

ВРАХУВАННЯ СИЛ СТИСЛИВОСТІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНІЙ ТЕЧІЇ РІДИНИ ПО ТРУБОПРОВОДАХ

© Гнатів Р.М., Босак М.П., 2013

На основі аналізу наукових робіт і експериментальних досліджень проведено уточнення області застосування стисливих і нестисливих задач у разі неусталеної течії рідини в трубопроводі. Показано, що за таких течій недостатньою мірою враховано всі сили, які виникають у нестационарному потоці. Досліджено пульсацію тиску та стиснення рідини за таких течій.

Ключові слова: неусталений, нестационарний, стисливість.

Based on the analysis of scientific papers and experimental studies conducted clarify the application of compressible and incompressible problems in unsteady fluid flow in the pipeline. It is shown that in such flows in insufficiently taken into account all the forces arising in unsteady flow. Investigated pulse pressure and compression of fluid in such flows.

Key words: unstable, unsteady, compressibility.

Постановка проблеми. Розв'язуючи нестационарні задачі руху рідини, використовують як жорсткі, так і пружні математичні моделі. У літературі досі не дуже чітко визначено межі застосування наведених вище моделей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Під час визначення областей використання різних моделей неусталеного руху рідини критеріями вводяться умови [1–3]:

$$u \ll a \quad \text{і} \quad t \gg \frac{l}{a},$$

де a – швидкість поширення звуку в рідині;

t і l – характерний час і відстань, за яких швидкість рідини $u=f(x,t)$ зазнає помітних змін.

Проведений аналіз, а також дослідні дані показують, що в цих умовах недостатньою враховуються всі сили, що виникають за неусталеного руху рідини.

У роботі [4] відповідно до стисливих меж для трубопроводів

$$\left(\frac{\Delta p}{\gamma} \right)_D = (h_L)_D + h_e + h_s + h_i, \quad (1)$$

де $\left(\frac{\Delta p}{\gamma} \right)_D$ – миттєвий перепад тиску; $(h_L)_D$ – миттєвий перепад напору, що втрачається на подолання механічних втрат; h_e – миттєвий перепад напору, що втрачається на подолання сил стисливості; h_s – миттєвий перепад напору через наявність рівня пульсації швидкостей; h_i – інерційний напір.

У монографії [5] наведено низку критеріїв нестисливості, враховуючи закон збереження маси рідини:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{D\rho}{Dt} \cdot \nabla \bar{u} = 0, \quad (2)$$

де ρ – густина рідини; t – час; \bar{u} – вектор швидкості.

Мета і задачі досліджень. Удосконалити методику розрахунку неусталених потоків рідини.

Результати досліджень. Ми зробили спробу становити межі “стисливої” моделі з введення відповідних складових у рівняння, які описують неусталений рух рідини.

Для виведення умов стисливості рідини передбачають, що розподіл швидкості \bar{u} та інших параметрів течії характеризуються масштабом довжини L . Зміна модуля $|\bar{u}| = q$ має порядок величини U . Порядок величин похідних по координатах від компоненти швидкості \bar{u} дорівнює $\frac{U}{L}$.

Нестисливість оцінюють нерівністю:

$$\left| \frac{1}{\rho a^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{2a^2} \cdot \frac{Dq^2}{Dt} + \frac{\bar{u}F}{a^2} \right| \ll \frac{U}{L}. \quad (3)$$

Другу і третю складову використовують у газовій динаміці та метеорології.

З погляду нестационарних течій рідини особливий інтерес становить перша складова (3). Якщо в полі течії відбуваються коливання з частотою n , то швидкість змінює знак за час порядку n^1 .

Порядок похідної величини $\frac{\partial p}{\partial t}$ дорівнює $\rho L U n^2$ і зважаючи на умови малих величин порівняно з

$\frac{U}{L}$ маємо:

$$\frac{n^2 L^2}{a^2} \ll 1. \quad (4)$$

Для конкретизації задачі прийнято $n = 0,2-10$ Гц, а довжина трубопроводу L становить від 1,0 до 50 м.

Записуючи на осцилограму досліди з різними довжинами і діаметрами трубопроводів, за часом проходження стрибка тиску в різних перерізах трубопроводу визначається швидкість звуку в рідині. Отримані результати наведено в таблиці.

Швидкість поширення збурення

Відстань між датчиками тиску l , м	2	3	6	10	25	50
Час проходження звукової хвилі t , с	0,00225	0,0032	0,0068	0,0115	0,027	0,057
Швидкість поширення звуку в рідині a , м/с	890	940	890	900	930	880

На основі отриманих даних за розрахункову величину приймаємо $a = 900$ м/с.

Використовуючи розрахункове значення a і критерій (4), розраховуємо для кожної довжини трубопроводу характеристику $\frac{n^2 L^2}{a^2} = f(n)$, які показано на рисунку.

Для визначення межі, за якої рідину можна розглядати нестисливою, використовувалися вище описані осцилограми, звідки визначено частоти n , за яких у вимірних перерізах стрибок тиску виник практично одночасно. Для цих частот n величини критерію (4) нанесені на рисунку.

Зображена на цьому графіку крива визначає границю задачі, де знехтувати енергією, що витрачається на стиснення рідини, не можна.

Оцінимо частку енергії, що відповідає стисненню рідини з розширенням трубопроводу.

Відомо [6], що відносна зміна об'ємного стиснення рідини характеризується коефіцієнтом об'ємного стиснення β в разі зміни об'єму на одиницю тиску, який виражається в диференціальній формі як

$$\frac{dW}{dp} = -\beta W, \quad (5)$$

де W – об'єм рідини; p – тиск.

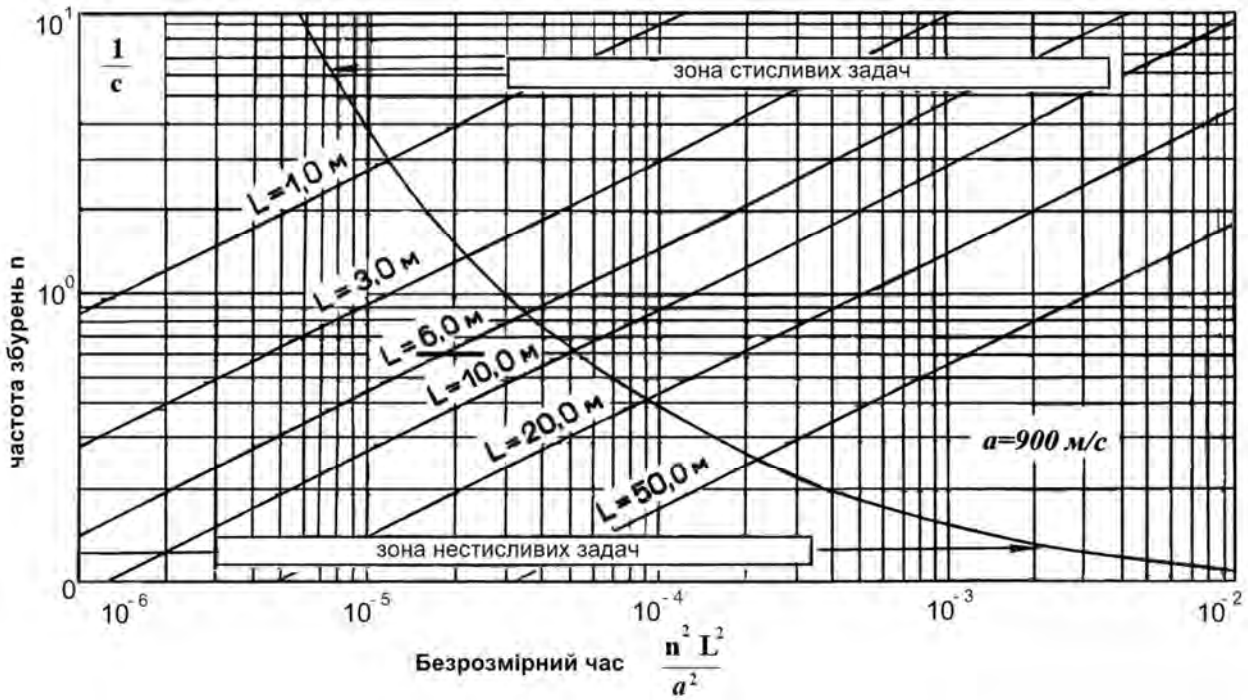


Рис. 1. Залежність частот збурення n від безрозмірного параметру $\frac{n^2 L^2}{a^2}$ для різних довжин трубопроводу

Після інтегрування отримаємо

$$\ln W = -\beta p + c. \quad (6)$$

Звідси

$$W = c_1 e^{-\beta p}. \quad (7)$$

Припускаючи, що $p = p_0$ і $W = W_0$, де p_0 і W_0 початкові значення тиску та об'єму, отримуємо:

$$W = W_0 e^{-\beta(p-p_0)}. \quad (8)$$

Вважаючи в першому наближенні, що стиснення відбувається за експоненціальним законом, визначаємо зміну об'єму під час стиснення рідини:

$$\Delta W = W_0 - W = W_0 [1 - \exp \beta(p - p_0)]. \quad (9)$$

Стиснення рідини відбувається протягом часу половини фази поширення збурення $t = \frac{l}{a}$,

а отже, швидкість стиснення розглянутого об'єму:

$$U_1 = \frac{\Delta W}{\omega t} = \frac{\Delta W \alpha}{\omega l} = \{1 - \exp[\beta(p - p_0)]\} \alpha. \quad (10)$$

З погляду фізики явища швидкість U_1 враховує швидкість заповнення об'єму $\Delta W = W_0 - W$, що виникає за рахунок стисливості рідини.

Оскільки деформується не тільки рідина, а й трубопровід, то необхідно врахувати також і зміну живого перерізу трубопроводу, а отже, і швидкість U_2 .

Напруження розтягу σ в стінці трубопроводу визначається з:

$$\sigma = \frac{pd}{2\delta} \quad (11)$$

і

$$\sigma = \beta_{mp} \varepsilon, \quad (12)$$

де δ – товщина стінки; d – внутрішній діаметр трубопроводу; β_{mp} – модуль пружності трубопроводу; ε – відносне видовження, яке визначається через зміну периметра Δx

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\pi d}. \quad (13)$$

Враховуючи (11), (12) і (13), запишемо

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\beta_{mp}} = \frac{pd}{2\delta\beta_{mp}} = \frac{\Delta x}{\pi d},$$

звідси

$$\Delta x = \frac{\pi d^2 p}{2\delta\beta_{mp}}.$$

Враховуючи останнє, довжина в перетині деформації трубопроводу визначається як

$$\pi d + \Delta x = \pi d + \frac{\pi d^2 p}{2\delta\beta_{mp}}$$

і нові живі перерізи

$$\omega_2 = \frac{\pi}{4} \left(d + \frac{pd^2}{2\delta\beta_{mp}} \right)^2. \quad (14)$$

Відповідно змінюється швидкість U_1 , що визначається за рівнянням (10). Беручи до уваги рівняння нерозривності

$$U_1 \omega_1 = U_2 \omega_2,$$

Одержуємо

$$U_2 = \frac{\{1 - \exp[\beta(p - p_0)]\}a}{\left(1 + \frac{pd}{2\delta\beta_{mp}}\right)^2}. \quad (15)$$

Для оцінювання зміни величини будуємо графік $p = f(A)$, де $A = \left(1 + \frac{pd^2}{2\delta\beta_{mp}}\right)^2$, який дає змогу оцінити з урахуванням конкретного трубопроводу вплив цього фактора.

Часто технологічні системи вимагають великої жорсткості трубопроводу, а отже, і великої товщини стінок δ . У цьому окремому випадку практично $U_1 = U_2$.

Зв'язаний із швидкістю U_2 миттєвий перепад тиску, що викликаний стисненням рідини, може бути визначений із залежності:

$$h_e = \frac{a\Delta U_2}{g}. \quad (16)$$

Під час течії в трубопроводі використовуємо формулу (2) у вигляді [7]:

$$\frac{dU_2}{dl} = \frac{1}{d^2} \cdot \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{dp}{dt}. \quad (17)$$

Переходячи до кінцевих різниць, замість $dU_2 = \Delta U_2$ з (16) отримаємо:

$$\Delta U_2 = \frac{gh_e}{a}. \quad (18)$$

Підставляючи (18) в (17), матимемо

$$\frac{gh_e}{adl} = \frac{g}{\gamma a^2} \cdot \frac{dp}{dt}.$$

Приймаючи $dl = \Delta l$ і вважаючи, що $\Delta l \rightarrow l$, одержимо:

$$h_e = \frac{l}{a\gamma} \cdot \frac{dp}{dt}. \quad (19)$$

Такий самий результат отримаємо, враховуючи результат аналізу розмірностей. Отже, вихідна функціональна залежність загалом має такий вигляд:

$$h_e = f\left(l, a, \gamma, \frac{dp}{dt}, E_0\right) \quad (20)$$

де E_0 – модуль пружності рідини.

Прийнявши за основні величини l, a, γ , отримуємо аналогічну залежність [19].

Формулу (19) можна рекомендувати в першому наближенні для розв'язку інженерних задач неусталеної течії за “стисливою” моделлю.

Висновки

Запропоновано удосконалену методику розрахунку неусталених потоків рідини в трубопроводах. Встановлені межі стисливої моделі, що дає змогу визначити перепади тиску з урахуванням стиснення рідини і матеріалів стінок трубопроводу.

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика: учеб. для вузов / Р.Р. Чугаев. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отделение, 1982. – 672 с. 2. Монин А.С. Статистическая гидромеханика. Теория турбулентности / А.С. Монин, А.М. Яглом. – СПб.: Гидрометеиздат, 1996. – Т. 2. – 742 с. 3. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: в 10-ти т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1986. – Т. 6: Гидродинамика. – 736 с. 4. Gnativ R.M. Registration of compressibility at unsteady liquid motion in pipes / R.M. Gnativ // Proceedings of the IX International Scientific Conference Faculty of Civil Engineering Technical University of Kosice – Kosice, Slovakia, May 22–25, 2012. – ISBN 978-80553-0905-7. – P. 2. Building Services. – 5 s. 5. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости / Дж. Бэтчелор. – М.: Мир, 1973. – 758 с. 6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1987. – 840 с. 7. Гнатів Р.М. Експериментальні дослідження неусталених течій в трубах / Р.М. Гнатів, І.П. Вітрук // Промислова гідраліка і пневматика. – 2009. – № 4 (26). – С.28–31.