

І. І. Лагун, А. Й. Наконечний
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра комп’ютеризованих систем автоматики

ВИБІР МАЛОХВИЛЬОВИХ БАЗОВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ОПРАЦЮВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ СИГНАЛІВ

© Лагун І. І., Наконечний А. Й., 2014

Наведено порівняльну характеристику двох критеріїв вибору оптимальної базової малохвильової функції: мінімального середньоквадратичного відхилення та ентропійного критерію. На основі згаданих критеріїв визначено оптимальні базові малохвильові функції та представлено результати проведених досліджень для визначення ефективності кожного з критеріїв під час реалізації алгоритмів стиснення сигналів.

Ключові слова: малохвильовий базис, материнська малохвильова функція, оптимальна малохвильова функція, вейвлет-перетворення, хвильове перетворення.

The comparative characteristics of two criteria for selecting the optimal wavelet basis functions: the minimum standard deviation and entropy criterion. Based on these criteria the optimal wavelet basis functions were determined. The results of the executed research to determine the effectiveness of the each criterion when implementing the algorithms for the signal's compression are presented.

Key words: basis wavelet, mother wavelet, optimal wavelet.

Вступ

Сьогодні поширення набули методи обробки сигналів, які базуються на використанні малохвильової теорії. Області застосувань малохвильового перетворення є досить різноманітними: дослідження нестационарних процесів, цифрова фільтрація, компресія даних, комп’ютерна графіка, нанесення цифрових підписів тощо.

Найпоширенішими напрямками опрацювання сигналів є очищення сигналу від завад та стиснення сигналів і, зокрема, стиснення зображень. Процеси, основою яких є малохвильове представлення, передбачають декомпозицію спостережуваного сигналу на малохвильові складові й використання пороговання для вибору коефіцієнтів, які будуть основою для синтезу сигналу.

Ефективність таких підходів полягає у можливості вибору таких базових малохвильових функцій, які могли б забезпечити якісну декомпозицію і зосередити енергію сигналу в невеликій кількості значущих ненульових коефіцієнтів.

1. Основні критерії оцінювання оптимальності вибору малохвильових функцій

Зазначимо, що основний алгоритм фільтрації та алгоритм компресії сигналів дуже схожі між собою. В основу цих алгоритмів покладено три етапи:

- розкладання сигналу;
- порогова обробка коефіцієнтів або ж відповідне квантування та кодування;
- реконструкція сигналу.

На першому етапі за допомогою дискретного малохвильового перетворення проводиться декомпозиція сигналу з використанням відповідних малохвильових функцій. На другому етапі вибирають частину коефіцієнтів для порогової обробки, зберігаючи неушкодженими коефіцієнти апроксимації відповідного рівня. На третьому етапі на основі модифікованих коефіцієнтів здійснюється реконструкція сигналу зворотним дискретним малохвильовим перетворенням.

Для реалізації компресії та фільтрації сигналів важливим питанням є наявність достатньої кількості інформації для реконструкції сигналу із заданою якістю. Тому однією з вимог до базових малохвильових функцій є забезпечення найповнішої реконструкції сигналу під час зворотного малохвильового перетворення.

Отже, на якість стиснення сигналу та очищення його від завад може істотно впливати вид і порядок базової малохвильової функції. Нині існує гостра потреба в пошуку малохвильових базових функцій, оптимальних стосовно критерію відношення ступеня стиснення до якості відновленого сигналу. Тому основними вимогами до алгоритмів стиснення та очищення сигналів від завад є:

- максимальне послаблення рівня завад та стиснення, зі збереженням корисних складових сигналу;
- можливість відновлення сигналу з відповідною якістю.

Отже, з одного боку, необхідно вибрати таку базову малохвильову функцію, яка б дозволяла отримати мінімальне значення середньоквадратичного відхилення відтвореного сигналу від оригінального, з іншого боку – забезпечити максимально можливий ступінь стиснення сигналу із задовільною його якістю. З огляду на це, для визначення оптимальності вибору малохвильових функцій для стиснення одновимірних сигналів вибрано два критерії:

- критерій мінімального середньоквадратичного відхилення відтвореного сигналу від оригінального, що дає змогу вибрати оптимальну малохвильову функцію для забезпечення високої якості реконструйованого сигналу [5]:

$$MSE(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2, \quad (1)$$

де N – кількість відліків сигналу; X – вихідний сигнал; Y – сигнал, отриманий у результаті реконструкції;

- критерій мінімуму ентропії, як показник гладкості сигналу, що дозволяє отримати високий коефіцієнт стиснення (очищення) сигналу [4]

$$E(X) = - \sum_{\beta=1}^m \sum_{j=1}^{2^{(m-\beta)}} p_j^{(\beta)} \cdot \ln(p_j^{(\beta)}) \rightarrow \min, \quad p_j^{(\beta)} = \frac{|c_j^{(\beta)}|^2}{\sum_{\beta,j} |c_j^{(\beta)}|^2}, \quad (2)$$

де $c_j^{(\beta)}$ – деталізуючі вейвлет-коефіцієнти; β – рівень деталізації; j – індекс коефіцієнта на β -му рівні деталізації; m – кількість рівнів деталізації

2. Отримані результати

Враховуючи усі необхідні вимоги, для досліджень вибрано такі малохвильові базисні функції:

- сім'я ортогональних малохвильових функцій з компактним носієм Добеші (db1...db20), Койфлеті (coif1...coif5), Симлеті (sym1...sym8);
- сім'я біортогональних пар малохвильових функцій з компактним носієм (bior1.1 - rbio1.1...bior6.8 - rbio6.8).

Дослідження проводилися з використанням тестових сигналів пакета MATLAB.

Для визначення оптимальних базових функцій за критерієм мінімальної похибки середньоквадратичного відхилення здійснено розкладання тестових сигналів за допомогою вибраних малохвильових базових функцій та їх реконструкцію за допомогою оберненого перетворення. Для кожної малохвильової функції, для всіх рівнів розкладу, обчислювалася похибка середньоквадратичного відхилення згідно з виразом (1). Значення отриманої похибки сортували за зростанням. В результаті отримано множину значень середньоквадратичних відхилень з використанням різних базових функцій для певного типу сигналу з урахуванням усіх рівнів розкладу.

У табл. 1 наведено п'ять перших позицій із загальної кількості отриманих результатів за критерієм похибки середньоквадратичного відхилення для тестового сигналу 'linchirp.mat':

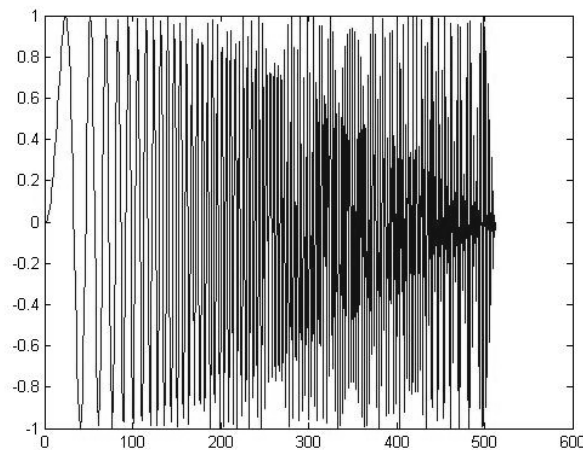


Рис. 1. Тестовий сигнал 'linchirp.mat'

Таблиця 1

Ефективність застосування базових функцій згідно з критерієм середньоквадратичної похибки MSE

Рівні розкладу/ Базисна функція						
1	2	3	4	5	6	7
db1	rbio2.4	rbio2.4	bior2.4	bior2.6	rbio2.6	bior2.6
bior1.1	db1	bior2.4	rbio2.4	rbio2.6	bior2.6	rbio2.6
rbio1.1	bior1.1	bior2.6	bior2.6	bior2.4	rbio2.4	bior2.4
sym1	rbio1.1	rbio2.6	rbio2.6	rbio2.4	bior2.4	rbio2.4
bior2.4	sym1	db1	db1	db1	db1	db1

Базові малохвильові функції розташовано за зростанням значень середньоквадратичного відхилення для кожного рівня розкладу. Наприклад, для однорівневого розкладу сигналу найкращий результат отримано з використанням базової малохвильової функції db1, дещо гірші результати дало використання інших функцій (bior1.1, rbio1.1, sym1, bior2.4).

Аналогічно визначено ефективність застосування базисних функцій згідно з критерієм мінімуму ентропії. Для усіх малохвильових функцій всіх рівнів розкладу розраховано ентропію за виразом (2). Значення ентропії відсортовано за зростанням. У табл. 2 наведено п'ять перших позицій із загальної кількості отриманих результатів за критерієм мінімуму ентропії для тестового сигналу 'linchirp.mat':

Таблиця 2

Ефективність застосування базових функцій згідно з критерієм мінімуму ентропії E_{\min}

Рівні розкладу/ Базисна функція						
1	2	3	4	5	6	7
db19	bior3.9	bior3.9	bior3.9	bior3.9	bior3.1	bior3.1
bior3.1	bior3.7	bior3.7	bior3.7	bior3.7	bior3.9	bior3.9
bior3.3	bior3.5	bior3.5	bior3.5	bior3.5	bior3.7	bior3.7
bior3.5	bior3.3	bior3.1	bior3.1	bior3.1	bior3.5	bior3.5
bior3.7	bior3.1	bior3.3	bior3.3	bior3.3	bior3.3	bior3.3

Аналогічні результати отримано ще для 27 тестових сигналів. На основі отриманих результатів за двома критеріями оцінки здійснено подальші дослідження алгоритмів очищення сигналу від завад та стиснення сигналів. Ефективність кожного з критеріїв визначалася значенням коефіцієнта стиснення сигналів, похибкою відношення сигнал/шум, величиною коефіцієнта кореляції початкового та відтвореного сигналів.

У процесі фільтрування і компресії використовувалося швидке малохвильове перетворення (ШМП). Відомо, що ефективність методів стиснення (очищення) сигналів значно знижується після 7-го рівня розкладу сигналу [3], саме тому розкладання сигналу проводилось на 1–7 рівнях.

Таблиця 3

**Результати за критерієм середньоквадратичної похибки MSE
при практичній реалізації алгоритму стиснення для сигналу 'linchirp.mat'**

Малохвильова функція	Рівень розкладання	Кількість обнулених коефіцієнтів сигналу, %	Збережена енергія сигналу, %	Коефіцієнт стиснення
bior2.6	7	81.60	81.55	3.88
bior2.6	6	81.23	81.26	3.82
bior2.4	7	81.72	81.67	3.74
bior2.6	5	80.31	80.44	3.72
bior2.4	6	81.28	81.10	3.69

Таблиця 4

**Результати за критерієм мінімуму ентропії при практичній реалізації
алгоритму стиснення для сигналу 'linchirp.mat'**

Малохвильова функція	Рівень розкладання	Кількість обнулених коефіцієнтів сигналу, %	Збережена енергія сигналу, %	Коефіцієнт стиснення
bior3.1	6	88.57	88.56	6.40
bior3.9	5	88.15	88.02	6.38
bior3.1	7	88.80	88.67	6.27
bior3.1	4	85.41	85.38	5.32
bior3.9	6	85.37	85.57	5.32

Найкращі результати отримані у разі розкладання сигналу на шостому, сьомому та п'ятому рівнях з використанням функцій `bior3.1` та `bior3.9`, що відповідає даним, наведеним в табл. 2. Отже, отримані результати підтверджують доцільність застосування базових малохвильових функцій, визначених за критерієм мінімуму ентропії, як оптимальних.

Під час реалізації алгоритму очищення сигналу від завад, для вибору оптимального граничного значення використано адаптивний критерій Штейна. Оскільки якість шумоподавлення сигналу залежить також і від способу застосування граничної обробки, застосовано багаторівневу обробку з використанням порога λ , значення якого змінюється від рівня до рівня.

Шумові складові отримано моделюванням білого шуму з $N(0,1)$ в пакеті MATLAB з кількістю відліків, що дорівнює кількості відліків корисного сигналу. Дослідження проводились для тестового сигналу, поданого на рис. 2.

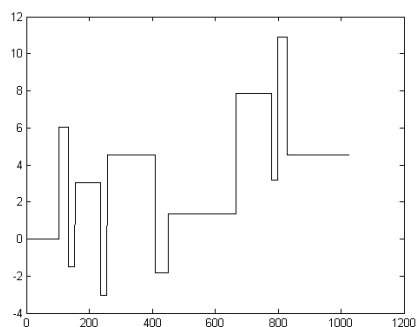


Рис. 2. Тестовий сигнал 'block.mat'

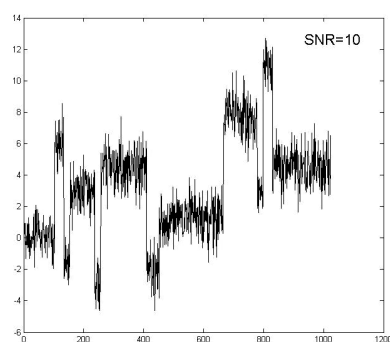


Рис. 3. Тестовий сигнал 'block.mat' з шумовими складовими

У табл. 5 та 6 для цього сигналу наведено п'ять перших позицій із загальної кількості отриманих результатів за критерієм середньоквадратичної похибки та ентропійним критерієм

Таблиця 5

Ефективність застосування базових функцій згідно з критерієм середньоквадратичної похибки MSE для сигналу 'block.mat'

Рівні розкладу/ Базисна функція						
1	2	3	4	5	6	7
bior3.3	bior2.4	bior2.4	bior3.7	bior3.7	bior3.7	rbio3.3
rbio2.4	bior3.3	bior3.7	bior2.4	bior2.4	bior2.4	bior2.4
rbio3.3	bior3.7	rbio3.3	bior3.3	rbio3.3	rbio3.3	bior3.7
rbio3.9	bior2.8	bior3.3	rbio3.3	bior3.3	bior3.3	rbio2.4
rbio3.5	bior3.9	rbio3.5	bior2.8	bior2.8	rbio2.4	bior2.6

Таблиця 6

Ефективність застосування базових функцій згідно з критерієм для мінімуму ентропії E_{\min} для сигналу 'block.mat'

Рівні розкладу/ Базисна функція						
1	2	3	4	5	6	7
bior1.1	bior1.1	bior1.1	bior1.1	bior1.3	bior3.1	bior1.1
bior1.3	bior1.3	bior1.3	db1	bior1.1	bior1.1	db1
bior1.5	bior1.5	bior1.5	rbio1.1	db1	db1	rbio1.1
db1	db1	db1	sym1	rbio1.1	rbio1.1	sym1
rbio1.1	rbio1.1	rbio1.1	bior1.3	sym1	sym1	bior1.3

Базові малохвильові функції розташовано за зростанням значень середньоквадратичного відхилення (табл. 5) та ентропійного критерію (табл. 6) для кожного рівня розкладу.

Таблиця 7

Результати за критерієм середньоквадратичної похибки MSE при практичній реалізації алгоритму очищення сигналу від завад для сигналу 'block.mat'

Малохвильова функція	Рівень розкладання	Коефіцієнт відношення сигнал/шум (SNR)	Коефіцієнт кореляції
bior3.3	3	13,82	0,9908
bior3.7	3	13,69	0,98982
rbio3.3	3	13,33	0,9897
bior2.4	2	13,32	0,98938
bior3.7	2	13,31	0,98935

Таблиця 8

Результати за ентропійним критерієм під час практичної реалізації алгоритму очищення сигналу від завад для сигналу 'block.mat'

Малохвильова функція	Рівень розкладання	Коефіцієнт відношення сигнал/шум (SNR)	Коефіцієнт кореляції
bior1.3	3	14,58	0,9920
bior1.1	3	14,09	0,9915
bior1.5	3	14,05	0,9911
bior1.3	2	13,53	0,9898
bior1.1	2	13,46	0,98978

Найкращі результати отримані у разі розкладання сигналу на третьому та другому рівнях з використанням функцій `biog1.3` та `biog1.1`, визначених згідно з ентропійним критерієм, що відповідає даним, наведеним в табл. 6.

Отже, здебільшого найдоцільніше під час фільтрації сигналів застосовувати багаторівневе розкладання з попереднім вибором оптимального малохвильового базису згідно з критерієм мінімуму ентропії із урахуванням рівнів розкладання сигналів. Важливим завданням є також вибір рівня розкладу і спосіб застосування порогової обробки, адже неправильний вибір цих параметрів може призвести до втрати інформативних складових сигналу.

Висновок

На основі проведених досліджень здійснено загальну класифікацію базових малохвильових функцій за ефективністю опрацювання різних типів одновимірних сигналів згідно з критерієм середньоквадратичної похибки та ентропійним критерієм. Оптимальний вибір визначених базових малохвильових функцій підтверджений результатами досліджень за двома критеріями під час реалізації алгоритму стиснення сигналів. Вибір оптимальної малохвильової функції за ентропійним критерієм дає кращі результати за стискання сигналів, ніж використання критерію середньоквадратичної похибки. Подальші дослідження передбачаються в напрямі можливості застосування цих методів до двовимірних сигналів, а також пошуку нових, ефективніших критеріїв оптимальності визначення базових малохвильових функцій.

1. Дремін І. М. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремін, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // УФН, 2001. – № 5. 2. Дьяконов В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений: спец. справочник / Дьяконов В., Абраменкова И. – СПб.: Питер, 2002. – С. 602. 3. Комаров И. Э. Методика количественной оценки значимости вейвлет-базиса / И. Э. Комаров В. А. Майстренко // Омский научный вестник. – 2010. – № 3 (93). – С. 202 – 206. 4. Наконечний А. Й. Цифрова обробка сигналів / А. Й. Наконечний, Р. А. Наконечний, В. А. Павлиш. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. – С.360. 5. Лагун І. І. Основні підходи до вибору оптимального малохвильового базису / Лагун І. І., Наконечний А. Й. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. – Сер.: Автоматика, вимірювання та керування. – 2009. – № 639. – С. 71. 6. Лагун І. І. Оцінка якості зображень при фільтрації сигналів різними базисними малохвильовими функціями / І. І. Лагун; А. Й. Наконечний // Збірник тез доповідей XI Міжнародної наукової конференції з контролю і управління в складних системах “КУСС-2012”. – Вінниця, 2012. – С.101.