьогодні, найбільшого поширення набули евольвентні зубчасті передачі та колеса з евольвентним профілем зубців. Такі передачі оптимальні у відлікових (ділильних) та швидкісних (з обертовими швидкостями до 60 м/с) приводах машин, які передбачають виготовлення коліс особливо високої якості – 3–4 ступенів точності. Разом з тим, в евольвентного зачеплення є істотні недоліки: високий рівень шуму на великих швидкостях, недостатня навантажувальна здатність, невисокі згинна міцність та опір циклічній втомі. В результаті цього в силових передачах їх ефективність низька, а за підвищених навантажень в евольвентних колесах виникають різноманітні види пошкоджень: спрацювання і стирання частини робочої поверхні зубців по ширині вінця, задири, локальне викришування, сколювання та ламання зубців.

Для передавання значних зусиль і моментів використовують різноманітні види неевольвентних коліс, найпоширенішими із яких є колеса з круговими зубцями (зачеплення Новикова). Проте для цього виду передач також характерні значні обмеження та недоліки: вони можуть бути лише косозубими, ширина вінця має бути не менше від шести модулів, ці колеса чутливі до монтажних і технологічних похибок та коливання міжцентрової віддалі. Крім конструктивних особливостей, основне обмеження для використання передач Новикова спричинене їх технологією: ці колеса отримують різальними інструментами з криволінійними формоутворюваними лезами, що значно здорожує їх виготовлення.

**Стан проблеми.** Для покращення параметрів евольвентних коліс та підвищення експлуатаційних характеристик цих передач на практиці використовують такі найпоширеніші заходи та зміни у їх конструкції.

1. Завдяки поширеності евольвентних зубчастих коліс, наявності на підприємствах широкої номенклатури зубообробного обладнання та оснащення, зокрема модульних зуборізних інструментів для їх виготовлення, у силових тихохідних приводах все ж використовують евольвентні передачі. Підвищення навантажувальної здатності у цьому випадку досягають збільшенням модуля, проте це призводить до **збільшення габаритів та маси передач і редукторів**. Таке вирішення проблеми суперечить тенденції розвитку машинобудування, яка полягає у зменшенні масогабаритних параметрів передач та машин, в яких вони працюють, тому не може вважатися сприятливим та перспективним.

2. **Збільшення кута зачеплення.** Профілі зубців зі збільшеним понад стандартне значення  $20^{\circ}$  куту  $\alpha_{\omega}$  дають змогу збільшити товщину зубця на ділильному діаметрі, проте у такому разі зменшується їх товщина на вершині, міцність у кромковому контакті та зростає ймовірність пришвидшеного ламання вершинних кромок.

3. **Збільшення радіуса перехідної поверхні в основі зубців.** Під час нарізання евольвентних зубчастих коліс модульними черв'ячними фрезами в основі зубців утворюється перехідна поверхня між дном впадини та боковою поверхнею евольвенти, максимальний радіус якої не перевищує 0,25  $m$ . Ця ділянка за значних зусиль у передачі стає джерелом концентрації напружень та виникнення мікротріщин, які під час експлуатації переростають у макротріщини, що завершується ламанням зубців (рис. 1, *a*). Це явище наочно демонструє картина розподілення згинних напружень в основі евольвентних зубців, які мають вигляд клина, скерованого в тіло зубця, отримана на основі моделювання навантаження і деформацій (рис. 1, *б*).

Для збільшення радіуса вказаної перехідної поверхні використовують черв'ячні фрези з радіусною вершинною кромкою, яка формує під час зубофрезерування поверхню у вигляді частини циліндра. Проте під час різання на криволінійній поверхні зубців фрези виникають умови стисненого різання, коли елементи стружки, яка сповзає по передній поверхні зубців фрези, взаємно нашаровуються на всій робочій довжині радіусних лез. В результаті погіршуються умови стружкоутворення, значно зростають сили різання, підвищується тертя і теплове навантаження на цих лезах, що призводить до швидкої втрати їх різальних властивостей та виходу з ладу. Крім того, збільшення радіуса призводить до поглиблення впадини, збільшення висоти зубців і згинного моменту, прикладеного до їх основи, тому ефект від такої зміни невеликий.

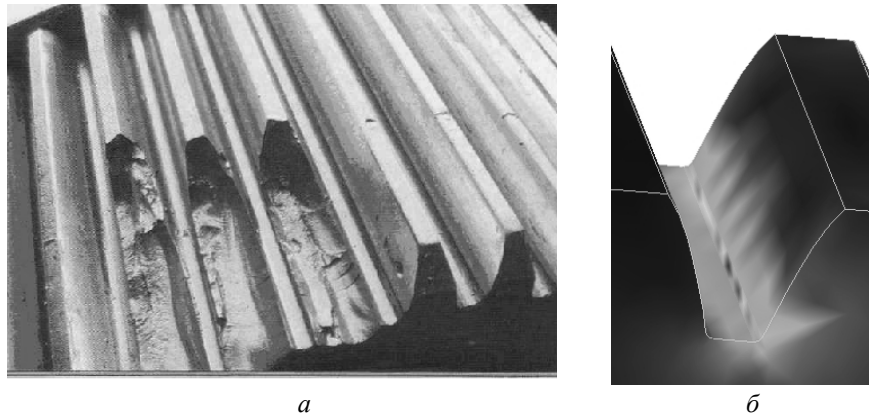


Рис. 1. Втрата працездатності передачі внаслідок спрацювання та ламання зубців (а) і напруження в основі ніжки зубця (б)

4. **Надання евольвентним зубцям асиметричної форми** – один із конструкційних засобів покращення експлуатаційної якості коліс нереверсивних передач, який набув поширення у редукторобудуванні протягом останніх років (рис. 2). У цьому випадку профіль зубців в одній системі зачеплень є стандартним, що відповідає куту зачеплення  $\alpha_o = 20^{\circ}$ , а у протилежній системі кут зачеплення більший (до  $35^{\circ}$ ). Це змінює розклад сил у зачепленні, що відповідає зменшенню величини, нормальної до профіля сили, та збільшенню дотичної складової сили зачеплення. За рахунок цього зменшується тиск у спряженні коліс і підвищується контактна міцність зубців. Одночасно збільшується радіус в основі асиметричних зубців, зменшується концентрація напружень в цих ділянках та підвищується навантажувальна здатність [1–4].

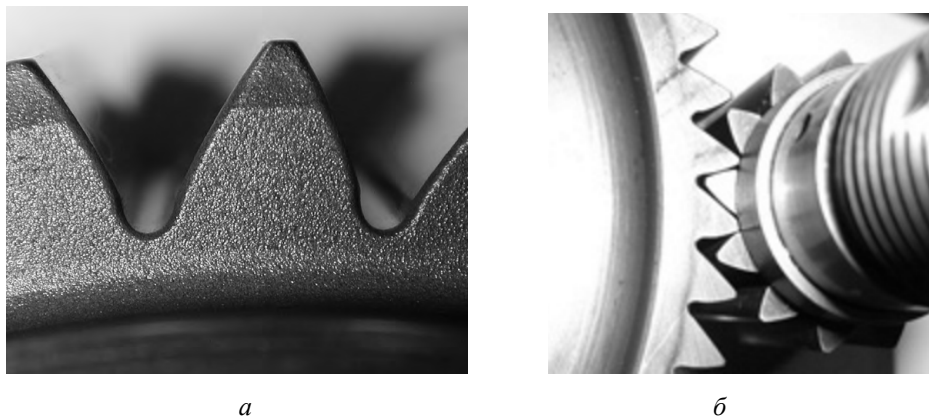


Рис. 2. Колесо з асиметричним евольвентним профілем (а) та передача (б)

Проте для нарізання таких коліс черв'ячними фрезами останні повинні мати нестандартний початковий контур з різними кутами зачеплення по лівих та правих профілях (рис. 3) [1]. Виготовлення черв'ячних фрез з різними початковими контурами, їх затилування, програмне шліфування по координатах на верстатах з ЧПК дуже складне та передбачає великі матеріальні витрати, тому цей напрям рівнозначний здорожчання технології та собівартості вказаних зубчастих коліс та передач. Крім того, за значних параметрів асиметрії в зубців, нарізаних черв'ячною фрезою з асиметричним початковим контуром, виникає підрізання основи.

**Експлуатаційні переваги синусоїдальних коліс та передач і технології їх виготовлення.** Попри пошуки шляхів і способів підвищення експлуатаційних показників традиційних евольвентних передач, сьогодні відома інша передача з вищими параметрами експлуатаційної якості без змін у її будові та без будь-якого модифікування зубців – це синусоїдальна зубчаста передача. Вона зберігає основний закон зачеплення – сталість передавального співвідношення і для неї характерні такі особливості:

- менша швидкість удару і менше відносне ковзання зубців коліс не лише в полюсі зачеплення, але й на початку та в кінці контакту;
- плавна перехідна поверхня у впадині між зубцями, описана частиною синусоїди;
- можливість зміни кута зачеплення у широких межах – від  $15^{\circ}$  до  $45^{\circ}$ ;
- більший коефіцієнт торцевого перекриття у зачепленні;
- відсутність явища підрізання (інтерференції) профілів.

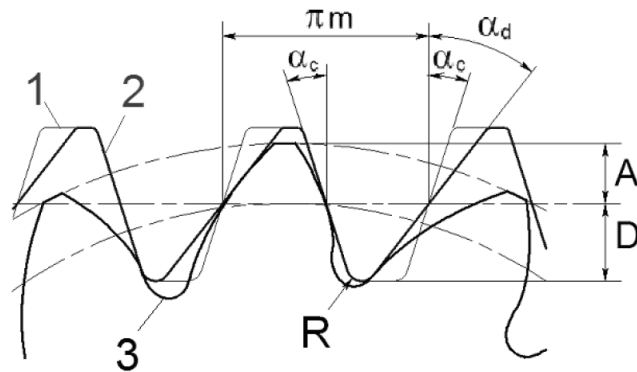


Рис. 3. Асиметричний початковий контур черв'ячної фрези для формування евольвентного асиметричного профілю

Відмінності в будові двох видів передач ілюструє рис. 4.

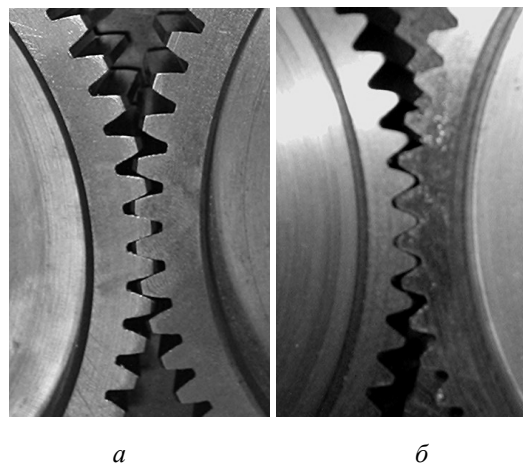


Рис. 4. Евольвентна (а) та синусоїдальна (б) передачі з модулем 4,5 мм

Означені відмінності будови надають синусоїдальним, порівняно з евольвентними передачами, такі переваги:

- більша площа контакту в спряжених парах – на початку контакту вигнута частина верхівки зубця колеса стикається з увігнутою частиною ніжки зубця шестерні, а у кінці контакту – навпаки;
- вищий опір згинним зусиллям і моментам;
- вища межа циклічної втомлюваності;
- більший коефіцієнт торцевого перекриття, більша кількість зубців у зачепленні;
- більша навантажувальна здатність за однакових з евольвентною передачею модулів, тобто можливість зменшити масу і габарити редукторів у разі передавання однакових моментів;
- вища протидія стиранню і спрацюванню, більший ресурс передач;
- нижчий рівень шуму;

– можливість нарізання шестерень і валиків з мінімальною кількістю зубців, що дорівнює трьом, що рівнозначно збільшенню моменту на вихідному валі редуктора.

Вказані переваги встановлені експериментально і теоретично [5–7], вони дають підстави використовувати синусоїдальні передачі і як швидкісні, і як силові, тобто вона універсальна.

Проте, окрім названих незаперечних переваг, синусоїдальні колеса і передачі порівняно з іншими відомими сьогодні передачами мають ще одну істотну перевагу, завдяки їх технології. Нова технологія нарізання і шліфування синусоїдальних коліс основана на радіально-коловому способі зубооброблення (далі РК – спосіб). Її реалізують за допомогою найпростіших інструментів – дискових фрез (для нарізання) та дискових шліфувальних кругів (для шліфування зубців). Кінематика цих процесів відповідає черв'ячному зубофрезеруванню та шліфуванню одновитковим шліфувальним кругом, тобто здійснюється в умовах неперервного обкочування, а РК-спосіб, за умови удосконалення серійних обкочувальних універсальних верстатів засобами технотроніки – керованих комп'ютерно приводів основних рухів, може бути поширений на виготовлення коліс усіх відомих видів зачеплення, зокрема евольвентних [8–10]. Використання нової технології дало б змогу на порядки знизити виробничі витрати, зменшити номенклатуру і кількість складних і дорогих зубонарізних та зубовикінчувальних верстатів та інструментів, істотно спростити технологію зубооброблення. Небажання впроваджувати РК-спосіб і синусоїдальні передачі, попри їх значні переваги порівняно з традиційними, можна пояснити інертністю мислення та збитками, яких зазнають виробники інструментальних та верстатобудівних фірм у разі переходу на такі передачі й нову технологію виготовлення зубчастих коліс і передач.

Попри великий обсяг теоретичних досліджень синусоїдальних передач нез'ясованими залишаються низка аспектів, що характеризують особливості силового навантаження, розподілу сил та напружень на їх робочих поверхнях. Тому *метою статті* є виявлення особливостей навантаження двох видів передач, переваг та недоліків кожної з них, уточнення сфер використання та виявлення можливостей покращення на основі розрахунку їх кінематичних та силових параметрів.

**Сили в синусоїдальному зачепленні.** У разі нарізання евольвентних коліс черв'ячною фрезою кут профілю початкового контура визначає кут зачеплення  $\alpha_\omega$  в передачі. Відповідно до закону утворення евольвенти лінія зачеплення на усій активній ділянці перпендикулярна до евольвенти, тому, якщо колова сила дорівнює:

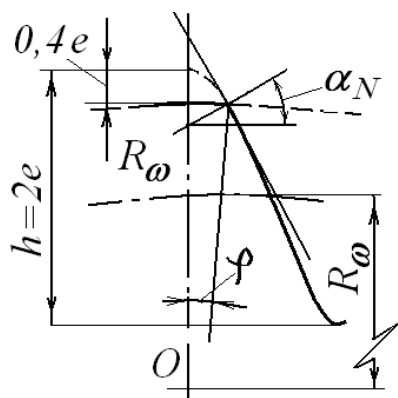


Рис. 5. Дотична та нормаль до синусоїди на вершині зубця

$$F_T = \frac{2 \cdot T}{d_\omega},$$

то її нормальна та дотична до профіля складові будуть дорівнювати, відповідно:

$$F_N = F_T \cdot \cos \alpha_\omega,$$

$$F_\tau = F_T \cdot \sin \alpha_\omega;$$

де  $T$  – коловий момент у передачі;  $d_\omega$  – дільний діаметр колеса:  $d_\omega = m \cdot Z$ .

Кут тиску в евольвентному зачепленні:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_r}{F_n}$  для цього

кута  $\alpha_\omega$  є постійним. На відміну від евольвентної, в синусоїдальній передачі лінія зачеплення є кривою, а кут тиску і співвідношення між радіальною та нормальною складовими змінюється у різних точках профілю. Для описання цього співвідношення необхідно вивести рівняння дотичної та нормалі до синусоїди в межах довжини зачеплення, при цьому треба врахувати, що активна частина синусоїдального профілю лежить у межах  $\pm 0,6 e$ , де  $e$  – значення ексцентриситету (рис. 5).

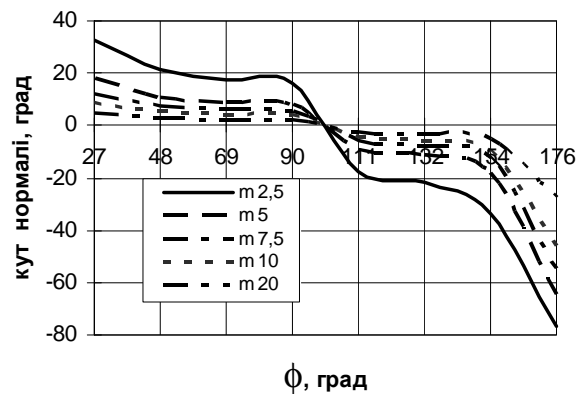
Рівняння дотичної до синусоїди отримуємо як похідну до її функції, вигляд якої такий:

$$k_{\tau} = \frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{R_{\omega} + e \cdot \cos \varphi}{\rho(\varphi)} \cdot \left\{ \sin \frac{\varphi}{Z} \left[ \frac{1}{Z} (R_{\omega} + e \cdot \cos \varphi) \cdot \cos \frac{\varphi}{Z} - e \cdot \sin \varphi \cdot \sin \frac{\varphi}{Z} \right] - \cos \frac{\varphi}{Z} \cdot \left[ e \cdot \sin \varphi \cdot \cos \frac{\varphi}{Z} + \frac{1}{Z} (R_{\omega} + e \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \frac{\varphi}{Z} \right] \right\} \quad (1)$$

де  $R_{\omega}$  – радіус ділильного кола;  $e$  – ексцентриситет фрези;  $\varphi$  – кут повороту фрези,  $\varphi = 0 - 360^{\circ}$ ;  $Z$  – кількість зубців фрези.

На основі рівняння (1) графік кута нормалі до синусоїди в межах робочої висоти зубця (для  $Z=30$ ) наведено на рис. 6. Від кількості зубців колеса положення нормалі не залежить (рис. 7). На рис. 8 наведено залежність форми лінії зачеплення синусоїдальної передачі від модуля.

Рис. 6. Залежність кута нормалі від модуля нарізаного колеса в межах робочої висоти зубця за кутом розгорнутості синусоїди



Як випливає з графіка (рис. 6), тільки для модулів до 5 мм на вершині синусоїдальних зубців нормаль до синусоїди перевищує  $20^{\circ}$ . Це означає, що в синусоїдальному зачепленні на більшій частині активного профілю нормальна складова сили в передачі скерована до синусоїди під меншим кутом, ніж в евольвентному зачепленні, а згинний момент на зубці й контактні напруження у парі спряжених синусоїдальних профілів вищі.

Проте, незважаючи на менш сприятливий розклад нормальної сили, синусоїдальні зубці мають більший опір згину завдяки особливостям їх будови, описаним вище, а саме – плавній формі перехідної поверхні основи зубців, яка окреслена синусоїдою, більшому коефіцієнту торцевого перекриття та більшій ділянці контакту спряжених зубців.

**Сила тертя в евольвентній та синусоїдальній передачах.** Сила тертя, яка діє в певній точці зубця, скерована дотично до профіля у напрямку, зворотному до напрямку обертання колеса, і визначається величиною колового зусилля в передачі та коефіцієнтом тертя ковзання  $\mu$ . Своєю чергою, колова сила  $F_T$  скерована нормально до миттєвого радіус-вектора профілю. Оскільки кут нормалі до профілю та кут нормалі до радіус-вектора мають різне значення та змінюються по куту розгорнутості синусоїди і по полярному куту евольвенти, то необхідно мати їх функції.

Функцію змінного кута нормалі до профілю синусоїди можна отримати з рівняння (1), а функцію кута нормалі до миттєвого радіус-вектора можна знайти з рівняння синусоїди за поточними значеннями  $X$  та  $Y$  координат профіля зубця. У цьому випадку силу тертя у синусоїдальному зачепленні можна знайти з такого виразу:

$$F_{\tau} = \frac{2 \cdot T}{d_{\omega}} \cdot \mu \cdot \sin \Delta\varphi_C = \frac{2 \cdot T}{m \cdot Z} \cdot \mu \cdot \sin \Delta\varphi_C \quad , \quad (2)$$

де  $\Delta\varphi_C$  – різниця значень вказаних кутів.

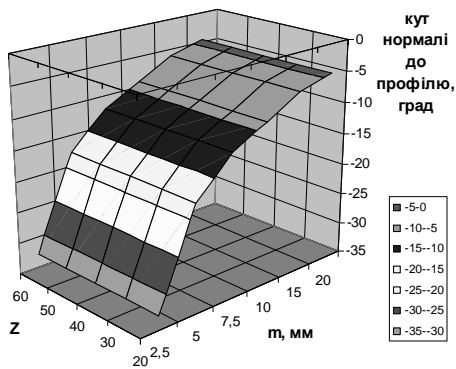


Рис. 7. Залежність кута нормалі до синусоїди в межах робочої висоти зубця по куту формування синусоїди від кількості зубців нарізаного колеса та модуля

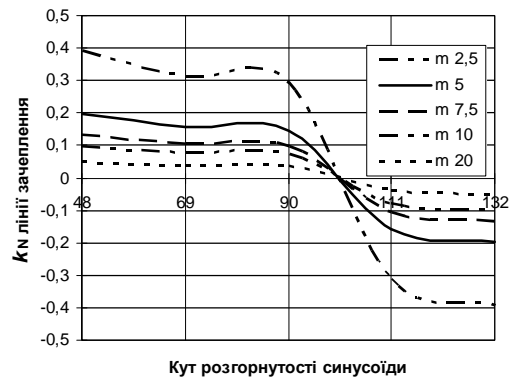


Рис. 8. Форма лінії зачеплення синусоїдальної передачі для  $m = 2,5 - 10$  мм

На рис. 9 наведено графік кута  $\Delta\varphi_c$  у межах робочої висоти зубця для модулів 2,5–20 мм. На основі залежності (2) та даних, що відповідають рис. 9, на рис.10 показано графік сили тертя в контакті синусоїдальних зубців за колового моменту 20 Нм і коефіцієнта тертя ковзання, який дорівнює 0,3.

В евольвенті кутове положення радіус-вектора довільної точки профілю визначається полярним кутом  $\theta$ , що відповідає інволюті:  $\theta = tg\alpha - \alpha$ , де  $\theta + \alpha$  – кут розгорнутості евольвенти, а кут нормалі до евольвенти дорівнює куту зачеплення передачі  $\alpha_\omega$ . Величина кута  $\theta$  змінюється від  $0$  до  $28,1^\circ$  точки на вершині зубця. З урахуванням цього, для тих самих умов, прийнятих для синусоїди, на рис. 11 наведено графік зміни сили тертя ковзання в евольвентній парі.

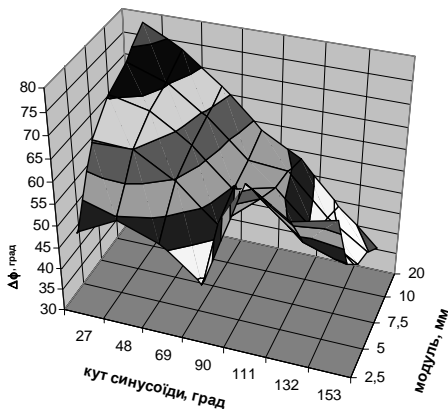


Рис. 9. Різниця між кутами нормалей до профілю синусоїди та до радіус-вектора синусоїди в межах робочої висоти зубця

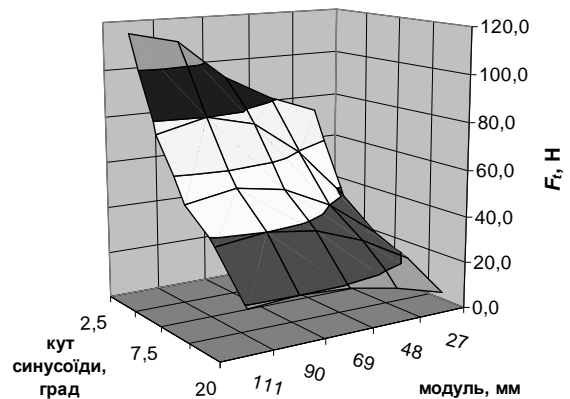


Рис. 10. Сила тертя ковзання в синусоїдальній передачі  $T = 20$  Нм,  $\mu = 0,3$

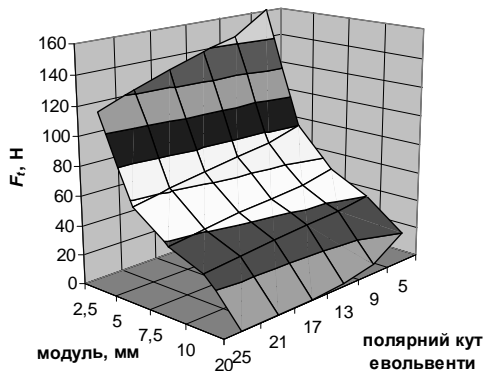


Рис. 11. Сила тертя ковзання в контактї евольвентної передачі  $T = 20$  Нм,  $\mu = 0,3$

З отриманих даних можна зробити висновки, що сили тертя ковзання в спряженні синусоїдальних зубців у середньому на 32–35 % менші, ніж в евольвентних. Цю закономірність можна пояснити на основі рис. 12, який показує розклад сил у двох порівнюваних видах профілів і причину зменшення складової сили тертя ковзання в спряженні синусоїдальних зубців.

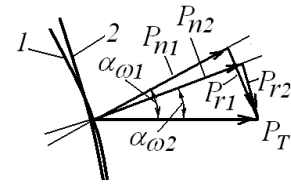


Рис. 12. Зміна проєкцій колової сили на нормаль до евольвентного та синусоїдального профілів:  
1 – евольвентний профіль,  
2 – синусоїдальний профіль

Щоб встановити, як впливає форма перехідної поверхні на напруження згини в основі зубців, необхідно знайти радіус  $r$  цієї перехідної поверхні. Для цього треба вивести рівняння нормалей до профіля зубця в нижній точці (на куті розгорнутості синусоїди, близькому до  $180^\circ$ ), та в основі перехідної синусоїдальної поверхні (рис. 13), розв’язок яких дасть координати точки їх перетину. Рівняння нормалі та дотичної до профілю можна виразити рівняннями прямих, які проходять через задані точки та визначаються кутовими коефіцієнтами нормалей:  $k_N = 1/k_t$ , де  $k_t$  – кутовий коефіцієнт дотичної до синусоїди у відповідних точках. Для евольвенти максимальний радіус перехідної поверхні прийнято як для такої, яка отримана зубофрезеруванням стандартною черв’ячною фрезою – 0,25 м. Розв’язок рівнянь наведено в таблиці, а результати показано на рис. 14.

Як видно з отриманих даних, радіус перехідної поверхні в основі синусоїдальних зубців у два рази більший, ніж в основі евольвентних зубців. Спираючись на методику розрахунку витривалості зубців при згині та прийнявши, що інші початкові чинники для обох видів профілів однакові, змінним чинником визначимо градієнт напружень і чутливість до виникнення концентрації напружень, які характеризуються коефіцієнтом  $Y_S$  [11].

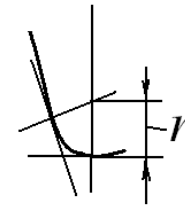
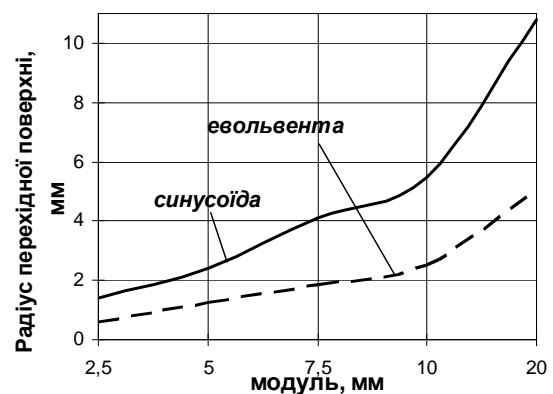


Рис. 13. До визначення радіуса перехідної поверхні

Відповідно до цієї методики збільшення згинної міцності синусоїдальних зубців порівняно з евольвентними становить від 1,1 для модуля 2,5 мм до 3,75 для модуля 20 мм. Цей висновок, отриманий на основі розрахунків, загалом узгоджується з результатами моделювання згинної здатності зубців, виконаного на основі твердотільного моделювання (рис. 15).

Рис. 14. Радіуси перехідної поверхні в основі евольвентних та синусоїдальних зубців залежно від модуля



#### Значення радіусів перехідної поверхні

Профіль	Модуль колеса, мм				
	2,5	5	7,5	10	20
евольвентний	0,625	1,25	1,85	2,5	5
синусоїдальний	1,4	2,4	4,1	5,5	10,8



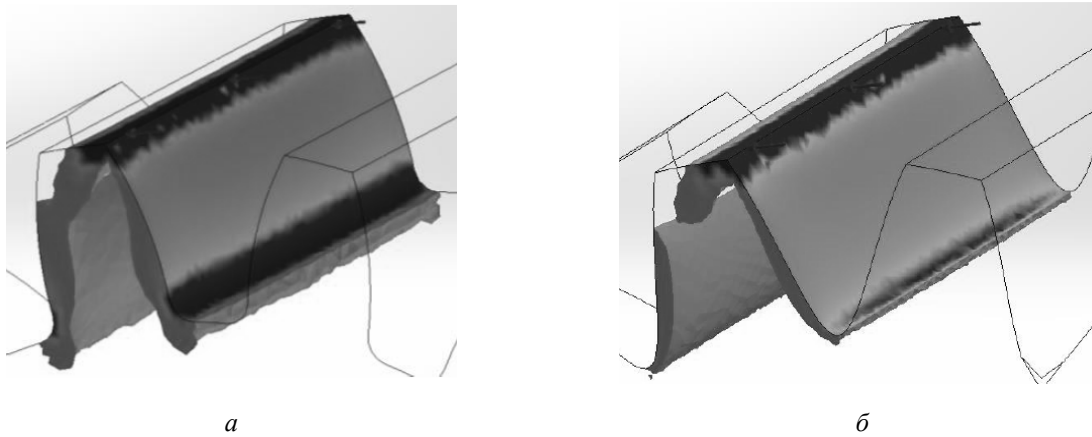


Рис. 15. Згинні напруження в тілі евольвентного (а) та синусоїдального (б) зубців за однакової колової сили в передачі

Подальшого підвищення експлуатаційних властивостей синусоїдальних передач можна досягти за зразком евольвентних передач на основі асиметричних зубців коліс, у цьому разі вказані вище її переваги будуть підсилені.

### Висновки

1. Найпоширеніші сьогодні евольвентні передачі мають низку недоліків, а їх широке застосування зумовлене відносною універсальністю методу обкочувального зубофрезерування та наявністю на машинобудівних підприємствах широкої номенклатури зубонарізного обладнання, різальних інструментів і спорядження для їх виготовлення.

2. Для покращення експлуатаційних властивостей евольвентних передач застосовують засоби та методи, які ускладнюють та здорожують їх виготовлення і підвищують собівартість.

3. Існує передача з вищими від евольвентної показниками експлуатаційної якості та характеристиками без додаткових заходів – синусоїдальна передача. На основі розрахунків та досліджень показано, що синусоїдальні колеса за критерієм згинної міцності можуть передавати більші обертові моменти і сили без додаткових заходів щодо поліпшення форми зубців та коліс та сприяти зменшенню маси і габаритів редукторів.

4. Розрахунки свідчать, що синусоїдальні передачі характеризуються зменшенням до 32–35 % тертя ковзання, завдяки чому їх ресурс значно вищий порівняно з евольвентними.

5. Разом з тим, найвищий ефект від використання синусоїдальних передач – у сфері простої, універсальної та ресурсощадної технології радіально-колового способу зубонарізання, основаної на використанні простого різального інструменту – дискових фрез, яка працює за кінематикою обкочувального черв'ячного зубофрезерування.

6. Перспективним напрямом удосконалення синусоїдальних передач є виготовлення синусоїдальних коліс з асиметричними профілями зубців. У цьому випадку можна очікувати покращення експлуатаційних властивостей передач зі зростанням у такій послідовності: евольвентні звичайні – евольвентні асиметричні – синусоїдальні звичайні – синусоїдальні – асиметричні.

1. *Rating of Asymmetric Tooth Gears* / A. L. Kapelevich, Y. V. Shekhtman, AKGears, LLC: American Gear Manufacturers Association. Virginia, 2015. 15 P. 2. Kapelevich, A. L. *Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth* // *Mechanism and Machine Theory*, 35 (2000), 117–130. 3. Kapelevich A. L. *Direct Gear Design [Text]* / A. L. Kapelevich. – CRC Press, 2013. – 324 p. 4. Kapelevich A. L., Shekhtman Y. V. *Tooth Fillet Profile Optimization for Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth*. *Gear Technology*. September/October, 2009, 73 – 79. 5. Грицай І. С., Ступницький В. В.

Дослідження синусоїдальних зубчастих передач [Текст] // Підійомно-транспортна техніка. – 2007. – № 4(24). – С. 55–64. 6. Грицай І. Є., Литвиняк Я. М. Підвищення техніко-економічної ефективності процесів виробництва зубчастих коліс поєднанням традиційних та нових способів формоутворення. [Текст] // Вісник Національного університету “Харківський політехнічний інститут”: зб. наук. праць. – № 26. – Харків: Вид-во НТУ “ХПІ”. – 2010. – С. 30–35. 7. Грицай І. Є., Громнюк С. І. Підвищення ефективності процесу нарізання зубчастих коліс на основі радіально-оберткового методу в умовах обкочування [Текст] // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем: зб. наук. праць Донбаської державної машинобудівної академії. – Вип. 32. – 2013. Краматорськ, 2013. – С. 226–229. 8. Громнюк С. І., Грицай І. Є. Концепція зубофрезерного верстату на основі радіально-колового способу зубонарізання [Текст] // Сучасні технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2014. – С. 142–152. 9. Громнюк С. І., Грицай І. Є. Зміна кінематики зубофрезерного верстата для нарізання зубчастих коліс радіально-коловим способом [Текст] // Вісник НТУ “Харківський політехнічний інститут”. Серія “Проблеми механічного приводу”. – № 34 (1143): – Харків, НТУ “ХПІ”, 2015. – С. 30–34. 10. Громнюк С. І. Розширення технологічних можливостей універсальних зубофрезерних універсальних верстатів введенням керованого приводу головного руху [Текст] / С. І. Громнюк // Технологічний аудит та резерви виробництва. – Харків, 2014. – № 5/3(19). – С. 23–27. 11. Зубчатые передачи: справочник / Е. Г. Гинзбург, Н. Ф. Голованов, Н. Б. Фирун, Н. Т. Халебский; под ред. Е. Г. Гинзбурга. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с.