

У. Ю. Дзелендзяк¹, В. В. Самотий^{2,3}, А. Г. Павельчак¹¹Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра комп'ютеризованих систем автоматики²Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
кафедра управління інформаційною безпекою,³Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki,
katedra Automatyki i Technik Informatycznych

МОДЕЛЬ СИСТЕМИ: ОДНОФАЗНИЙ ДВОПІВПЕРІОДНИЙ ВИПРЯМЛЯЧ – МОТОР ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З НЕЗАЛЕЖНИМ ЗБУДЖЕННЯМ

© Дзелендзяк У. Ю., Самотий В. В., Павельчак А. Г., 2015

Наведено математичну модель системи: однофазний двопівперіодний випрямляч – мотор постійного струму з незалежним збудженням, а також запропоновано метод аналізу перехідних режимів її роботи.

Ключові слова: однофазний двопівперіодний випрямляч, мотор постійного струму з незалежним збудженням, перехідні процеси, додаткові логічні змінні.

Mathematical model of the system: the single-phase bisemiperiodic rectifier with two valves - motor of direct-current with independent excitation is shown and method for transient analysis of it operational modes is suggested.

Key words: single-phase bisemiperiodic rectifier, motor of direct-current with independent excitation, transient operational modes, additional logic variables.

Вступ

Сучасні тенденції в розвитку напівпровідникової техніки характеризуються широким застосуванням тиристорних перетворювачів в автоматизованому електроприводі. Система електроприводу найчастіше складається з мотора, напівпровідникового перетворювача та системи автоматичного керування. Оскільки напівпровідникові перетворювачі широко застосовуються для живлення електроприводів, зростає актуальність задачі математичного моделювання всієї системи електроприводу.

Розглянемо систему, в якій однофазний двопівперіодний випрямляч живить обмотку якоря мотора постійного струму, а обмотку збудження включено до автономного джерела постійної напруги. Для побудови математичної моделі такої системи, як правило, використовують два найпопулярніші методи. Перший полягає в представленні мотора і перетворювача набором ланок із певними передатними функціями, а другий представляє ці пристрої системою диференціальних та алгебричних рівнянь. Для аналізу режимів роботи досліджуваної системи керування скористаємося другим методом, оскільки наша система є суттєво нелінійною.

Керування швидкістю обертання роторів моторів постійного струму з різними варіантами ввімкнення обмоток, зокрема, з незалежним збудженням задача актуальна і має багато практичних застосувань. Один з найпоширеніших методів керування швидкістю обертання роторів моторів постійного струму полягає в зміні напруги живлення мотора. Цей факт спонукає до пошуку засобів зміни постійної напруги. Використавши перетворювачі змінної напруги в постійну, таку задачу можна розв'язати. Найпоширенішим перетворювачем такого типу є однофазний двопівперіодний випрямляч із середньою точкою. Щоб змінити вихідну напругу випрямляча, необхідно використати в двопівперіодній схемі керування напівпровідникові вентилі (тиристори). Тоді, змінюючи кут запалювання тиристора, можна впливати на рівень вихідної напруги, а відповідно, і на швидкість обертання ротора мотора постійного струму. Роботу тиристорів досліджуваної системи

змодельовано за схемою ідеального ключа. Для аналізу перехідних режимів роботи було використано явні методи числового інтегрування.

Аналіз публікацій

Розглянемо математичні моделі систем керування моторами постійного струму. В роботі [2] розроблено метод математичного моделювання системи електроприводу на основі напівпровідникового перетворювача в колі якоря двигуна постійного струму з незалежним збудженням за допомогою сигнальних графів. Математичну модель для аналізу перехідних режимів однофазних колекторних двигунів з врахуванням насичення магнетопроводу і розмагнетчувальної дії реакції якоря, що дає можливість аналізувати параметри та характеристики цих двигунів в режимі пуску та зміни навантаження, запропоновано в [3].

У [4] наведено математичну модель вентильного реактивного двигуна постійного струму з паралельним буфером енергії, яка враховує дискретну зміну схеми транзисторного комутатора, насичення сталі магнітопроводу, втрати в міді, в комутаторі, в сталі. Моделювання силових транзисторних ключів здійснено за допущення, що перехідні процеси їх вмикання і вимикання відбуваються миттєво, опір закритого ключа дорівнює безмежності. Для розрахунку динамічних процесів застосовано метод Рунге–Кутта четвертого порядку зі сталим кроком інтегрування. Математичні моделі систем керування мотором постійного струму, в яких для аналізу перехідних процесів використано явні методи числового інтегрування, наведено в роботах [5, 6, 8].

У [1] проаналізовано перехідні процеси двигуна постійного струму, які виникають при зміні моменту опору на валу двигуна. Для комп'ютерного симулювання використовували програмний комплекс Simulink. Дискретну математичну модель системи керування швидкістю обертання ротора мотора постійного струму з тахогенератором як ланкою зворотного зв'язку, яка ґрунтується на неявних методах числового інтегрування, наведено в роботі [7]. Використання неявних методів дає можливість досліджувати динаміку системи за будь-яких значень її параметрів.

Рівняння динаміки однофазного двопівперіодного випрямляча із двома вентилями

Розглянемо рівняння динаміки однофазного двопівперіодного випрямляча, що містить два керовані вентиля (D_1 , D_2) і C -фільтр (рис. 1). При одній полярності вихідної напруги відкривається вентиль D_1 , а при протилежній – вентиль D_2 . Якщо це керовані вентиля, то необхідною умовою ще додатково повинна бути наявність сигналу, який дає дозвіл на відкривання вентиля. Такий

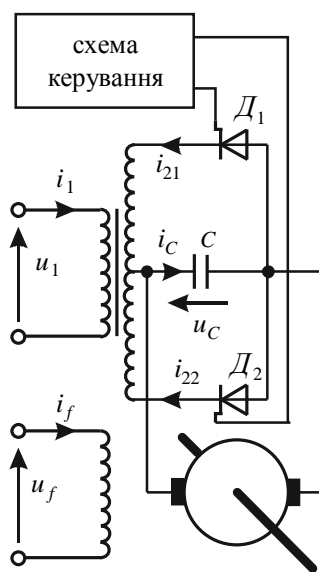


Рис. 1. Принципова схема системи

сигнал формується окремою схемою керування і дає можливість регулювати вихідну напругу випрямляча. Отже, в цій схемі можливі три комбінації відкритих і закритих вентилів: 1) D_1 – відкритий, D_2 – закритий; 2) D_1 – закритий, D_2 – відкритий; 3) D_1 , D_2 – закриті.

При виведенні рівнянь динаміки параметри первинної сторони трансформатора будемо вважати приведеними за числом витків до вторинної, а роботу напівпровідникових вентилів подамо за схемою ідеального ключа.

Для побудови математичної моделі однофазного двопівперіодного випрямляча із двома вентилями спочатку необхідно з'ясувати можливу кількість комбінацій відкритих і закритих вентилів. Для кожної з них записати свою систему алгебро-диференціальних рівнянь, виділити в них спільні риси і за допомогою додаткових логічних змінних записати одну узагальнену систему рівнянь.

Запишемо узагальнені рівняння динаміки. Для цього введемо додаткові логічні змінні k_1 , k_2 , що набувають значення 0, 1. Причому 0 відповідає закритому стану вентиля, а 1 – відкритому:

$$\frac{dy}{dt} = g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_{21} \frac{d\Psi_{21}}{dt} + g_{22} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (1)$$

$$\text{де } g_1 = \frac{a_1}{\Delta}, \quad g_{21} = \frac{k_1 a_{21}}{\Delta}, \quad g_{22} = -\frac{k_2 a_{22}}{\Delta}, \quad \Delta = a'' + a_1 + k_1 a_{21} + k_2 a_{22}.$$

Підставивши значення $k_1 = 1, k_2 = 0$, ми отримаємо рівняння першої комбінації, підставивши $k_1 = 0, k_2 = 1$ – рівняння другої комбінації, $k_1 = 0, k_2 = 0$ рівняння третьої комбінації.

Узагальнені вирази для струмів будуть такими:

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{12} \frac{d\Psi_{21}}{dt} + a_{13} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{di_{21}}{dt} = a_{21} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_{21}}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{di_{22}}{dt} = a_{31} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{33} \frac{d\Psi_{22}}{dt}, \quad (4)$$

$$\text{де } a_{11} = a_1(1 - g_1), \quad a_{12} = -a_1 g_{21}, \quad a_{13} = -a_1 g_{22}, \quad a_{21} = -k_1 a_{21} g_1, \quad a_{22} = k_1 a_{21}(1 - g_{21}), \quad a_{31} = k_2 a_{22} g_1, \quad a_{33} = k_2 a_{22}(1 + g_{22}).$$

Узагальнене рівняння конденсатора таке:

$$\frac{du_C}{dt} = C^{-1}(i_{21} + i_{22} - i_a). \quad (5)$$

Рівняння (1), (3), (4), (5) запишемо одним матричним виразом:

$$\frac{dX}{dt} = BZ(t), \quad (6)$$

$$\text{де } X = (y, i_{21}, i_{22}, u_C)^T;$$

$$Z(t) = (u_1 - r_1 i_1, -u_C - r_{21} i_{21}, -u_C - r_{22} i_{22}, i_{21} + i_{22} - i_a)^T; \quad (7)$$

$$M = \begin{bmatrix} g_1 & g_{21} & g_{22} \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Отримані рівняння необхідно доповнити умовами закривання і відкривання вентилів. Якщо вентиль D_1 відкритий, перевіряємо умову його закривання

$$i_{21} = 0, \quad \frac{di_{21}}{dt} < 0, \quad (9)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_1 = 0$. При відкритому вентилі D_2 перевіряємо умову його закривання

$$i_{22} = 0, \quad \frac{di_{22}}{dt} < 0, \quad (10)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_2 = 0$.

Якщо вентиль D_1 закритий, перевіряємо умову його відкривання

$$u_{\partial 1} = -\frac{dy}{dt} - u_C > 0, \quad (11)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_1 = 1$. При закритому вентилі D_2 перевіряємо умову його відкривання

$$u_{\partial 2} = \frac{dy}{dt} - u_C > 0, \quad (12)$$

а при її виконанні присвоюємо $k_2 = 1$.

Рівняння динаміки мотора

Щоб записати рівняння динаміки усієї системи, потрібно додати диференціальні рівняння, що описують динаміку роботи мотора постійного струму з незалежним збудженням. Спочатку запишемо рівняння електромагнетного стану мотора постійного струму із незалежним збудженням у нормальному вигляді

$$\frac{di_a}{dt} = S_a u_a + T_a u_f + E_a, \quad \frac{di_f}{dt} = T_f u_a + S_f u_f + E_f, \quad (13)$$

де $S_a = 1/(L_a + L_{af}L_{fa}/L_{ff})$, $T_a = -S_a L_{af}/L_{ff}$, $T_f = -S_a L_{fa}/L_{ff}$,

$$E_a = S_a(L_{af}r_f i_f / L_{ff} - cw\Phi - \Delta u - r_a i_a), \quad S_f = (1 - L_{fa}T_a)/L_{ff}, \quad E_f = -(L_{fa}E_a + r_f i_f)/L_{ff}.$$

Тут L_a – сумарна індуктивність послідовного кола якоря; L_{ff} – індуктивність обмотки збудження; L_{af} , L_{fa} – взаємні індуктивності кола якоря і кола збудження; r_a , r_f – активні опори кола якоря і кола збудження; w – кутова швидкість обертання ротора мотора; i_a , i_f – струми кола якоря і кола збудження; Φ – магнетний потік мотора; c – конструктивна стала якоря мотора; Δu – падіння напруги в щітковому контакті.

У скомпенсованих моторах урахування насичення магнетопровідника можна розрахувати наближено за кривою намагнення

$$\Phi = \Phi(i_f), \quad L_{ff} = L_{ff}(i_f). \quad (14)$$

У ненасиченому моторі

$$\Phi = L_{ff} i_f / w_f, \quad L_{ff} = const, \quad (15)$$

де w_f – число витків обмотки збудження.

Врахування насичення в некомпенсованих моторах пов'язано з побудовою розрахункової схеми магнетопровідника як кола з розподіленими параметрами, оскільки тут $\Phi = \Phi(i_f, i_a)$. Врахувати вихрові струми у конструктивних елементах можна лише за наближеною методикою. Для строгого розв'язування задачі з урахуванням просторового розподілу фізичних змінних стану необхідно використати рівняння квазістаціонарного електромагнетного поля в часткових похідних.

Рівняння руху запишемо за рівнянням Даламбера

$$\frac{dw}{dt} = (c\Phi i_a - M_o) / J, \quad (16)$$

де J – момент інерції ротора мотора; M_o – момент опору.

Тепер отримані диференціальні рівняння необхідно об'єднати в єдину систему, врахувавши взаємний вплив змінних стану одна на одну. Оскільки обмотка якоря мотора підключена безпосередньо до конденсаторного фільтра, в рівняннях стану мотора (13) необхідно прийняти $u_a = u_C$. Отже, загальна система рівнянь об'єднуватиме вирази (6), (13), (16).

Результати комп'ютерної симуляції

Розраховували динамічні процеси системи методом Рунге-Кутта 4-го порядку за таких значень:

– параметри трансформатора: $r_1 = 2$ Ом; $r_{21} = r_{22} = 1$ Ом; $a_1 = 172$ Гн⁻¹; $a_{21} = a_{22} = 200$ Гн⁻¹; $C = 9$ мФ, $u_1 = 311 \sin(\omega t)$ В. Крива намагнення апроксимована виразом

$$j(y) = \begin{cases} m_1 y & \text{if } |y| < y_1 \\ S_3(y) & \text{if } y_1 \leq |y| \leq y_2 \\ m_2 y - m_0 & \text{if } |y| > y_2 \end{cases}, \quad (17)$$

де $m_1 = 0.25$ Гн⁻¹; $m_2 = 3$ Гн⁻¹; $a_0 = 1.8$ А; $y_1 = 0.2$ Вб; $y_2 = 0.9$ Вб; $j(y_1) = 0.05$ А; $j(y_2) = 0.9$ А; $S_3(y)$ – кубічний сплайн.

– параметри мотора постійного струму: $L_a = 4.67$ Гн; $L_{ff} = 94$ Гн; $L_{af} = L_{fa} = 4$ нГн; $r_a = 0.3$ Ом; $r_f = 49$ Ом; $J = 1.8$ Н·м·с²/рад; $M_O = 4$ Н·м; $c = 9$ Н·м/(Вб·А); $u_f = 220$ В, $w_f = 1000$.

Ми досліджували вплив кута запалювання тиристорів випрямляча на динаміку роботи мотора постійного струму. На рис. 2 наведено криві перехідного процесу швидкості обертання для різних кутів запалювання тиристорів. Крива 1 відповідає куту 0^0 , крива 2 – 40^0 , крива 3 – 80^0 , крива 4 – 120^0 , крива 5 – 140^0 . При куті 150^0 мотор зупиняється, бо його рушійний момент стає меншим ніж момент опору. При нульовому куті запалювання максимальне значення кутової швидкості становить 88 рад/с, а в усталеному режимі 72.72 рад/с, тобто перерегулювання не перевищує 15 рад/с. Це становить $\approx 21\%$ від усталеного значення. Для кута 40^0 (крива 2) усталене значення дорівнює 64.79 рад/с, а перерегулювання $< 12.5\%$. Для кута 80^0 (крива 3) усталене значення дорівнює 47.36 рад/с, а перерегулювання $< 2.2\%$. Для кутів запалювання 120^0 і 140^0 перерегулювання практично відсутнє.

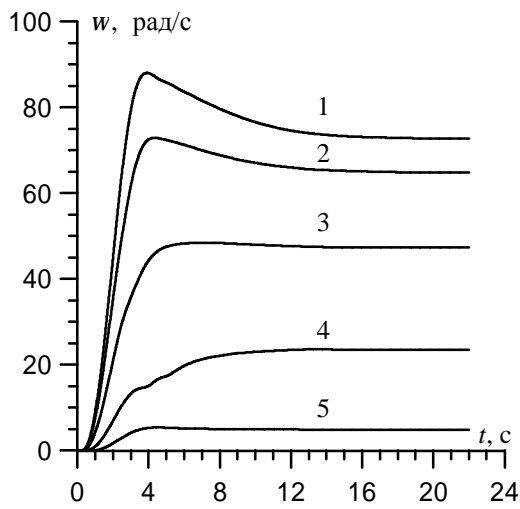


Рис. 2. Криві перехідного процесу швидкості обертання мотора

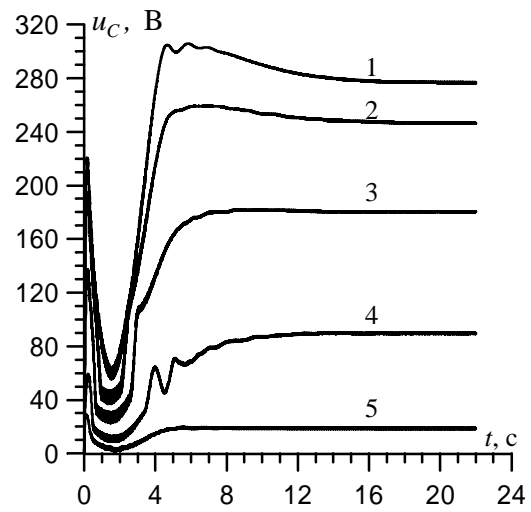


Рис. 3. Криві перехідного процесу напруги конденсатора

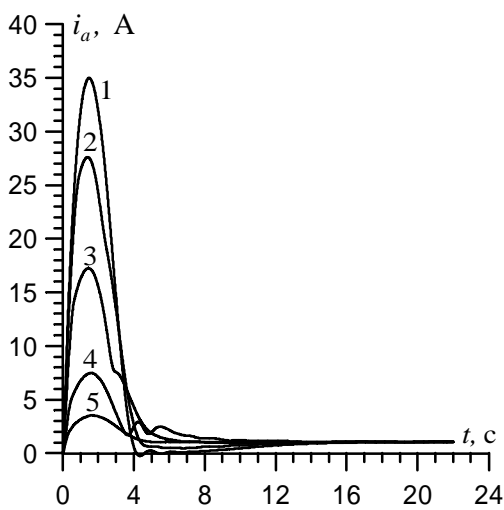


Рис. 4. Криві перехідного процесу струму якоря мотора

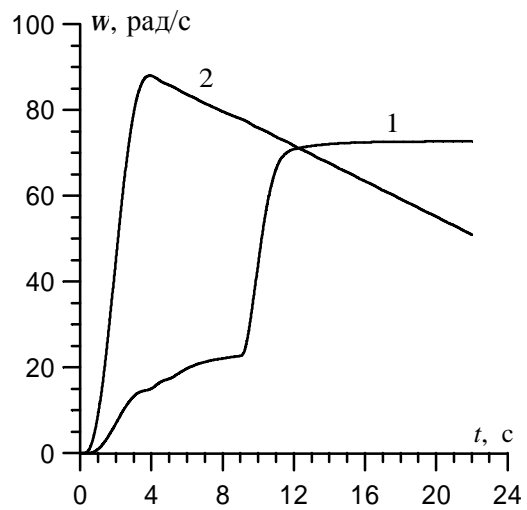


Рис. 5. Криві перехідного процесу швидкості обертання мотора зі змінним кутом запалювання

Аналогічні криві перехідного процесу напруги конденсатора випрямляча наведено на рис. 3. Вона змінюється в межах від 277 В для кута запалювання 0° (крива 1), до 19 В для кута запалювання 140° (крива 5). В момент пуску мотора відбувається різке падіння напруги конденсатора – це приблизно діапазон від 0.5 с до 2.5 с. Протягом наступних двох секунд напруга різко зростає, потім досягає максимального значення і плавно виходить на усталений режим паралельно зі швидкістю обертання мотора.

На рис. 4 наведено криві перехідного процесу струму якоря мотора для різних кутів запалювання тиристорів. Крива 1 відповідає нульовому куту, крива 2 – 40° , крива 3 – 80° , крива 4 – 120° , крива 5 – 140° . Струм якоря швидко наростає, що забезпечує великий пусковий момент мотора. Саме ця особливість дає широкі можливості застосування моторів постійного струму. Після розгону мотора струм якоря стабілізується і не перевищує 2 А.

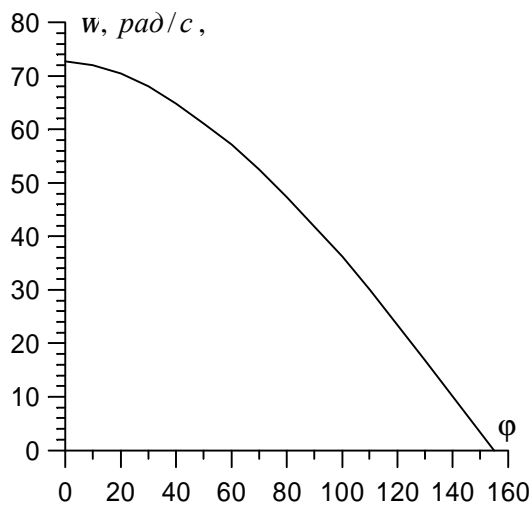


Рис. 6. Залежність кутової швидкості мотора від кута запалювання тиристорів

Було також досліджено динаміку роботи мотора за зміни кута запалювання тиристорів. На рис. 5 наведено саме такі характеристики. Крива 1 відповідає режиму, коли кут запалювання дорівнює 120° на інтервалі часу від 0 до 9 с. Далі кут запалювання було прийнято рівним нулю, що спричинило зростання кутової швидкості мотора. Крива 2 демонструє протилежний режим, де кут запалювання дорівнює нулю на інтервалі часу від 0 до 9 с. Потім цей кут був встановлений 160° , що спричинило повне закриття тиристорів, і конденсатор розряджається на контур якоря. Судячи з процесу, стала часу такого контуру є доволі значною.

На рис. 6 наведено залежність кутової швидкості мотора в усталеному режимі від кута запалювання тиристорів. Вона близька до лінійної, лише при кутах від нуля до 40° спостерігається незначна нелінійність.

Висновки

Розроблено математичну модель розімкненої системи керування мотором постійного струму з незалежним збудженням, яка дає можливість досліджувати динаміку роботи таких систем. Роботу тиристорів моделюють за схемою ідеального ключа. В рівняннях динаміки це відображається додатковими логічними змінними, що набувають значень 0, 1. Такий підхід унеможливило штучне утворення жорстких диференціальних рівнянь. Це дає можливість застосовувати явні методи числового інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь, що значно спрощує алгоритм розрахунку.

1. Біла Т. Я., Стаценко В. В., Тербій П. В. Моделювання роботи приводу електрообутових пристроїв у режимах із навантаженням, що різко змінюється [Електронний ресурс] // Технології та дизайн. – 2014. – № 2. – Режим доступу: http://nbiv.gov.ua/j-pdf/td_2014_2_5.pdf. 2. Ковальов В. М., Білоха Д. О. Модель двигуна постійного струму для автоматизованих розрахунків режимів електроприводу. // Научно-технический сборник “Коммунальное хозяйство городов”. Выпуск 88. Серия: Технические науки. – 2009. – С. 219–223. 3. Пирковский С. Н. Моделирование переходных режимов работы однофазных коллекторных двигателей // Электромашиностроения та електрообладнання. – 2010. – № 75. – С. 91–94. 4. Ткачук В. І., Кашия Л. В. Математичне моделювання електромеханічних процесів у вентильному реактивному двигуні з паралельним буфером енергії // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. – 2001. – № 418. – С. 164–173. 5. Самотий В., Дзелендзяк У., Павельчак А.

Комп'ютерна симуляція процесу керування мотором постійного струму з незалежним збудженням // Автоматика, вимірювання та керування: Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2010. – № 665. – С. 12–18. 6. Самотий В, Дзелендзяк У. Комп'ютерна симуляція системи керування мотором постійного струму з паралельним збудженням // Міжвідомчий науково-технічний збірник "Вимірювальна техніка та метрологія" – 2010. – № 71. – С. 51–58. 7. Самотий В., Дзелендзяк У. Математична модель каскаду "однофазний двопівперіодний випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням" // Автоматика, вимірювання та керування: Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2013. – № 753. – С. 3–8. 8. Samoty V., Dzelendzyak U. Mathematical model of thyristor's system control of DC motor with independent excitation // Czasopismo Techniczne. Automatyka. 1-AC/2013, p. 79–91.

УДК 519.7

Л. В. Мороз, А. Гринчишин

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра безпеки інформаційних технологій

ШВИДКЕ ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ $Y=1/X$ З ВИКОРИСТАННЯМ МАГІЧНОЇ КОНСТАНТИ

© Мороз Л. В., Гринчишин А., 2015

Подано математичний опис перетворень при швидкому обчисленні обернено-пропорційної залежності з використанням магічної константи для чисел типу float та визначення оптимальних значень зміщень для адитивної корекції з метою зменшення відносних похибок обчислень.

Ключові слова: магічна константа, числа типу float, адитивна корекція, відносна похибка обчислень.

Mathematical description of transformations is given at a fast computation reciprocal with the use of magic constant for the numbers of type of float and determination of optimum values of biases for a additive correction with the purpose of decreasing of relative errors of computation.

Key words: magic constant, the numbers of type of float, additive correction, fast reciprocal.

Вступ

У роботах [1,2] швидкий зворотний (або обернений) квадратний корінь (fast reciprocal square root – frsqrt), що базується на застосуванні магічної константи [4,5], використано для реалізації обернено-пропорційної залежності (англ. – reciprocal) таким способом:

$$y_i = \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}. \quad (1)$$

На наш погляд, таке рішення не є оптимальним та ефективним ні за швидкодією, ні за простотою програмної або апаратної реалізації. Ми пропонуємо свій, покращений алгоритм. Перше наближення такого типу алгоритму було описано у відомій роботі Д. Блінна (J. Blinn) [3], однак точність його невисока – відносна похибка після двох ньютонівських ітерацій становить приблизно 0.00244 (8.67 коректних бітів результату).

Мета роботи

Метою роботи є створення автономного алгоритму для реалізації обернено-пропорційної залежності з використанням магічної константи для чисел з плаваючою точкою (типу float) у форматі одинарної точності (single precision) стандарту IEEE-754 та визначення оптимальних