

УДК 629.4.015

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЯГОВОМУ ПРИВОДІ ЛОКОМОТИВА

Кліпаков М.В., Хорошайлов А.І.

MATHEMATICAL MODELING STOCHASTIC PROCESSES IN LOCOMOTIVE TRACTION DRIVE

Klipakov M., Khoroshailov A.

При моделюванні руху локомотива у нестационарних режимах дуже важливо оцінити динамічні навантаження у елементах тягового приводу. Існуючі методики дозволяють це зробити, але не враховують одночасний розвиток фрикційних автоколиваний, що виникають у цих режимах, та випадкових збурень з боку рейкової колії. У статті запропоновано методику, що дозволяє усунути цю проблему та наведено приклад розрахунку за нею.

Ключові слова: тяговий привод, збурення з боку рейкової колії, локомотив, випадкові процеси, боксування.

Стратегія розвитку залізничного транспорту ставить мету забезпечити потреби економіки в перевезеннях з одночасним доведенням їх якості до світового рівня. Для вирішення поставлених завдань потрібен тяговий пересувний склад нового покоління, створений з використанням сучасних і перспективних технологій і систем управління.

Тягові якості локомотивів залежать від конструкції його механічної частини, системи управління потужністю, а також від додаткових пристроїв, що забезпечують стійку реалізацію сили тяги як на початку руху, так і в русі.

Максимальна сила тяги, що розвивається локомотивом, обмежується межею по зчепленню коліс з рейками і небезпекою розвитку боксування.

Процес боксування відомий з часів парової тяги. Також добре відомі негативні сторони цього явища: зниження ефективної тяги, високі (часто – граничні) динамічні навантаження в тяговому приводі, у декілька разів зростаючий знос коліс і рейок. Тому запобігання боксування залишається актуальним завданням, вирішення якого дозволить отримати економію електроенергії (палива) і

понижити витрати на ремонт рухливого складу і дороги.

Враховуючи, які кошти витрачають провідні світові лідери локомотивобудування на розробку протибоксувальних систем, а також складність і вартість цих систем, слід визнати, що проблема боротьби з боксуванням залишається актуальною.

Основним негативним фактором боксування є фрикційні автоколивання, що розвиваються в тяговому приводі локомотива. Внаслідок їх розвитку значно підвищуються динамічні навантаження та моменти. Це в свою чергу може призвести до виходу із строю деяких елементів тягового приводу.

Розвиток фрикційних автоколиваний широко розглянуто у роботах різних авторів, але для отримання більш досконалої оцінки динамічних навантажень в тяговому приводі локомотива, необхідно розглянути одночасний розвиток фрикційних автоколиваний та вимушених коливаний, які виникають під впливом нерівностей рейкової колії.

У роботах проф. Павленко А.П. та доц. Кліпакова М.В. наведено методику, за якою стає можливим провести оцінку одночасного розвитку фрикційних автоколиваний та вимушених коливаний.

Метою цієї статті є пропозиція методики знаходження ймовірнісних характеристик для динамічних процесів в тяговому приводі локомотива.

За допомогою ймовірнісних характеристик можна знайти діапазони зміни динамічних процесів, що є дуже важливим при розробці та модернізації локомотивів.

Задавшись метою оцінити (спрогнозувати) рівень та характер навантаженості загальних типів тягових приводів 1-го класу і елементів екіпажної

частини сучасних локомотивів в режимах тяги і боксування колісних пар приймаємо на підставі апробованих теоретично і експериментально методик і результатів досліджуваних процесів наступні розрахункові схеми: для вантажних

локомотивів (тепловозів та електровозів) з тяговими приводами 1-го класу (див. рис. 1) з односторонньою (рис. 1, а) і двосторонньою передачею тягового моменту від ТЕД до колісної пари (КП) (див. рис. 1, б).

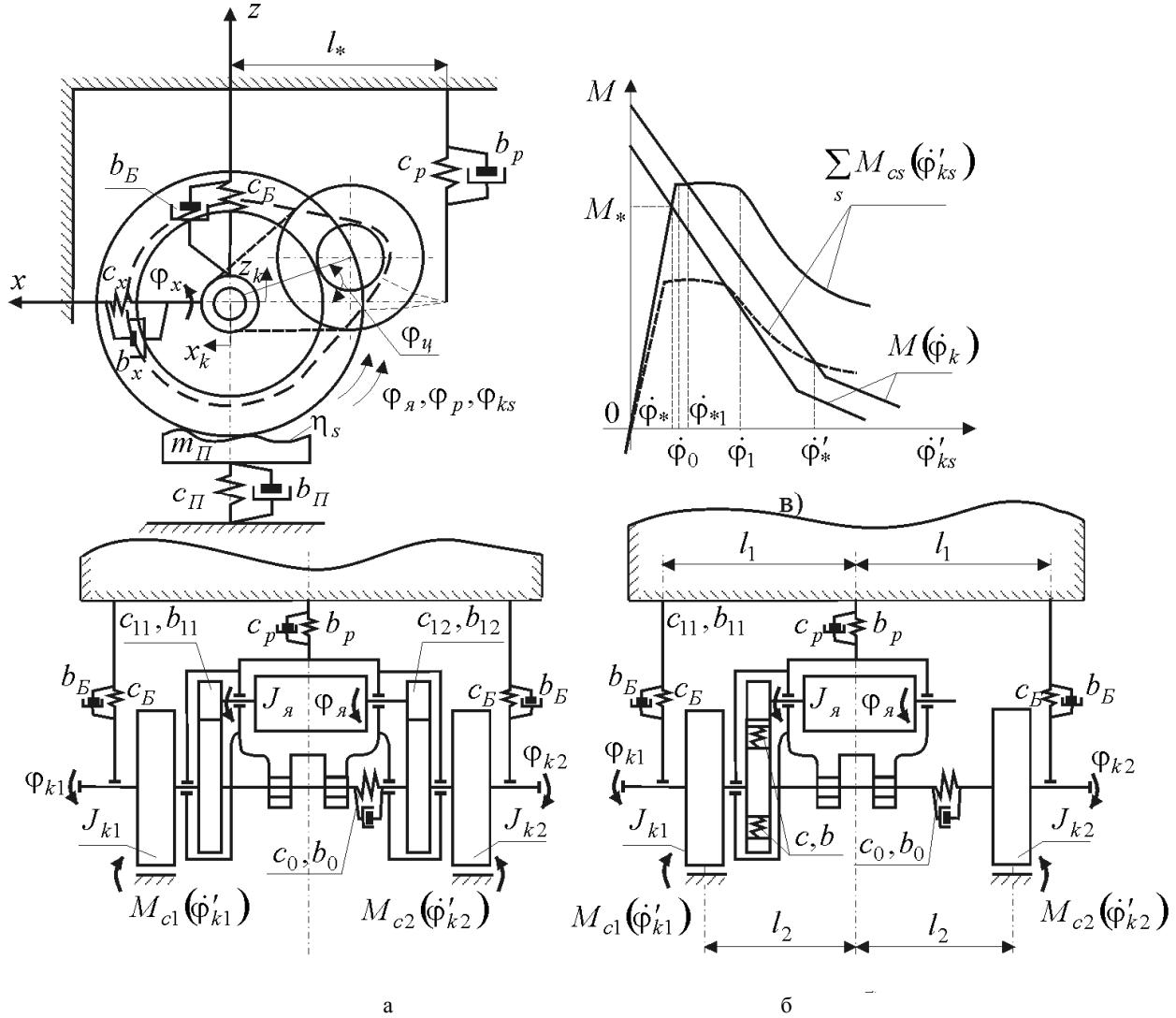


Рис. 1. Розрахункова схема динамічної системи «ТЕД – тяговий редуктор – колісна пара – рейкова колія»: а – привод з ООП ТЕД; б – привод с ОРП ТЕД и ООП тягового редуктора

Наведемо розроблену математичну модель:

$$\begin{aligned}
 T_s \dot{M} + M &= M(\dot{\phi}'_я) \\
 J_я \ddot{\phi}_я + b_{11} \dot{\Delta}_1 + b_{12} \dot{\Delta}_2 + c_{11} \Delta_1 + c_{12} \Delta_2 &= M, \\
 J_p \ddot{\phi}_p + m_{0z} \ddot{z}_к + m_{0x} \ddot{x}_к - b_{11} (u+1) \dot{\Delta}_1 - b_{12} (u+1) \dot{\Delta}_2 + b_{m0} \dot{\phi}_p + l_* b_p \dot{\Delta}_p - \\
 - c_{11} (u+1) \Delta_1 - c_{12} (u+1) \Delta_2 + l_* c_p \Delta_p &= -M, \\
 J_{к1} \ddot{\phi}_{к1} - u b_{11} \dot{\Delta}_1 + b_0 \dot{\Delta}_0 - u c_{11} \Delta_1 + c_0 \Delta_0 &= -M_{c1}(\dot{\phi}'_{к1}), \\
 J_{к2} \ddot{\phi}_{к2} - u b_{12} \dot{\Delta}_2 - b_0 \dot{\Delta}_0 - u c_{12} \Delta_2 - c_0 \Delta_0 &= -M_{c2}(\dot{\phi}'_{к2}),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$m_{\kappa} \ddot{z}_{\kappa} + (m_0 L_{0z} + m_{\kappa} L_{\kappa z}) \ddot{\phi}_p + \sum_{s=1}^2 b_{\Pi} \dot{\Delta}_{\Pi S} + b_p \dot{\Delta}_p +$$

$$+ \sum_{s=1}^2 b_B \dot{\Delta}_{BS} + \sum_{s=1}^2 c_{\Pi} \Delta_{\Pi S} + c_p \Delta_p + \sum_{s=1}^2 c_B \Delta_{BS} = 0,$$

$$m_{\kappa} \ddot{x}_{\kappa} + (m_0 L_{0x} + m_{\kappa} L_{\kappa x}) \ddot{\phi}_p + b_x \dot{x}_{\kappa} + c_x x_{\kappa} = \sum_{s=1}^2 F_{cs}(\dot{\phi}'_{\kappa s});$$

$$J_x \ddot{\phi}_x - \sum_{s=1}^2 (-1)^s b_B l_1 \dot{\Delta}_{BS} - \sum_{s=1}^2 (-1)^s b_B l_2 \dot{\Delta}_{BS} - \sum_{s=1}^2 (-1)^s c_B l_1 \Delta_{BS} - \sum_{s=1}^2 (-1)^s c_B l_2 \Delta_{BS} = 0,$$

де

$$M_{cs}(\dot{\phi}'_{\kappa s}) = (\Pi_{0s} + \Delta\Pi_s) R_s \Psi_{0s} k(\dot{\phi}'_{\kappa s}), \quad \dot{\phi}'_{\kappa} = \dot{\phi}_{\kappa} - \dot{\phi}_p,$$

$$F_{cs} = R_s^{-1} M_{cs}(\dot{\phi}'_{\kappa s}), \quad \dot{\phi}'_{\kappa s} = \dot{\phi}_{\kappa s} - \dot{x}_{\kappa} R_s^{-1}, \quad s=1,2,$$

$$\Delta_{1s} = \phi_{\kappa} - u \phi_{\kappa s} - (u+1) \phi_p, \quad \Delta_p = z_{\kappa} + l_{\kappa} \phi_p, \quad \Delta_0 = \phi_{\kappa 1} - \phi_{\kappa 2}, \quad \Delta_{BS} = z_{\kappa} - (-1)^s l_1 \phi_x,$$

$$\Delta\Pi_s = b_{\Pi} \dot{\Delta}_{\Pi S} + c_{\Pi} \Delta_{\Pi S}, \quad \Delta_{\Pi S} = z_{\kappa} - (-1)^s \phi_x l_2 - \eta_s;$$

$$J_{p\kappa} = J_p + m_{\kappa} L_{\kappa}^2 + m_p L_p^2, \quad m_{\kappa} = m_{\kappa} + m_p + m_{\kappa};$$

$$L_{0z} = L_0 \cos \phi_{\kappa}, \quad L_{0x} = L_0 \sin \phi_{\kappa}, \quad L_{\kappa z} = L_{\kappa} \cos \phi_{\kappa}, \quad L_{\kappa x} = L_{\kappa} \sin \phi_{\kappa},$$

$M(\dot{\phi}'_{\kappa})$ – паспортна електромеханічна характеристика тягового електродвигуна для розглянутої швидкості локомотива ($V = const$);

електромагнітна постійна часу ланцюга тягового електродвигуна T_{κ} визначається для кожної швидкості локомотива:

$$T_{\kappa} = T_{\kappa} \left(1 + \frac{c_E \omega_{\kappa} b_{\kappa}}{r} \right)^{-1},$$

де ω_{κ} , Φ_{κ} , b_{κ} , a_{κ} , T_{κ} , L , r – відповідно кутова швидкість, магнітний потік, крутості кривої намагнічування $\Phi(i_{\mu})$ й електромагнітного моменту $M(i)$, постійна часу, індуктивність і активний опір ланцюга якоря ТЕД, що відповідають рівноважній швидкості колісної пари $\dot{\phi}_{\kappa 1}$ (рис.1) з урахуванням швидкості поступального руху локомотива.

Для універсальності завдання вихідних зчпних і статичних тягових характеристик локомотивів доцільно формувати зчпні $M_{cs}(\dot{\phi}_{\kappa s})$, $F_{cs}(\dot{\phi}_{\kappa s})$ і тягові $M(\dot{\phi}'_{\kappa})$, $M(\dot{\phi}_{\kappa})$ характеристики (рис. 1, в), виражаючи їх відповідно через безрозмірні зчпні $k(V_{cs})$ й тягові $\xi(V)$ характеристики як функції відповідно до лінійній швидкості ковзання коліс V_{cs} щодо рейок або швидкості поступального руху локомотива V .

Випадковий процес в його математичному описі $X(t)$ є функцією, яка відрізняється тим, що її значення (дійсні або комплексні) в довільні моменти часу по координаті t є випадковими. Строго з теоретичних позицій, випадковий процес $X(t)$ слід розглядати як сукупність тимчасових функцій $x_{\kappa}(t)$, що мають певну загальну статистичну закономірність. При реєстрації випадкового процесу

на певному тимчасовому інтервалі здійснюється фіксація одичної реалізації $x_{\kappa}(t)$ з незліченного числа можливих реалізацій процесу $X(t)$. Ця одична реалізація називається вибірковою функцією випадкового процесу $X(t)$. Окрема вибірка функція не характеризує процес в цілому, але за певних умов по ній можуть бути виконані оцінки статистичних характеристик процесу.

З практичної точки зору вибірка функція є результатом окремого експерименту, після якого дану реалізацію $x_{\kappa}(t)$ можна вважати детермінованою функцією. Сам випадковий процес в цілому повинен аналізуватися з позиції безкінечної сукупності таких реалізацій, утворюючих статистичний ансамбль.

Допустимо, що випадковий процес $X(t)$ заданий ансамблем реалізацій $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_{\kappa}(t)\}$. У довільний момент часу t_1 зафіксуємо значення всіх реалізацій $\{x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_{\kappa}(t_1)\}$. Сукупність цих значень є випадковою величиною $X(t_1)$ і є одновимірним перетином випадкового процесу $X(t)$.

Математичне очікування є першим початковим моментом випадкового процесу і є статистичним усереднюванням випадкової величини $X(t_1)$ або фіксованому перетині t_1 випадкового процесу. Відповідно, повна функція математичного очікування є теоретичною оцінкою середнього зваженого значення випадкового процесу по тимчасовій осі.

Функція дисперсії випадкового процесу. При аналізі випадкових процесів особливий інтерес представляє флуктуаційна складова процесу, яка визначається різницею $X(t) - m_x(t)$. Функція дисперсії є теоретичною оцінкою середнього зваженого значення різниці $X(t) - m_x(t)^2$, тобто є

другим центральним моментом процесу, і визначає потужність його флуктуаційної складової:

$$D_x(t) = M\{[X(t)-m_x(t)]^2\} = M\{X^2(t)\} - m_x^2(t) \quad (2)$$

Функція середнього квадратичного відхилення служить амплітудною мірою розкиду значень випадкового процесу по тимчасовій осі відносно математичного очікування процесу:

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)} \quad (3)$$

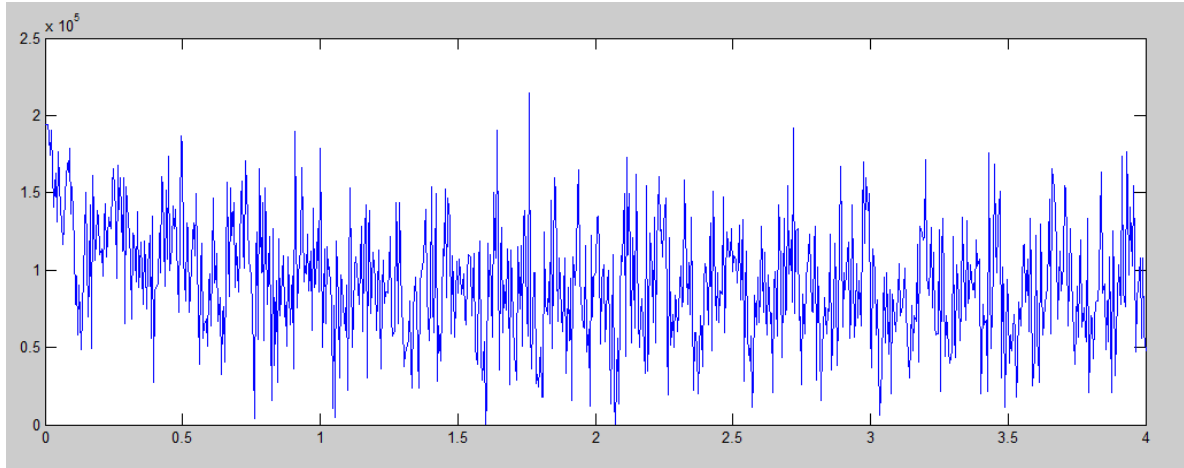


Рис. 2. Сформований стохастичний процес на основі 30 реалізацій (800 значень)

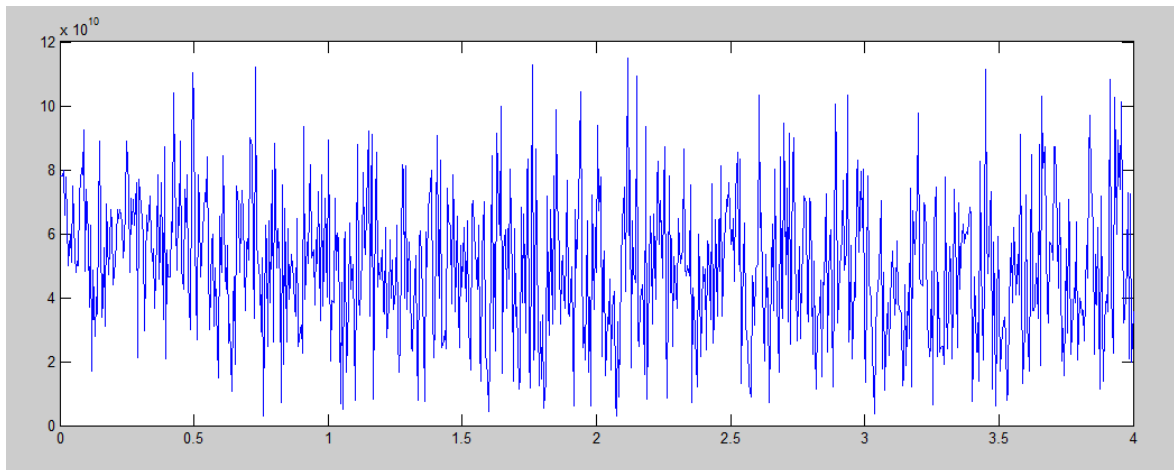


Рис. 3. Функція дисперсії стохастичного процесу

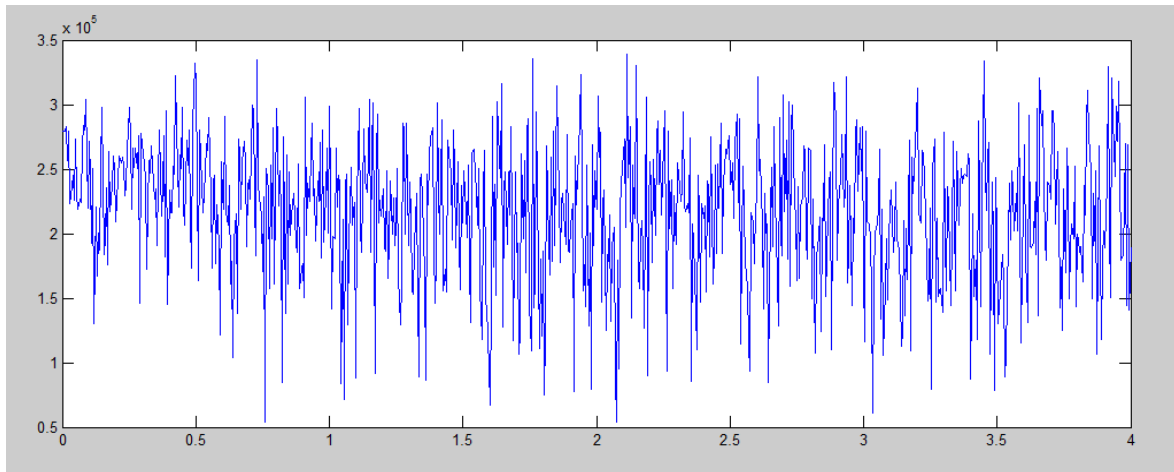


Рис. 4. Функція середнього квадратичного відхилення стохастичного процесу

Для якісного дослідження впливу випадкових збурень з боку рейкової дороги на фрикційні автоколивання, необхідно провести дослідження для різних швидкісних режимів, оцінити детерміновану і випадкову складові для різних параметрів системи Е-ТЕ-РК, що дозволить надалі здійснювати прогнозування спільного розвитку фрикційних автоколивань і вимушених коливань, а також динамічні навантаження, що виникають при цьому.

Висновок. Отже запропонована методика полягає в тому, що була узятa випадкова величина (у нашій роботі був використаний динамічний момент в осі колісної пари) і за допомогою чисельних експериментів було розраховане середнє значення його параметрів. Для побудови середнього значення процесу було зафіксовано значення всіх реалізацій і знайдено для кожного моменту часу математичне очікування. Після того, як математичне очікування було розраховано ми знайшли дисперсію даного процесу, яка є теоретичною оцінкою середнього зваженого значення різниці $X(t) - m_x(t)^2$ і визначає потужність його флуктуаційної складової. Останній показник який ми знаходимо це середнє квадратичне відхилення.

На основі отриманих оцінок середнього зваженого значення випадкового процесу і функції середнього квадратичного відхилення ми знайшли найбільше значення динамічного моменту в осі колісної пари, яке дорівнює 6×10^5 , що є дуже важливим показником, який можна використати для розробки та модернізації локомотивів.

Література

1. Давыдов А.В. Курс лекций по дисциплине «Случайные процессы и сигналы»: электронный ресурс / А.В. Давыдов. – Режим доступа: www.prodav.narod.ru/signals/doc/ts09.doc.
2. Клипаков Н.В. Математическое моделирование развития фрикционных автоколебаний в тяговом приводе и экипажной части локомотива под влиянием случайных возмущений со стороны рельсового пути / Н.В. Клипаков // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – Луганськ: Вид-во СХУ ім. В. Даля, 2012. – №12 (183). – Частина 2. – С. 90-95.
3. Павленко А.П. К выбору расчетных схем и математических моделей для прогнозирования динамических процессов в системах «тяговый электропривод – экипаж – рельсовый путь» при боксовании локомотивов / А.П. Павленко, В.Н. Киселев, Н.В. Клипаков // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – Луганськ: Вид-во СХУ ім. В. Даля, 2007 – №8 (114). – Частина 1. – с. 93–99.
4. Ушкалов В.Ф. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / Ушкалов В.Ф. и др. – К.: Наукова думка, 1989. – 240 с.
5. Развитие локомотивной тяги / Под ред. Н.А. Фуфрянского и А.Н. Бевзенко, - М.: Транспорт, 1982. – 303 с.

References

1. Davydov A.V. Kurs lekcij po discipline «Sluchajnye processy i signaly»: jelektronnyj resurs / A.V. Davydov. – Rezhim dostupa: www.prodav.narod.ru/signals/doc/ts09.doc.
2. Klipakov N.V. Matematicheskoe modelirovanie razvitija frikcionnyh avtokolebanij v tjavomov privode i jekipazhnoj chasti lokomotiva pod vlijaniem sluchajnyh vozmushhenij so storony rel'sovogo puti / N.V. Klipakov // Visnik Shidnoukraïnskogo nacional'nogo universitetu im. V. Dalja. – Lugans'k: Vid-vo SNU im. V. Dalja, 2012. – №12 (183). – Chastina 2. – S. 90-95.
3. Pavlenko A.P. K vyboru raschetnyh shem i matematicheskikh modelej dlja prognozirovanija dinamičeskikh processov v sistemah «tjavovyy jelektroprivod – jekipazh – rel'sovyy put» pri boksovanii lokomotivov / A.P. Pavlenko, V.N. Kiselev, N.V. Klipakov // Visnik Shidnoukraïnskogo nacional'nogo universitetu im. V. Dalja. – Lugans'k: Vid-vo SNU im. V. Dalja, 2007 – №8 (114). – Chastina 1. – s. 93–99.
4. Ushkalov V.F. Matematicheskoe modelirovanie kolebanij rel'sovih transportnih sredstv / Ushkalov V.F. i dr. – K.: Naukova dumka, 1989. – 240 s.
5. Razvitie lokomotivnoj tjaqi / Pod red. N.A. Fufrijanskogo i A.N. Bevzenko, - M.: Transport, 1982. – 303 s.

Клипаков М.В., Хорошайлов А.И. Математическое моделирование стохастических процессов в тяговом приводе локомотива.

При моделировании движения локомотива в нестационарных режимах очень важно оценить динамические нагрузки в элементах тягового привода. Существующие методики позволяют это сделать, но не учитывают одновременное развитие фрикционных автоколебаний, возникающих в этих режимах, и случайных возмущений со стороны рельсового пути. В статье предложена методика, позволяющая устранить эту проблему и приведен пример расчета по ней.

Ключевые слова: тяговый привод возмущения со стороны рельсового пути, локомотив, случайные процессы, боксование.

Klipakov M., Khoroshailov A. Mathematical modeling stochastic processes in locomotive traction drive.

In the simulation engine in stationary traffic regimes are very important to assess the dynamic load in traction drive elements. Existing techniques allow to do it, but do not allow for the development of frictional oscillations arising in these modes and random perturbations of the rail track. This article presents a technique that eliminates this problem and is an example calculation for it.

Keywords: traction drive, the perturbation of the rail track, locomotive, random processes, slipping.

Клипаков М.В. – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Прикладна математика» Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля;
Хорошайлов А.И. – студент Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля.

Рецензент: **Марченко Д.М.**, доктор технічних наук, професор