

УДК 681.2.66 (0754.8)

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ СИСТЕМ КОНТРОЛЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ МЕТОДОМ КВАДРАТУР

Проказа О.І.

THE RESEARCH OF ACCURACY OF SYSTEMS CONTROL THE THIRD ORDER BY THE METHOD OF QUADRATURES

Prokaza E.

Сучасні методи розрахунку перехідних процесів складних систем контролю є наближеними, що призводить до значних похибок. Для розрахунку перехідних процесів та їх дослідження пропонується використати метод квадратур, з допомогою котрого складні динамічні системи ідентифікуються до другого порядку з новими сталими часу. Описані методи визначення сталих часу ідентифікованої системи. Показано, що сталі часу такої системи повністю визначаються дійсною та уявною частотними характеристиками.

Ключові слова: *перехідний процес, система, контроль, квадратура, рівняння, точність.*

Вступ. Інформаційно-вимірвальні системи (ІВС) широко використовуються в комп'ютерно-інтегрованих системах контролю та управління (КІСКУ) різноманітними технологічними процесами, а також в системах обліку матеріальних і теплових потоків, у тому числі газу та нафти в магістральних трубопроводах, при їх споживанні, бензину на заправочних станціях тощо. Такі об'єкти контролю працюють у динамічному режимі роботи, тобто їх вихідні координати як витрати, рівень та інші є змінними в часі. Так як об'єкти контролю у більшості випадків є інерційними, то їх зміна призводить до порушення стану рівноваги, інформація про такий стан реєструється з запізненням, що призводить до похибки вимірвального контролю. Більшість систем вимірвального контролю розроблені для їх використання в статичному режимі роботи, коли перехідний процес об'єкту практично закінчується, і надто мало є таких систем, котрі використовують динамічні властивості як технологічного об'єкту контролю та управління (ТОКУ), так і ІВС. Якщо той чи інший технологічний параметр змінюється досить повільно, то при швидкодіючій системі контролю інерційністю останньої можна знехтувати, наприклад, при повільній зміні рівня рідини у резервуарах великих об'ємів. В інших випадках, наприклад у технологічних апаратах, трубопроводах

тощо, в яких процеси є швидкоплинні, невраховування інерційності ІВС призводить іноді до значних похибок вимірвального контролю. Тому розробка методів і систем вимірвального контролю, заснованих на динамічних властивостях ТОКУ, з метою підвищення точності є важливою науково-прикладною задачею.

Мета статті і постановка досліджень. Метою статті є дослідження методу квадратур для розрахунку перехідних процесів ІВС і розробка способу підвищення їх точності. Як відомо [1-5], при вимірвальному контролі технологічних параметрів відбуваються реологічні перетворення, котрі описуються градієнтними диференціальними рівняннями перенесення імпульсу енергії, маси та кількістю руху. Результатом такого перенесення є отримання нових енергетичних чи матеріальних потоків з новими параметрами, наприклад при контролі температури матеріального потоку термоелектричним перетворювачем теплової енергії перетворюється в термоелектрорушійну силу (термоЕРС), при контролі витрати матеріального потоку методом змінного перепаду тиску, об'ємна швидкість потоку перетворюється в перепад тиску, але при цьому ще проявляється й термодинамічний режим. Матеріальний чи енергетичний потік, який створюється в зоні реологічного переходу, створює своєрідний стік, а швидкість накопичення є інерційним процесом. Окрім того, сигнал вимірвальної інформації з первинного вимірвального перетворювача зазнає відповідних перетворень в проміжних перетворювачах, у яких теж мають місце реологічні перетворення, наприклад термоЕРС термопари за рахунок уведення енергії нового джерела перетворюється в нормований струмовий сигнал 4-20 мА. Якщо цей струм проходить через електричний опір, то він перетворюється в напругу, але при цьому цей опір нагрівається, тобто має місце реологічне перетворення сили струму в напругу та

температуру. Окрім того потрібно враховувати, що сигнал вимірювальної інформації в КІСКУ запам'ятовується, обробляється за відповідним програмним алгоритмом і тільки після цього поступає на засоби індикації та реєстрацію. Враховуючи, що дія впливових факторів теж є інерційною, в ІВС можуть виникати резонансні режими, що призводять до різкої зміни вихідної координати, а відповідно - до появи похибки вимірювального контролю. Задача дослідження полягає в тому, щоб використати самі перехідні процеси для зменшення цієї похибки.

Розробка оптимальної динамічної моделі перехідного процесу ІВС. У сучасних КІСКУ технологічними процесами, до складу котрих входять й ІВС, розрахунок перехідних процесів у більшості випадків виконується за методом зворотного перетворення Лапласа [6, 7]. Оскільки цей метод вимагає знання коренів характеристичного рівняння ІВС, то з метою оптимізації часу обробки вимірювальної інформації їх кількість зменшують до трьох або чотирьох, причому, як правило, обмежуються тільки дійсними коренями. За рахунок цього точність розрахунку перехідного процесу може зменшуватися до 40%. При цьому час чистого запізнення, як правило, не враховується. За рахунок цього цей метод у багатьох сучасних КІСКУ не використовується для розрахунку оптимальних налаштувань регуляторів систем автоматичного регулювання (САР) чи зменшення похибки вимірювального контролю.

Виконаємо дослідження перехідних процесів ІВС третього порядку методом квадратур [8-9] і покажемо можливість його використання для збільшення їх точності. Згідно з методом квадратур лінійне диференціальне рівняння високого порядку приводиться до системи диференціальних рівнянь другого порядку. Нехай ІВС описується диференціальним рівнянням четвертого порядку типу:

$$\tau_4 \frac{d^4 y}{dt^4} + \tau_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + \tau_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \tau_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad (1)$$

де $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ - сталі часу; y, x - вихідна та вхідна координати відповідно; t - час перехідного процесу; k - коефіцієнт передачі.

Згідно з методом квадратур незалежно від характеру коренів (дійсних чи комплексних) рівняння (1) можна представити системою наступних незалежних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\tau_{21}^2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + \tau_{11} \frac{dy_1}{dt} + y_1 = kx; \quad (2)$$

$$\tau_{22}^2 \frac{d^3 y_2}{dt^3} + \tau_{12} \frac{d^2 y_2}{dt^2} + \frac{dy_2}{dt} = 0, \quad (3)$$

де $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{21}, \tau_{22}$ - нові сталі часу; y_1, y_2 - змінна першої та другої квадратури відповідно.

Характерним для методу квадратур є те, що амплітуда кожної наступної квадратури зменшується у квадратичній залежності. Таким чином, як показують результати досліджень, у багатьох випадках з достатньою точністю можна обмежуватися тільки першою квадратурою, тобто рівнянням (2). Нехай ІВС описується наступним диференціальним рівнянням третього порядку без запізнення:

$$\tau_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + \tau_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \tau_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad (4)$$

де τ_1, τ_2, τ_3 - сталі часу; y, x - вихідна та вхідна координати відповідно; k - коефіцієнт передачі; t - час перехідного процесу.

Передавальна функція такої системи має вигляд:

$$W(s) = k \frac{1}{\tau_3^3 s^3 + \tau_2^2 s^2 + \tau_1 s + 1}, \quad (5)$$

де s - оператор Лапласа.

У частотній області передавальна функція приймає таку форму:

$$W(j\omega) = k \left[\frac{(1 - \tau_2^2 \omega^2)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} + j \frac{(\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} \right]$$

$$W(j\omega) = k \left[\frac{(1 - \tau_2^2 \omega^2)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} + j \frac{(\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} \right], \quad (6)$$

де

$$\operatorname{Re}(\omega) = k \frac{(1 - \tau_2^2 \omega^2)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} \quad (7)$$

- дійсна частотна характеристика (ДЧХ);

$$\operatorname{Im}(\omega) = k \frac{(\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)}{(1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2} \quad (8)$$

- уявна частотна характеристика (УЧХ);

$$C(\omega) = 1 - \tau_2^2 \omega^2;$$

$$B(\omega) = (1 - \tau_2^2 \omega^2)^2 - (\tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3)^2;$$

$$D(\omega) = \tau_1 \omega - \tau_3^3 \omega^3 \text{ - поліноми.}$$

Рівняння (3) запишемо таким чином:

$$W(j\omega) = k \left(\frac{C(\omega)}{B(\omega)} + j \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \right) = k \left[\frac{B(\omega) + K(\omega)}{B(\omega)} + j \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \right] = (9)$$

$$= k \left[\left(1 + \frac{K(\omega)}{B(\omega)} \right) + j \frac{D(\omega)}{B(\omega)} \right],$$

де

$$K(\omega) = C(\omega) - B(\omega) = \omega^2 \left[(\tau_2^2 + \tau_1^2) - (\tau_2^4 + 2\tau_1 \tau_3^3) \omega^2 + \tau_3^6 \omega^4 \right]$$

- різницевий поліном.

З рівняння (7) виділимо ДЧХ і запишемо її в такій формі:

$$\operatorname{Re}(\omega) = 1 + K(\omega) / B(\omega) = 1 + \omega^2 N_2(\omega), \quad (10)$$

де

$$N_2(\omega) = \frac{(\tau_2^2 + \tau_1^2) - (\tau_2^4 + 2\tau_1\tau_3^3)\omega^2 + \tau_3^6\omega^4}{(1 - \tau_2^2\omega^2)^2 - (\tau_1\omega - \tau_3^3\omega^3)^2} \quad (11)$$

- визначальна функція для ДЧХ.

З [10, 11] відомо, що для об'єктів другого та вищого порядку ДЧХ перетинає частотну вісь у деякій точці $\omega = \omega_{\Pi}$, коли $\operatorname{Re}(\omega = \omega_{\Pi}) = 0$. Тоді з (10) маємо: $1 + \omega_{\Pi}^2 N_2(\omega_{\Pi}) = 0$. Звідки

$$N_2(\omega_{\Pi}) = 1 / \omega_{\Pi}^2. \quad (12)$$

З аналізу рівняння (12) випливає, що при частоті переходу ω_{Π} функція $N_2(\omega_{\Pi})$ описує сталу часу, яка є множником біля другої похідної ідентифікованого диференціального рівняння або першої квадратури, яка описується рівнянням (2). Таким чином, приймаючи, що $N_2(\omega_{\Pi}) = \tau_{2M}^2$, рівняння першої квадратури має наступну форму:

$$\tau_{2M}^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \tau_{1M} \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad (13)$$

де τ_{1M}, τ_{2M} - сталі часу першої квадратури.

Як показали дослідження, стала часу τ_{1M} повністю визначається УЧХ системи:

$$\operatorname{Im}(\omega) = \frac{D(\omega)}{B(\omega)} = \omega N_1(\omega), \quad (14)$$

де

$$N_1(\omega) = \frac{(\tau_1 - \tau_3^3\omega^2)}{(1 - \tau_2^2\omega^2)^2 - \omega^2(\tau_1 - \tau_3^3\omega^2)^2} \quad (15)$$

- функція, котра характеризує УЧХ.

З рівняння (15) видно, що функція $N_1(\omega)$ має розмірність часу та пов'язана з функцією $\operatorname{Re}(\omega)$ таким чином:

$$N_1(\omega) = [1 - \operatorname{Re}(\omega)] \frac{(\tau_1 - \tau_3^3\omega^2)}{k(1 - \tau_2^2\omega^2)}. \quad (16)$$

При $k = 1$, а $\tau_1 = \tau_3$ приходимо до такого співвідношення: $N_1(\omega) = \tau_1 [1 - \operatorname{Re}(\omega)]$. Або відношення частотних характеристик $N_1(\omega) / [1 - \operatorname{Re}(\omega)]$ є сталою величиною і повністю визначається сталою часу τ_1 . Якщо $\tau_1 \neq \tau_3$, то маємо:

$$\frac{N_1(\omega)}{[1 - \operatorname{Re}(\omega)]} = \tau_1 \frac{1 - (\tau_3^3 / \tau_1)\omega^2}{1 - \tau_2^2\omega^2}. \quad (17)$$

З (17) видно, що умова $N_1(\omega) / [1 - \operatorname{Re}(\omega)] = \text{const}$ тільки тоді, коли для рівняння (4) виконується така умова: $\tau_2 = \tau_3 \sqrt{\tau_3 / \tau_1}$. Так як ДЧХ згідно з методом квадратур $\operatorname{Re}(\omega) = 1 + \omega^2 N_2(\omega)$, то підставивши це рівняння в (16), отримуємо:

$$\frac{N_1(\omega)}{N_2(\omega)} = \omega^2 \frac{(\tau_1 - \tau_3^3\omega^2)}{k(1 - \tau_2^2\omega^2)}. \quad (18)$$

Так як відношення (18) є нічим іншим як відношенням сталих часу ідентифікованої системи другого порядку, то при $\omega = \omega_{\Pi}$ для сталої часу τ_{1M} маємо

$$\tau_{1M} = \omega_{\Pi}^2 \tau_{2M}^2 \frac{(\tau_1 - \tau_3^3\omega_{\Pi}^2)}{k(1 - \tau_2^2\omega_{\Pi}^2)}. \quad (19)$$

Оскільки у точці переходу ДЧХ частотної вісі $\omega_{\Pi}^2 \tau_{2M}^2 = 1$, то рівняння (19) має наступний вигляд:

$$\tau_{1M} = \tau_1 \left[\frac{1 - (\tau_3^3 / \tau_1)\omega_{\Pi}^2}{k(1 - \tau_2^2\omega_{\Pi}^2)} \right]. \quad (20)$$

Якщо прийняти, що функція $N_1(\omega)$ є деяким часом, залежним від кутової частоти ω , то при $\omega = \omega_{\Pi}$ вона являтиме деякий час, за яким можна визначити сталу часу τ_{1M} при першій похідній ідентифікованого диференціального рівняння першої квадратури. У цьому випадку сталу часу можна визначити за наступною формулою:

$$\tau_{1M} = \frac{(1 - \tau_2^2\omega_{\Pi}^2)^2 - \omega_{\Pi}^2(\tau_1 - \tau_3^3\omega_{\Pi}^2)^2}{\omega_{\Pi}^2(\tau_1 - \tau_3^3\omega_{\Pi}^2)}. \quad (21)$$

Приймаючи, що $\omega_{\Pi} = 1 / \tau_{2M}$, рівняння (21) набуває такої форми:

$$\tau_{1M} = \tau_{2M}^2 \frac{(1 - \tau_2^2 / \tau_{2M}^2)^2 - (1 / \tau_{2M}^2)(\tau_1 - \tau_3^3 / \tau_{2M}^2)^2}{(\tau_1 - \tau_3^3 / \tau_{2M}^2)}. \quad (22)$$

Рівняння (22) можна дещо спростити, якщо прийняти, що $\tau_2 \approx \tau_{2M}$. У результаті маємо:

$$\tau_{1M} = \tau_1 \left(1 - \tau_3^3 / \tau_1 \tau_{2M}^2 \right). \quad (23)$$

З рівняння (23) видно, що ідентифікована стала часу τ_{1M} визначається сталими часу τ_1 і τ_3 реальної ІВС та сталою часу τ_{2M} . Окрім того, стала часу τ_{1M} дорівнює або є меншою від τ_1 .

Висновки. Показано, що складну систему вимірального контролю чи автоматичного регулювання, яка складається з лінійних динамічних елементів та описується диференціальним рівнянням високого порядку, можна привести до систем другого порядку (квадратур). Причому перша квадратура є основною і може бути використана для розрахунку перехідного процесу.

Доказано, що сталі часу ідентифікованого диференціального рівняння першої квадратури визначаються за дійсною та уявною частотними характеристиками реальної складної системи вимірювального контролю чи регулювання. За ДЧХ реальної системи визначається стала часу, яка є множителем другої похідної цього рівняння, а за УЧХ – стала часу, яка є множителем першої похідної. Окрім того показано, що ступінь загасання коливальної системи визначається поліномом УЧХ. Так як криві перехідних процесів, які розраховані за методом квадратур, завжди мають точку максимального руху технологічного параметра, то за її положенням можна визначити точність вимірювального контролю чи регулювання, що є важливим при розробці прикладного програмного забезпечення процесів обробки вимірювальної інформації в комп'ютерно-інтегрованих системах контролю та управління технологічними процесами.

Література

1. Поркуян О. В. Реологічні моделі технологічного контролю параметрів з внутрішніми зв'язками у виробництві аміачної селітри / О. В. Поркуян, Й. І. Стенцель, О. І. Проказа // Вісник національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2010. – № 12. – С. 21–28.
2. Нелінійні моделі багатопараметричних хімічних об'єктів керування з реологічними перетвореннями / Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, О. І. Проказа, О. В. Кузнецова. // Матеріали 6-ї Міжнародної науково-практичної конференції “Розвиток наукових досліджень-2010”, Полтава, 22-24 листопада 2010 р. – Полтава, 2010. - С. 108-110.
3. Поркуян О. В. Дослідження математичної моделі апарату нейтралізації у виробництві аміачної селітри / О. В. Поркуян, Й. І. Стенцель, О. І. Проказа // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – № 5/6 (47). – С. 19-21.
4. Стенцель Й. І. Дослідження вимірювального контролю технологічних параметрів при реологічних перетвореннях хімічних процесів / Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, О. І. Проказа // Вісник національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2011. – № 19. – С. 31–36.
5. Стенцель Й. І. Основи теорії багатопараметричних об'єктів керування з реологічними переходами / Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, О. І. Проказа // Технологічні комплекси. – 2010. – № 2. – С. 46–51.
6. Фельбаум А. А. Методы теории автоматического управления / А. А. Фельбаум, А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1971. – 743 с.
7. Макаров И. М. Линейные автоматические системы / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – М. : Машиностроение, 1982. – 504 с.
8. Стенцель Й. І. Автоматизація технологічних процесів хімічних виробництв / Й. І. Стенцель. – К. : ІСДО, 1995. – 360 с.
9. Стенцель Й. І. Розрахунок перехідних процесів складних систем регулювання методом квадратур / Й. І. Стенцель, І. Є. Киричук, О. В. Савельєва // Науково-технічний збірник «Автоматизація технологічних процесів та промислової екології». – Вип. 1. – 1997. – С. 2-5.
10. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления / А. А. Воронов. – М. : Энергия, 1980. – Т.1. – 312 с.
11. Иващенко Н. Н. Автоматическое регулирование / Н. Н. Иващенко. – М. : Машиностроение, 1978. – 736 с.

References

1. Porkujan O. V. Reologichni modeli tehnologichnogo kontrolju parametriv z vnutrishnimi zv'jazkami u virobniactvi amiachnoi selitri / O. V. Porkujan, J. I. Stencil', O. I. Prokaza // Visnik nacional'nogo tehnicnogo universitetu «Harkivs'kij politehnicnij institut». – 2010. – № 12. – S. 21–28.
2. Nelinijni modeli bagatoparametricnih himicnih ob'ektiv keruvannja z reologichnimi peretvorennjami / J. I. Stencil', O. V. Porkujan, O. I. Prokaza, O. V. Kuznecova. // Materiali 6-i Mizhnarodnoi naukovo-prakticnoi konferencii “Rozvitok naukovih doslidzen'-2010”, Poltava, 22-24 listopada 2010 r. – Poltava, 2010. - S. 108-110.
3. Porkujan O. V. Doslidzhennja matematichnoi modeli aparatu nejtralizacii u virobniactvi amiachnoi selitri / O. V. Porkujan, J. I. Stencil', O. I. Prokaza // Shidno-Evrops'kij zhurnal peredovih tehnologij. – 2010. – № 5/6 (47). – S. 19-21.
4. Stencil' J. I. Doslidzhennja vimirjuval'nogo kontrolju tehnologichnih parametriv pri reologichnih peretvorennjah himicnih procesiv / J. I. Stencil', O. V. Porkujan, O. I. Prokaza // Visnik nacional'nogo tehnicnogo universitetu «Harkivs'kij politehnicnij institut». – 2011. – № 19. – S. 31–36.
5. Stencil' J. I. Osnovi teorii bagatoparametricnih ob'ektiv keruvannja z reologichnimi perehodami / J. I. Stencil', O. V. Porkujan, O. I. Prokaza // Tehnologichni kompleksi. – 2010. – № 2. – S. 46–51.
6. Fel'baum A. A. Metody teorii avtomaticheskogo upravlenija / A. A. Fel'baum, A. G. Butkovskij. – M. : Nauka, 1971. – 743 s.
7. Makarov I. M. Linejnye avtomaticheskie sistemy / I. M. Makarov, B. M. Menskij. – M. : Mashinostroenie, 1982. – 504 s.
8. Stencil' J. I. Avtomatizacija tehnologichnih procesiv himicnih virobniactv / J. I. Stencil'. – K. : ISDO, 1995. – 360 s.
9. Stencil' J. I. Rozrahunok perehidnih procesiv skladnih sistem reguljuvannja metodom kvadratur / J. I. Stencil', I. E. Kirichuk, O. V. Savel'eva // Naukovo-tehnicnij zbirnik «Avtomatizacija tehnologichnih procesiv ta promislova ekologija». – Vip. 1. – 1997. – S. 2-5.
10. Voronov A. A. Osnovy teorii avtomaticheskogo upravlenija / A. A. Voronov. – M. : Jenergija, 1980. – T.1. – 312 s.
11. Ivashhenko N. N. Avtomaticheskoe regulirovanie / N. N. Ivashhenko. – M. : Mashinostroenie, 1978. – 736 s.

Проказа Е. И. Исследование точности систем контроля третьего порядка методом квадратур

Современные методы расчета переходных процессов сложных систем контроля и регулирования являются приближенными, что приводит к значительным погрешностям измерительного контроля и автоматического регулирования. Для расчета переходных процессов и их исследования предлагается использовать метод квадратур, с помощью которого сложные динамические системы идентифицируются до второго порядка с новыми постоянными времени. Описаны

методы определения постоянных времени идентифицированной системы. Показано, что постоянные времени такой системы полностью определяются действительной и мнимой частотными характеристиками.

Ключевые слова: переходный процесс, система, контроль, квадратура, уравнение, точность.

Prokaza E. The research of accuracy of systems control the third order by the method of quadratures

Modern methods of calculation of transients of complex systems control and regulation are approximate, which leads to significant errors of measuring control and automatic regulation. For the calculation of transients and their research are encouraged to use the method of quadratures by which complex dynamic systems are identified up to the second order with a new time constants. Describes methods

for determining the time constant of the identified system. It is shown that the time constants of the system are completely determined by the real and imaginary frequency characteristics.

Keywords: transient, system, control, quadrature, equation, accuracy.

Проказа Олена Іванівна – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління, Технологічний інститут Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля (м. Северодонецьк), kafKISU.Elena@gmail.com

Рецензент: Суворін О.В. – д.т.н., доцент

Стаття подана 27.11.2014