УДК 621.391

Б. М. Стрихалюк, Ю. В. Климаш, І. Б. Стрихалюк, Б. В. Коваль
Національний університет "Львівська політехніка"

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДИНАМІЧНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ У ГЕТЕРОГЕННИХ СЕРВІСНО-ОРІЄНТОВАНИХ СИСТЕМАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ГІПЕРБОЛІЧНИХ ПОТОКІВ РІЧЧІ

Розглянуто теоретичний базис конформного відображення координат у гіперболічному просторі. Запропоновано алгоритм на основі використання гіперболічного потоку Річчі, що дає змогу збільшити ефективність маршрутизації інформаційних потоків за рахунок незначного зростання відповідної евклідової метрики.

Ключові слова: потоки Річчі, динамічна маршрутизація, диск Пуанкаре, евклідова метрика, віртуальні координати.

B. M. Strykhalyuk, Yu. V. Klymash, I. B. Strykhalyuk, B. V. Koval
Lviv Polytechnic National University

INCREASING THE EFFECTIVENESS OF DYNAMIC ROUTING FOR HETEROGENEOUS SERVICE-ORIENTED SYSTEMS USING HYPERBOLIC RICCI FLOWS

The work is dedicated to routing effectiveness increasing for heterogeneous networks with dynamic variables heterogeneities. Distribution of information flows in heterogeneous networks depends on the structural heterogeneities that can dynamically change because of incorrect settings, overload, migration of virtual machines and other emergencies. These factors considerably influence the success routing, notably in large-scale networks that provide a wide range of services. We propose algorithm based on Ricci flows that allow transition from one space to another with preservation properties of conformal mapping network structure to improve the availability of nodes. A wide range of foreign scientists considers the Ricci flow in Euclidean space. This work represents the routing algorithm based on Ricci flow in hyperbolic space, which allows smoothing the verge heterogeneities. Consequently, laying circuits can be designed so that its metric is compatible with the Euclidean metric by applying Poincare disk that allows us to depict the network topology on a single canonical disk with round holes and convert nodes to form of virtual coordinates. We perform the network simulation based on comparison of routing algorithms using hyperbolic and traditional Ricci flows and GeoRou (Geometric routing), which represents the best results of geometric algorithms. The algorithm converge faster than others do, since it allows reducing the probability of errors in the curvature and ensuring effective delivery in the presence of complex dynamic structural variable heterogeneities. We also perform the simulation of distance vector routing based on real coordinates using virtual coordinates. With real coordinates, successful routing was observed in 78.66 % cases, based on virtual coordinates – in 92.5 % cases. Therefore, routing algorithm based on hyperbolic Ricci flow improves effectiveness compared to other routing algorithms by a slight increase in the respective Euclidean metric.

Key words: Ricci flows, dynamic routing, Poincare disk, Euclidean metric, virtual coordinates.

Вступ

Зростання попиту на телекомунікаційні мережі зумовлює нові вимоги щодо забезпечення надійного та якісного доступу до інфокомунікаційних послуг, які надаються користувачеві. Мультисервісна мережа об'єднує в своєму складі множину вузлів з різними технологічними особливостями. Для неї важливими є питання, що пов'язані з прийняттям рішень щодо використання наявних мережевих ресурсів, їх розподілу для підвищення доступності вузлів. Особливо актуальними є проблеми втрат інформації та відмови в обслуговуванні. Нерозв'язаними залишаються задачі, пов'язані зі структурним балансуванням інформаційних потоків з урахуванням змін топології, оптимізацією продуктивності сервісних програмних платформ на основі ефективного управління ресурсами віртуальних машин. Обмін інформаційними потоками у гетерогенних мережах залежить від структурних неоднорідностей, які можуть динамічно змінюватись внаслідок помилкового налаштування, перевантажень, міграції віртуальних машин та інших аварійних ситуацій. Для підвищення ефективності маршрутизації за наявності складних динамічно змінних структурних неоднорідностей запропоновано алгоритм на основі використання потоків Річчі в гіперболічному просторі. Основні питання, пов'язані з дослідженням потоків Річчі в евклідовому просторі, розглянуто в роботах [1, 4, 5]. В [2, 3] представлено теоретичний базис для здійснення конформного відображення координат. Розглядається гіперболічний простір [6, 10], для обчислень відстаней використано модель диска Пуанкаре [7, 8, 9]. Задача підвищення ефективності маршрутизації набуває особливої актуальності у зв'язку зі стрімким зростанням кількості користувачів та розширенням спектра інфокомунікаційних послуг.

Застосування потоків Річчі в телекомунікаційних задачах

Теорію потоків Річчі на поверхнях запропонував Р. Гамільтон для ріманівських множин, вона дає змогу деформувати метрику, використовуючи визначені кривизни.

Отже, є можливість переходити з одного простору в інший зі збереженням властивостей мережі, деформуючи метрику Рімана.

Форма геометричного об'єкта, який є деформованим чи негладким, може бути змінена, якщо всі кривизни однакові. Застосовується конформне відображення для встановлення відповідності між усіма нетріангулярними поверхнями.

Потік Річчі є процесом зміни форми ріманівської метрики відповідно до кривизни поверхні. Нехай S – гладка поверхня з ріманівською метрикою g. Тоді

$$\frac{dg_{ij}}{dt} = -2K + \frac{c(S)}{A}, \tag{1}$$

де t – часовий параметр; K – гауссівська кривизна з метрикою g; A – область поверхні.

Враховуючи властивість гауссівської кривизни $g(t)$, формула (1) набуває вигляду

$$\frac{dg_{ij}}{dt} = -2Kg_{ij}(t), \tag{2}$$

Наступні теореми підтверджують, що потік Річчі є конвергентним і призводить до конформної параметризації метрики, яку можна обчислити, встановивши значення необхідної кривизни в 0 для всіх вузлів та оптимізувати енергію Річчі методом Ньютона. Така оптимізація є гнучкою та надійною для топології "сітка" з поганою тріангуляцією.

Теорема 1. Для замкненої поверхні з від'ємними характеристиками Ейлера, якщо загальна область поверхні зберігається під час потоку, то потік Річчі конвергує до такої метрики, що гауссівська кривизна буде сталою у всіх точках.

Теорема 2. Для замкненої поверхні з додатними характеристиками Ейлера, якщо загальна область поверхні зберігається під час потоку, то потік Річчі конвергує до такої метрики, що гауссівська кривизна буде сталою у всіх точках.

Звичайний потік Річчі вимагає, щоб усі кути перетину були гострими, гіперболічний – модифікує ці вимоги та дозволяє як перетин кіл під гострим кутом, так і відсутність їх перетину.

Метрика укладання кіл для гіперболічного потоку Річчі

Для забезпечення високої конформності у сітках з поганою тріангуляцією узагальнюємо традиційну метрику укладання кіл до метрики укладання кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування в гіперболічному просторі, вираженої як

$$l_{ij} = \cosh^{-1}(\cosh r_i \cosh r_j + I_{ij} \sinh r_i \sinh r_j). \tag{3}$$

Умови гострокутного перетину не є ідеальними для практичних рішень дистанційно-векторної маршрутизації. Сітки трикутної сегментації, отримані з набору даних про з'єднання в сенсорній мережі, завжди містять вузькі трикутники, до яких важко застосувати пропоновану метрику укладання кіл.

У випадку появи конфігурації тупокутного вигляду маршрутизація може вибирати шлях на грані топології, оскільки найближчий сусід вузла відсутній. Як наслідок, використовується дистанційно-векторна маршрутизація по краях віртуальних вузлів.

Гарантується, що, враховуючи довільну конфігурацію сітки з трикутною сегментацією, гіперболічне укладання кіл можна виконати так, що її метрика буде сумісною з евклідовою метрикою.

Отже, метод гіперболічного потоку Річчі забезпечує високу конформність.

Модель диска Пуанкаре для гіперболічного простору

Така модель являє собою одиничний диск на комплексній площині та використовується для обчислення відстаней у гіперболічному просторі. Нехай поверхня *s* представлена множиною точок, що задовольняють нерівність $\sum_{i=1}^{n} x_i < 1$, де x_i – координата, а *n* – розмірність. Тоді метрика Рімана виглядає як:

$$ds^2 = \frac{4\sum_i^n x_i^2}{(1-\sum_i^n x_i^2)^2}. \tag{4}$$

Нехай z_w та z_x є двома точками диска Пуанкаре. Тоді геодезика проходить через z_y та z_z і перетинає одиничне коло в точках z_w та z_x, де z_w ближче до z_y, а z_x – до z_z. На основі перетворень формули (4) гіперболічна відстань між z_w та z_x виражається як:

$$d(z_w, z_x) = (\ln \frac{(z_w - z_y)(z_x - z_z)}{(z_x - z_y)(z_w - z_z)})^{-1} \tag{5}$$

Відповідно, опишемо перетворення Мебіуса для диска Пуанкаре у вигляді зсуву:

$$F_c(z) = c + \frac{r^2}{\overline{z} + \overline{c}} \tag{6}$$

де *c* та *r* є відповідно центром та радіусом кола *C*.

Отже, мережева топологія може бути відображена на канонічному одиничному диску з круглими отворами, вузли сервісної платформи на якому трансформуються до вигляду віртуальних координат.

Алгоритм визначення віртуальних координат

Для утворення гіперболічного простору визначимо основні поняття :

1. Для кожної площини F_{ijk} математичним апаратом є $r_i = \dfrac{l_{ij} + l_{ki} - l_{jk}}{2}$.
2. Для кожного вузла v_i радіус його кола дорівнює $\min r_i$.

Введена конформна деформація змінює радіус r_i кола C_i та зберігає його інверсну відстань. Отже, у разі переходу вузлів з евклідового простору в гіперболічний необхідна лише інформація про довжину меж на основі дискретної метрики, яка залежить від помилки кривизни та розміру кроку. Потік Річчі легко модифікувати для обчислення метрики з наперед визначеним значенням кривизни.

Енергія розглянутого потоку є опуклою в допустимому просторі метрик. Метрика, яка забезпечує необхідну кривизну, є глобальним оптимумом.

Отже, запропонований алгоритм не зупиниться на локальному оптимумі, а зведеться до єдиного глобального оптимуму.

Для представлення дискретної гіперболічної енергії Річчі застосовується матриця Гессена.

На рис. 1 подано алгоритм побудови віртуальних координат з використанням диска Пуанкаре, який здійснює дистанційно-векторну маршрутизацію в гіперболічному просторі.

Кожному вузлу буде відомо, які проміжні вузли беруть участь у процесі передавання даних до місця призначення.

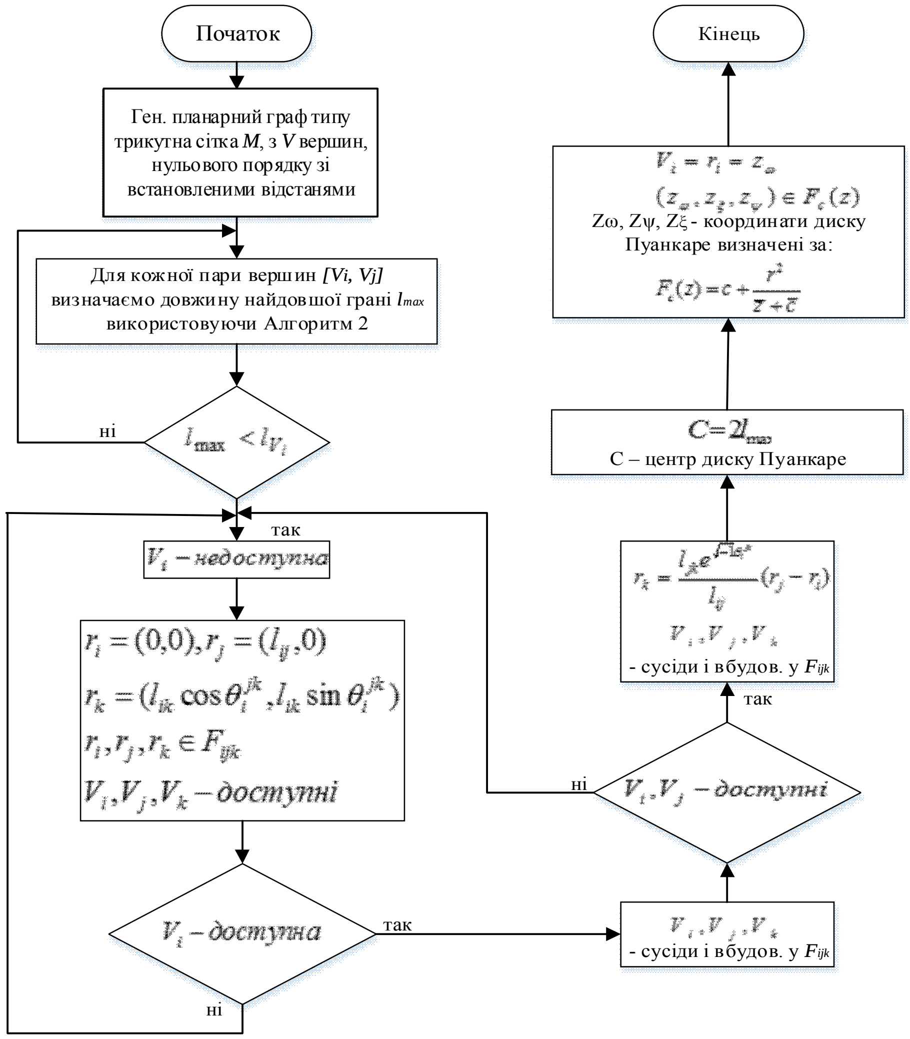


Рис. 1. Алгоритм побудови віртуальних координат

Результати моделювання із використанням віртуальних координат

Для демонстрації у процесі виконання реальних задач вузли мережі в проведених дослідах розділено на чотири кластери відповідно по 20, 50, 100, 150 одиниць, які підключені самоорганізованим способом для передавання інформаційних потоків між віртуальними машинами, що можуть мігрувати.

Порівняємо розроблений алгоритм, який продемонстрований на рис. 1, з традиційним потоком Річчі (TRF) та GeoRou (Geometric routing), який є найкращим серед геометричних алгоритмів маршрутизації.

Для порівняння використано такі критерії, як кількість вузлів, ітерацій та неоднорідностей.

Щоб досягнути максимальної точності, середнє значення результату обчислювалось з 1500 експериментів.

Запропонований алгоритм у разі збільшення кількості вузлів потребує на 20–25 % менше ітерацій, ніж інші.

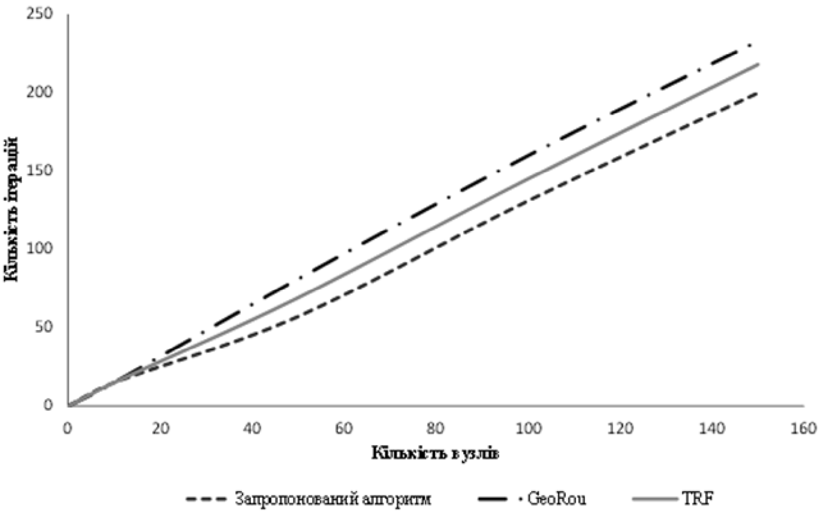


Рис. 2. Залежність кількості ітерацій для визначення маршруту з використанням запропонованого алгоритму, TRF та GeoRou від кількості вузлів у мережі

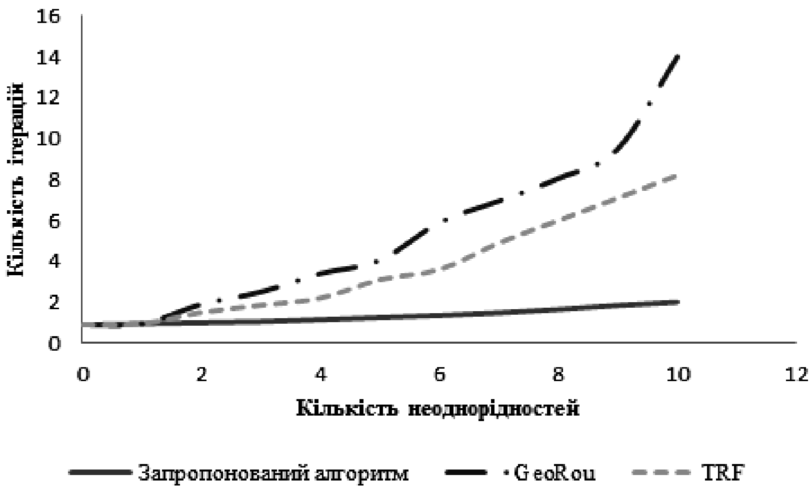
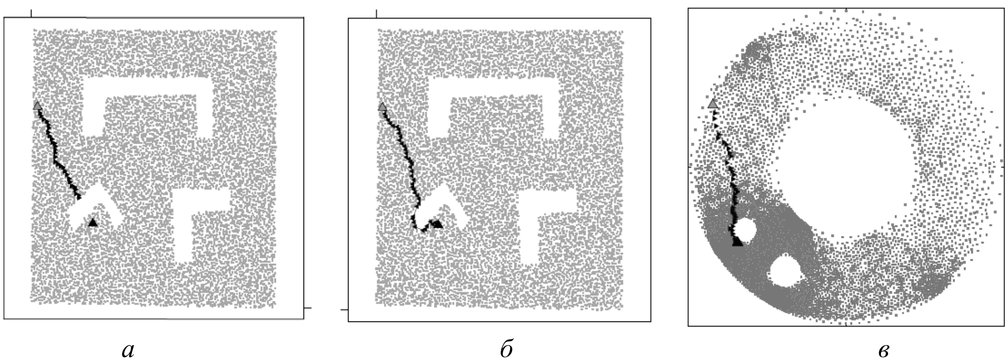


Рис. 3. Залежність кількості ітерацій для визначення маршруту з використанням запропонованого алгоритму, TRF та GeoRou від кількості неоднорідностей у мережі

Як бачимо з рис. 3, за кількості неоднорідностей до 2 представлені алгоритми функціонують практично однаково, проте коли цей показник зростає, то запропонований алгоритм потребує у 2–5 разів менше ітерацій, ніж інші.



а *б* *в*

Рис. 4. Процес топологічно-залежної маршрутизації інформаційних потоків у хмаринковій системі з 8000 вузлів

Рис. 4 відображає ефект дистанційно-векторної маршрутизації на віртуальних координатах. Маршрутизація не завжди може бути успішною за умов нормального “жадібного” алгоритму. За наявності складних динамічно змінних неоднорідностей ефективніше використовувати віртуальні координати, які дають змогу утворити маршрут, що здатний оминути неоднорідність (рис. 4, б). На рис. 4: а) потік не долає неоднорідності дистанційно-векторним алгоритмом; б) – долає неоднорідність, базуючись на системі віртуальних координат; в) – шлях потоку у просторі віртуальних координат на моделі диска Пуанкаре.

Порівняємо методи використання віртуальних та реальних координат за критерієм еластичності шляху, який показує, у скільки разів обхідний шлях довший за основний, та гарантуванням доставки в мережі, що містить більше ніж 5000 пар вузлів типу відправник – отримувач. Результати відображені в таблиці.

Порівняння еластичності та гарантій доставки алгоритмів

Метод	Частка успішного доставлення, %	Середнє значення еластичності	Максимальне значення еластичності
Віртуальні координати	92.5	1.59	3.21
Реальні координати	78.66	1.17	1.54

Згідно з отриманими результатами, віртуальні координати забезпечують більшу ефективність маршрутизації за рахунок несуттєвого збільшення еластичності маршруту.

Висновок

На основі застосування гіперболічних потоків Річі виконано конформне відображення структури мережі для побудови віртуальних координат її вузлів у гіперболічному просторі із застосуванням дискретної інверсійної метрики Рімана для дистанційно-векторних алгоритмів маршрутизації.

Практична задача уникнення множинності граней в геометричній топології розв’язана за рахунок конформного планування віртуальних координат, що є унікальним в гіперболічному просторі, пересилання пакетів дистанційно-векторними методами реалізовано на структурних неоднорідностях топології мережі.

Показано, що неоднорідності, які можуть утворюватися внаслідок дії зовнішніх факторів, в процесі перевантажень або ж міграції віртуальних машин будуть успішно долатися інформаційними потоками.

Отже, запропонований алгоритм маршрутизації на основі гіперболічного потоку Річчі збільшує ефективність маршрутизації за наявності складних динамічно змінних неоднорідностей за рахунок незначного збільшення відповідної евклідової метрики (див. таблицю).

1. Richard S. Hamilton. Three-manifolds with positive Ricci curvature. J. Differential Geom. V.17, No 2 (1982), 255–306. 2. Каган В. Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. Ч. 1. Аппарат исследования, общие основания теории и внутренняя геометрия поверхности. Т. I. – М. Л.: Гостехиздат, 1947. – 512 с. 3. Попов А. Г. Псевдосферические поверхности и некоторые задачи математической физики. – С. 229–238. 4. Palais R. S. Terng Chuu-lian. Critical point theory and submanifold geometry // Lecture Notes in Math. – 1988. – Vol. 1353,84–94. 5. Thomas Ivey. Ricci solitons on compact three-manifolds, (1992), 301–306. 6. Каток А. Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем = Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems / пер. с англ.. А. Кононенко при участии С. Ферлегера. – М.: Факториал, 1999. – 768 с. 7. Perelman, Grisha.The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications. – November 11, 2002. 8. Milnor J. The Poincaré Conjecture 99 Years Later: A Progress Report, 1–6. 9. Bing R. H. Some aspects of the topology of 3-manifolds related to the Poincar conjecture // in Lectures on Modern Mathematics II, edit. T. L. Saaty, Wiley, 1964. 10. Otal J.-P. The hyperbolization theorem for fibered 3-manifolds // Translated from the 1996 French original by Leslie D.Kay.SMF/AMS Texts and Monographs.