

лечения больных ГП и пациентов старшей возрастной группы (> 60 лет) с интактным пародонтом при увеличении количества опорных зубов в несъемном зубном протезе у 71,2±2,6 % обследованных. Использование данных биомеханических компьютерных исследований для планирования конструкции несъемного мостовидного протеза и расчета количества опорных зубов позволяет нормализовать окклюзионное давление и функциональную нагрузку на корни и пародонт. Все эти факторы в комплексе способствуют нормализации функционального состояния жевательного аппарата в целом и позволяют рекомендовать разработанную методику к широкому применению в стоматологической практике.

#### Список литературы

1. **Возрастная** динамика состояния пародонта у взрослых / А. И. Грудянов, С. Л. Кирюхина, Г. В. Масленникова, М. А. Кокабадзе // Стоматология. - 1989. - № 4. - С. 70-72.
2. **Формирование** остеопоротических сдвигов в структуре костной ткани (костные органы, структура костной ткани и ее ремоделирование, концепция патогенеза остеопороза, его диагностики и лечения). / [Аврунин А. С., Корнилов Н. В., Суханов А. В., Емельянов В. Г.] С-Пб.: Ольга.- 1998.- 67 с.
3. **Практическая** геронтостоматология и гериартрия / [Заксон М. Л., Овруцкий Г. Д., Пясецкий М. И., Солнцев А. М.] - Київ, "Здоров'я", 1993. - С. 5-6.
4. **Виллерсхаузен-Ценхен Б.** Заболевания пародонта у пожилых пациентов / Б. Виллерсхаузен-Ценхен, К Глейсер // Клиническая стоматология. – 1998. – № 2. – С. 56-63.
5. **Борисова Е. Н.** Социальные и клинические аспекты заболеваний пародонта у людей пожилого возраста / Е. Н. Борисова. // Профилактика заболеваний и укрепление здоровья. – 2001. – № 2. – С. 31-36.
6. **Бутюгин И. А.** Структура заболеваемости и состояние полости рта у “пожилых” пациентов / И. А. Бутюгин, Е. П. Кокшарова // В сб.: Актуальные проблемы медицинской науки, технологий и профессионального образования: / Материалы третьей уральской научно-практической конференции. – Челябинск, 2001. – С. 126-128.
7. **Поворознюк В. В.** Костная система и заболевания пародонта / В. Поворознюк, И. Мазур. Киев, 2005. – 445 с.
8. **Бабаев А. О.** Реабилитация пациентов с пародонтальными осложнениями ортопедического лечения с применением несъемного зубного протезирования. Автореф. дисс. ... канд. мед. наук. / Бабаев А. О. - М., 2004. - 26 с.
9. **Машенко И. С.** Анализ напряженно - деформированного состояния зубочелюстной системы в зоне включенного дефекта зубного ряда нижней челюсти. / И. С. Машенко, О. В. Громов, А. Н. Чуйко // «Вестник стоматологии», №4, 2003, с.51-53
10. **Машенко И. С.** Анализ напряженно - деформированного состояния зубочелюстной системы после фиксации мостовидного протеза на двух опорных зубах. / И. С. Машенко, О. В. Громов, А. Н. Чуйко // Современная стоматология, 2003, №3, с.110-113
11. **Машенко И. С.** Сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния зубочелюстной системы у больных генерализованным пародонтитом при увеличении количества опорных зубов. / И. С. Машенко, О. В. Громов, А. Н. Чуйко // Современная стоматология. – 2003. - № 4. С. 54-59.

**Е. І. Семенов, к. мед. н., М. Г. Сур'янінов, д. тех. н.**

ДУ «Інститут стоматології АМН України»  
Одеський національний політехнічний університет

#### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БІОМЕХАНІЧНОЇ ВЗАЄМОДІЇ КІСТКОВОЇ ТКАНИНИ ЩЕЛЕП ТА ВНУТРІШНЬОКІСТКОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ІМПЛАНТАТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ СТВОРЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

*У статті викладені основні принципи математичного моделювання біомеханічної взаємодії системи кісткова тканина щелеп – внутрішньо кістковий імплантат – ортопедична конструкція на них у процесі функціонування, враховуючи індивідуальні особливості кісткової тканини щелеп та особливостей функціонування навантаженої ортопедичної конструкції на внутрішньокісткових циліндричних імплантатах (ВКЦІ).*

**Ключові слова:** внутрішньо кістковий циліндричний імплантат, кісткова тканина щелеп, математична модель.

**Е. И. Семенов, М. Г. Сурьянинов**

ГУ «Институт стоматологии АМН Украины»  
Одесский национальный политехнический университет

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОМЕХАНИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОСТНОЙ ТКАНИ ЧЕЛЮСТЕЙ И ВНУТРИКОСТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИМПЛАНТАТОВ С ПОМОЩЬЮ СОЗДАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*В статье изложены основные принципы математического моделирования биомеханического взаимодействия системы костная ткань челюстей – внутрикостный имплантат – ортопедическая конструкция на них в процессе функционирования, учитывая индивидуальные особенности костной ткани челюстей и особенностей функционированной нагрузки ортопедической конструкции на внутрикостных цилиндрических имплантатах (ВКЦИ).*

**Ключевые слова:** внутрикостный цилиндрический имплантат, костная ткань челюстей, математическая модель.

**E. I. Semionov, M. G. Surjaninov**

SE “the Institute of Dentistry of the NAMS of Ukraine”  
Odessa National Polytechnic University

#### THE MATHEMATICAL THE SIMULATION OF BIOMECHANICAL INTERACTION OF OSSEOUS TISSUE OF JAWS AND INTRAOSSEOUS CYLINDRIC IMPLANTS WITH ELABORATED MATHEMATIC MODEL

*The main principles of the mathematic modeling of biomechanical interaction of the system of osseous tissue of jaws – intraosseous implant – orthopedic construction on them in the process of functioning, taking into consideration the individual peculiarities of osseous tissue of jaws and the peculiarities of the functioning loading of orthopedic construction on the intraosseous cylindric implants (IOCI), are given in the article.*

**Key words:** intraosseous cylindric implant, osseous tissue of jaws, mathematic model.

**Актуальність теми.** В останні роки відновлення функції жування за допомогою протезів, що фіксуються на внутрікісткових циліндричних імплантатах стає дуже поширеним [1].

Але наряду з тим росте кількість ускладнень при протезуванні цієї групи пацієнтів. Це пов'язано з тим, що лікарі на етапі планування дуже часто не враховують виникнення біомеханічних явищ у процесі функціонування системи «кісткова тканина щелеп – внутрішньокістковий циліндричний імплантат – протез», залежності від індивідуальних особливостей кісткової тканини щелеп, а вважають, що можливо виготовляти протези, що фіксуються на імплантатах, встановлені лише з використанням усереднених анатомофізіологічних даних [2-4]

Таким чином, метою нашої роботи є математичне моделювання біомеханічних процесів в системі «кісткова тканина щелеп – внутрішньокістковий циліндричний імплантат – ортопедична конструкція», враховуючи індивідуальні особливості кісткової тканини щелеп.

**Матеріали та методи.** Математична модель створювалася з урахуванням наступних параметрів: розміру, напрямку й тривалості силового впливу; конструкції й матеріалу зубного протеза; форми й матеріалу зубного імплантату; способу тканевої інтеграції в області імплантату; якості й кількості кістки.

Біомеханічне дослідження припускає моделювання механічних властивостей кісткових тканин. Що стосується дентину й кортикальної кістки, то вони вивчені більш докладно. Вірогідність даних про щільність і достатню незалежність механічних властивостей дентину й кортикальної кістки від індивідуальних особливостей людини підтверджена в рамках популяційних досліджень. Ці дані неодноразово використовувалися при розрахунках біомеханічних конструкцій мінералізованих тканин [2, 3]. Проблеми виникають при визначенні пружних механічних властивостей губчастої кістки. Справа в тому, що її пористість носить індивідуальний характер і може істотно залежати від стану здоров'я пацієнта. Слід зазначити, якщо щільність кістки вище, ніж у здорового середньостатистичного пацієнта з розглянутої групи, то це не приводить до ослаблення конструкції й не обмежує припустимі для біологічної системи навантаження. Збільшення ж пористості при відповідному зменшенні щільності губчастої кістки такі обмеження, безсумнівно, накладає.

У роботі [4] була визначена відповідність між пружними характеристиками губчастої кістки і її щільністю. За базову щільність ( $\rho_0$ ) була прийнята щільність, що відповідає щільності губчастої кістки в здорового середньостатистичного пацієнта. Для цієї щільності вважалися відомими модуль Юнга  $E$  і коефіцієнт Пуассона  $\nu$ . А для встановлення загального зв'язку  $E(\rho)$ ,  $\nu(\rho)$  скористалися прийомами механіки композитних матеріалів.

В результаті було встановлено, що при зміні відносної щільності  $\rho$  (дійсна щільність  $\rho_i$  віднесена до початкової щільності  $\rho_0$  від 0,3 до 1,0, графіки

залежності модуля Юнга, межі пружності на стиск і модуля зрушення від щільності мають вигляд, показаний на рис. 1.

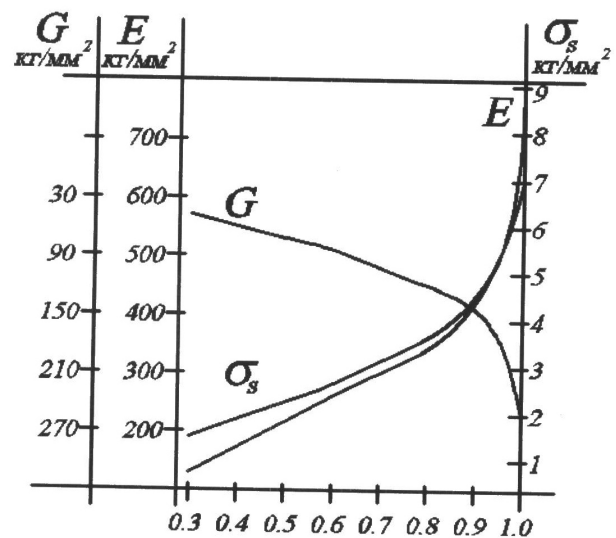


Рис. 1. Гіпотетична залежність пружних модулів губчастої кістки від її відносної щільності

В даному дослідженні ми вивчали характеристики біомеханічної системи за умови рівномірної атрофії беззубої нижньої щелепи. В основу побудови розрахункових схем закладена класифікація нижньої щелепи по її кількісних і якісних характеристиках, що відповідають їм одиниці шкали Хаунсфілда [1], фізичні властивості опорних тканин щелепи [4]. Всі розглянуті моделі нижньої щелепи були класифіковані за ознаками атрофії й щільності губчастої кісткової тканини. Таким чином, за основні були прийняті дев'ять станів нижньої щелепи — для трьох різних значень щільності кісткової тканини P1, P2, P3, і трьох відповідних ступенів атрофії A, B, C.

Механічні властивості кісткових тканин, матеріалів імплантатів і протезів, у розглянутій моделі, можуть бути апроксимовані наступним набором констант теорії пружності (табл. 1).

Таблиця 1

#### Фізичні характеристики матеріалів моделі

Матеріал імплантату, протеза або кістки	$E$ , кг/мм <sup>2</sup>	$\nu$	$\sigma_s^c$	$\sigma_s^p$
Кортикальна кістка	1610	0,25	14,8	4,5
Губчата кістка				
p(P1)=1,0	750	0,45	8,2	1,5
P(P2)=0,7	289	0,44	3,27	0,8
P(P3)=0,4	173	0,44	1,9	0,6
Титановий сплав	15000	0,34	84	60

У кожній з локально однорідних однозв'язкових підобластей ( $I$ ), неоднорідного багатозв'язного фрагмента кісткової тканини щелепи з імплантатом і протезом, повинні виконуватися:

$$\text{рівняння рівноваги} \quad \sigma_{ij}^I = 0; \quad (1)$$

експериментально знайдені співвідношення

$$\sigma_u^I = F(\varepsilon_u), \quad (2)$$

які характеризують фізичні інваріантні залежності між інтенсивністю напруг і деформацій у кісткових тканинах щелепи й штучних включень;

співвідношення, що зв'язують компоненти тензора напруг і деформацій

$$\sigma_{ij}^I = K^I \Theta^I \delta_{ij} + \frac{2\sigma_u^I}{3\varepsilon_u^I} (\varepsilon_{ij}^I - \varepsilon^I \delta_{ij}), \quad (3)$$

де  $\varepsilon = \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} \delta_{ij} = \frac{\Theta}{3}$ ,  $\varepsilon_u = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij})(\varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij})}$ ,  $K$  - коефіцієнт об'ємного стиску,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера;

співвідношення Коші

$$\varepsilon_{ij} = \frac{u_{ij} + u_{ji}}{2}. \quad (4)$$

У кожній точці суміжних границь сусідніх підобластей  $I$  і  $J$  приймаються спеціальні умови для функцій переміщення

$$u_{ij}^I(x_j) = u_{ij}^J(x_j), \quad (5)$$

які забезпечують жорстке з'єднання кісткових тканин між собою й безперервність поля деформацій при прикладенні навантаження до моделюемого фрагмента щелепи.

У силу того, що в кісткових тканинах щелепи при прикладенні жувального навантаження неприпустиме виникнення пластичних деформацій, тому що це може привести до порушення цілісності кісткових структур і необоротній зміні біомеханічних параметрів щелепи, механічні властивості кісткових тканин (2), апроксимовані пружнопластичним середовищем з лінійним зміцненням (рис. 2).

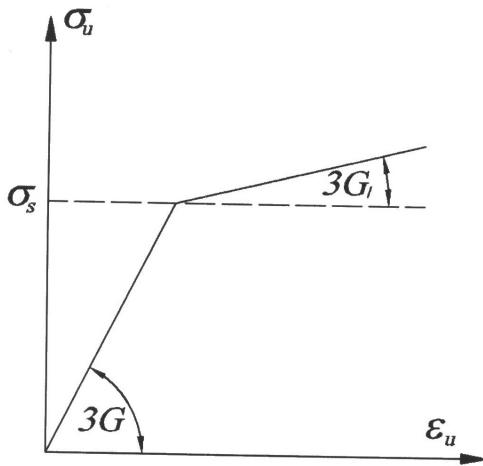


Рис. 2. Варіант моделі фізичних співвідношень у кісткових тканинах зуба й щелепи

Модуль Юнга  $E$  пов'язаний з модулем зсуву  $G$ , коефіцієнтом об'ємного стиску  $K$  і коефіцієнтом Пуассона  $\nu$  співвідношеннями

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu), \quad \frac{E}{K} = 3(1 - 2\nu). \quad (6)$$

При розрахунку граничних станів у кісткових тканинах зубощелепної системи, імплантатах і протезах в умовах функціональної й граничної системи зо-

внішніх впливів, використовуються різні критерії, засновані на тій або іншій теорії міцності.

Проблема раціонального вибору критерію зводиться до визначення деякої функції  $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . Якщо значення головних напруг відповідають стану, що передуює руйнуванню, то говорять про умову руйнування

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq K. \quad (7)$$

Величина  $K$  (критерій міцності) звичайно має певну фізичну інтерпретацію: нормальне або дотичне напруження, інтенсивність напруг, максимальне подовження, енергія зміни форми і т.д. Нам так само необхідно враховувати, що кісткові тканини різним шляхом пручаються стиску й розтягнанню. Причому міцність на стиск вище міцності на розтягання. Цей вплив можна врахувати, наприклад, якщо прийняти, що величина критичного дотичного напруження залежить від величини критичної нормальної напруги, що діє в тій же площині. На цьому ґрунтується теорія руйнування Мору, що не тільки дозволяє охарактеризувати напружений стан при руйнуванні, але й пророчити орієнтацію площини руйнування. Але саме руйнування, при вивченні біомеханічної природно-штучної системи, не є головним. Нас у значно більшому ступені цікавить імовірний запас міцності досліджуваної біомеханічної конструкції й пов'язані із цим питання вибору того або іншого методу терапевтичного або ортопедичного лікування. У цьому сенсі більше зручна теорія руйнування Шлейхера-Надаї [3]. У відомому сенсі вона аналогічна теорії Мору, але формулюється в термінах інтенсивності дотичних напружень  $\tau_u$  і середніх напруг  $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ .

У небезпечному стані інтенсивність дотичних напружень є функцією середніх напруг, характерної для даного матеріалу:

$$\tau_u = f(\sigma). \quad (8)$$

На площини  $\tau_u, \sigma$  рівняння (8) визначає деяку криву — границю руйнування (рис. 3).

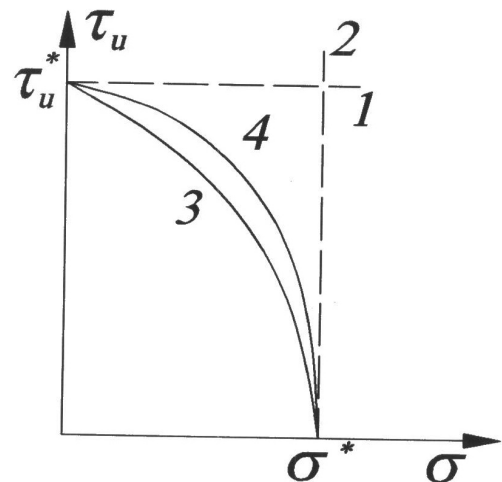


Рис. 3. Граничні криві теорії руйнування Шлейхера-Надаї

Пунктирна пряма 1 відповідає умові найбільшої інтенсивності дотичних напружень («зсувне руйну-

вання»); пряма 2 — умові найбільшого об'ємного розтягання («крихке руйнування»).

Загальний випадок характеризується деякими кривими 3 або 4. Залежно від напружено-деформованого стану той самий матеріал може руйнуватися крихко й в'язко. Теорія Шлейхера-Надаї дозволяє врахувати подвійність характеру руйнування й побудувати ефективні ймовірнісні оцінки. Однією з прийнятних апроксимацій кривій Шлейхера-Надаї є парабола, симетрична щодо осі  $\sigma$  та  $\tau_u$  й минаюча через критичні точки  $(0, \tau_u^*)$  і  $(\sigma^*, 0)$  де  $\tau_u^*$  — максимальне значення інтенсивності зсуву, а  $\sigma^*$  — максимальне значення середніх напруг, що розтягують. При значеннях  $\sigma^* < 0$ , оцінка запасу міцності здійснюється за критерієм тільки зсувного руйнування.

Тому що значення  $\sigma_s^c$  й  $\sigma_s^p$  отримані з досвідів на одноосове розтягання-стиск, то можна прийняти, що

$$\tau_u^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_u^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s^c; \quad \sigma^* = \frac{1}{3} \sigma_s^p.$$

Ймовірність руйнування ( $V_p$ ) і запас міцності ( $V_{3n}$ ) в околиці довільної точки розглянутої кісткової тканини з урахуванням індивідуальних особливостей всієї конструкції й умов її навантаження, можуть бути отримані після розрахунку напружено-деформованого стану, у вигляді відповідних взаємозв'язків

$$V_p = L^{tek} / L^*; \quad V_{3n} = 1 - V_p, \quad (9)$$

де  $(L^{tek})^2 = (\sigma^{tek})^2 + (\tau_u^{tek})^2$  а  $L^*$  визначається як відстань по лінії, що проходить через точку  $(\sigma^{tek}, \tau_u^{tek})$  від початку координат у системі осей  $(\sigma, \tau_u)$  до кривої  $\tau_u = f(\sigma)$ , що має вид

$$\tau_u = -\frac{\tau_u^*}{(\sigma^*)^2} \sigma^2 + \tau_u^* \quad \text{при } \sigma > 0. \quad (10)$$

Як вже згадувалося раніше, у випадку, якщо  $\sigma \leq 0$ , вважаємо  $L^* = \tau_u^*$ .

На рис. 4 значення  $L^{tek}$  інтерпретується як відрізок ОА, а  $L^*$  відповідає відрізку ОВ. Точка В, перетинання променя ОА і кривої Шлейхера-Надаї має координати  $(\sigma^l, \tau_u^l)$ .

Створена модель дозволяє проводити розрахунки при змінних параметрах: щільності й атрофії кісткової тканини, довжині імплантатів і відстані між ними, величині й напрямку навантаження. Дійсно, прогнозування біомеханічних закономірностей у тій або іншій конструкції протеза залежить від величини прикладеного навантаження, тобто характеристик зубів-антагоністів. Для дотримання принципу ідентичності умов дослідження, а також з огляду на частоту сполучення повної відсутності зубів на верхній і нижній щелепі в пацієнтів літнього віку, ми визначили середнє вертикальне навантаження як  $1 \text{ кг/мм}^2$ , зсувне —  $0,2 \text{ кг/мм}^2$ .

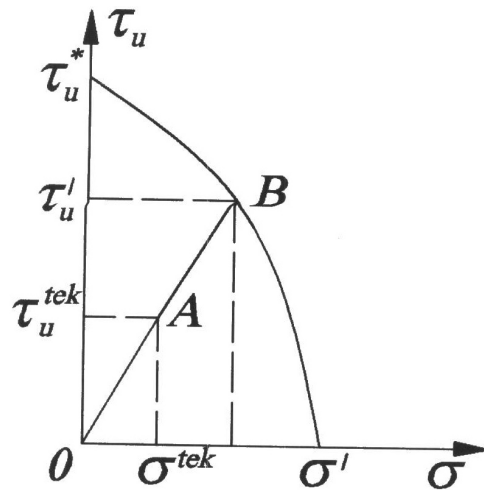


Рис. 4. Розрахункова схема для визначення ймовірності руйнування конструкції.

**Висновки.** Таким чином отримані данні можливо використати в обчислюваному комплексі, орієнтованому на розрахунок напружено деформованого стану елементів зубощелепної системи. Це дозволяє лікарю спланувати кількість циліндричних внутрішньокісткових імплантатів, необхідних для виготовлення ортопедичної конструкції на них при змінних параметрах: щільність та атрофії кісткової тканини, довжина та діаметр імплантатів, відстань між ними, величину та напрямком навантаження.

#### Список літератури

1. **Іванов С. Ю.** Методика предимплантационного обследования пациентов. / С. Ю. Иванов, А. Ю. Васильев, Т. В. Буланова и др. Российский Вестник дентальной имплантологии. — 2003. — № 2. — с.42-43.
2. **Сухарев М. Ф.** Изучение биомеханического взаимодействия имплантатов и кости методом математического моделирования. / М. Сухарев, А. Бобров // Клиническая имплантология и стоматология. — 1997. — №2. — с. 34 - 37.
3. **Чумаченко Е. Н.** Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния зубных протезов. / Чумаченко Е.Н., Арутюнов С.Д., Лебеденко И.Ю. — М.: Молодая гвардия. — 2003. — 270 с.
4. **Чумаченко Е. Н.** Гипотетическая модель биомеханического взаимодействия зубов и опорных тканей челюсти при различных значениях жевательной нагрузки. / Чумаченко Е.Н., Воложин А.И., Портной В.К., Маркин В.А. — М.: Стоматология, 1999, № 5, том 78. — с.4-8.
5. **Матвеева А. И.** Использование математического моделирования при проектировании протезных конструкций с опорой на внутрикостные имплантаты / А. И. Матвеева, С. С. Гаврюшин, А. Г. Борисов // Российский вестник дентальной имплантологии. — 2003. - № 1. — С. 10-13.
6. **Матвеева А. И.** Биомеханические подходы к протезированию в дентальной имплантологии / А. И. Матвеева, Р. Ш. Гветадзе, К. Д. Хагидзе // Российский вестник дентальной имплантологии. — 2003. - № 1. — С. 34-37.

Надійшла 04.08.11