

УДК 004.67

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПОШУКУ ПРИХОВАНИХ ПЕРІОДИЧНОСТЕЙ В СИГНАЛАХ

Костенко К. О.

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR SEARCHING HIDDEN PERIODICITIES IN SIGNALS

Kostenko K. O.

В статті проводиться порівняльний аналіз методів пошуку періодичностей у сигналах. Розглянуто методи, що основані на перетворенні Фур'є, вейвлет-перетворенні та перетворення Гільберта-Хуанга. Виділено основні характеристики розглянутих методів. За допомогою декількох модельних сигналів проілюстровані вказані особливості розглянутих методів.

Ключові слова: пошук періодичностей, перетворення Фур'є, перетворення Гільберта-Хуанга

Вступ. Ритмічність притаманна широкому колу геофізичних, біологічних та космічних явищ. У природничих науках багато процесів характеризуються сильними чи слабкими проявами періодичної поведінки: відомо, що сонячна активність істотно впливає на зміну клімату. Фактично, цикл сонячної активності сильно нагадує зміни температури в північній півкулі [1]. Аналіз періодичностей дуже важливий також і в медицині, де можна виділити багато біометричних процесів (наприклад, серцебиття), які також характеризуються певною періодичністю. Наявність періодичних аномалій може свідчити про наявність у людини того чи іншого захворювання. В автомобільній, авіаційній та обробній промисловості аналіз періодичностей є незамінним інструментом моніторингу і діагностики. Зміни періодів у вібрації можуть бути точним індикатором наявності проблем чи зношення механізму [2].

Аналіз та оцінка періодичності є важливим аспектом, адже таким чином можна виявити аномалії або краще зрозуміти причинно-наслідкові зв'язки між різними процесами. Задачі, що пов'язані з пошуком періодичностей у сигналах, виникають також і в таких прикладних галузях, як геофізика, радіотехніка, економіка, акустика та інших. У фінансово-економічній галузі пошук прихованих періодичностей може слугувати підґрунтям для прогнозування часу появи чергової події [3].

Таким чином, задача пошуку прихованих періодичностей в сигналах різного походження є актуальною сьогодні.

На сьогоднішній день існують різні способи визначення наявності певної частоти у досліджуваному сигналі. Класичні методи виявлення періодичностей базуються на перетворенні Фур'є. Причому, в залежності від типу сигналу, використовуються різні види спектрального аналізу: для періодичних сигналів – ряд Фур'є (Fourier series), для неперіодичних сигналів – інтеграл Фур'є (Fourier integral), для цифрових – дискретне перетворення Фур'є (DFT – Discrete Fourier Transformation) та швидке перетворення Фур'є (FFT – Fast Fourier Transformation). На сьогоднішній день існує багато модифікацій алгоритму FFT, які застосовуються для обробки сигналів різного фізичного походження. Одним із відомих методів аналізу гармонійних компонент нестационарних сигналів є віконне перетворення Фур'є (STFT – Short-Time Fourier Transformation).

Також останнім часом все частіше для частотного аналізу застосовуються методи, в основі яких лежить вейвлет-перетворення (WT – Wavelet Transformation).

Теорія вейвлетів є потужною альтернативою аналізу Фур'є. Вейвлет-перетворення забезпечує більш гнучку техніку обробки сигналів. Основна перевага вейвлет-аналізу полягає в тому, що він дозволяє помітити добре локалізовані зміни сигналу, тоді як аналіз Фур'є цього не забезпечує [4].

Постановка задачі. Об'єктом дослідження є методи пошуку періодичностей. Мета статті полягає у проведенні порівняльного аналізу найбільш вживаних методів пошуку періодичностей, виявленні недоліків та переваг цих методів, а також формуванні рекомендацій щодо вибору найбільш підходящого методу для певних класів задач.

Огляд методів. У статті проводиться порівняльний аналіз чотирьох методів пошуку

періодичностей – перетворення Фур'є, віконне перетворення Фур'є, перетворення Гільберта-Хуанга та модифікованого методу WPDM.

Перетворення Фур'є. Перетворення Фур'є – це класичний метод частотного аналізу сигналів. Основна ідея методу полягає в тому, що кожен функцію можна представити у вигляді суми окремих гармонійних складових.

При аналізі часових рядів зазвичай використовується дискретне перетворення Фур'є, результатом якого є амплітудно-частотний спектр, за допомогою якого і визначається наявність певної частоти в досліджуваному сигналі.

На даний час існують програмні реалізації методу на основі швидкого перетворення Фур'є із обчислювальною складністю $O(n \cdot \lg n)$, де n – це довжина сигналу.

До обмежень методу слід віднести використання лише тригонометричного базису та неможливість отримати локалізацію частот у часі.

Методи на основі перетворення Фур'є дозволяють визначити комбінації двох синусоподібних сигналів, навіть якщо в одного з них низьке співвідношення сигнал-шум. Проте вони гірше визначають несинусоподібні періодичності, а також гірше працюють у випадку присутності в даних двох чи більше періодів, особливо при низькому співвідношенні сигнал-шум [5].

Віконне перетворення Фур'є. Віконне перетворення Фур'є представляє собою спектральний аналіз Фур'є в обмеженому часовому вікні. Послідовно проходячи ковзним вікном по вісі часу, можна отримати частотно-часовий розподіл початкового сигналу. В силу використання традиційного спектрального аналізу Фур'є потрібно припускати, що дані є кусково-стаціонарними.

Потрібно враховувати, що отриманий спектр представляє собою оцінку для спектру вихідного сигналу та може бути спотвореним. Спотворення, які вносяться за рахунок використання вікна, визначаються розмірами та формою останнього. Тому вибір вікна може суттєво вплинути на отримуваний результат.

Недоліком віконного перетворення Фур'є є те, що неможливо одночасно забезпечити одночасно високу роздільну здатність по частоті та часу. Зокрема, для того, щоб локалізувати події в часі, вікно повинно бути достатньо вузьким, але з іншого боку частотна локалізація вимагає використання довгих часових параметрів.

Результати застосування віконного перетворення Фур'є найчастіше представляються у вигляді спектрограми, яку можна легко та швидко отримати за допомогою швидкого перетворення Фур'є [6]. Тому цей метод використовують для кращого візуального представлення результатів.

Зазвичай методи на основі перетворення Фур'є дають непогані результати у випадку, коли в досліджуваних даних постійно присутні гармонійні періоди. Однак в іншому випадку результати роботи

методів суттєво залежать від внутрішніх особливостей сигналу. Тому, останнім часом використовується новий підхід до аналізу сигналів – застосування вейвлет-перетворення.

Вейвлет-аналіз. На відміну від спектрального аналізу Фур'є, вейвлет-перетворення дозволяє виконувати частото-часовий аналіз, тобто не лише визначити, які частоти присутні в сигналі, а також вказати часові моменти їх наявності.

При виділенні в сигналах добре локалізованих різномасштабних процесів можна розглядати лише ті масштабні рівні розвинення, які є суттєвими. Вейвлетному перетворенню притаманні всі переваги перетворення Фур'є. На основі теорії вейвлетів розроблені різні методи виявлення періодичностей.

Одним із них є метод PDM (Phase Dispersion Minimization) [7]. На відміну від розвинення Фур'є, цей метод забезпечує визначення також періодів, які не проявляються у вигляді синусоїд. Суть методу у визначенні відношення сумарної дисперсії підмножин даних, що охоплюють всю множину даних і обираються таким чином, що в межах кожної з них різниця часу однакова між сусідніми точками і дорівнює досліджуваному періоду, до загальної дисперсії. Близькість такого відношення до нуля свідчить про більшу ймовірність наявності шуканого періоду.

У методі WPDM (Wavelet-based PDM) виконується вейвлет-розвинення початкового сигналу за допомогою надлишкового дискретного вейвлет-перетворення, після чого кожен отриманий рівень розвинення аналізується на наявність потрібних періодів за допомогою методу PDM [7]. Застосування вейвлет-перетворення дозволяє відокремити різні періоди, досліджуючи їх присутність по різних наборах коефіцієнтів розвинення. Завдяки цьому метод WPDM забезпечує пошук прихованих періодичностей. Використання надлишкового вейвлет-перетворення (наприклад, схеми «à trous» [8]) підвищує точність визначення моменту появи шуканих періодів завдяки тому, що кількість вейвлет-коефіцієнтів на кожному рівні не змінюється. Автором також запропонована віконна модифікація цього методу, за допомогою якої можна визначити наявність в сигналі періодів, що проявляються лише впродовж незначних проміжків часу [9].

Перетворення Гільберта-Хуанга.

Перетворення Гільберта-Хуанга (ННТ – **Hilbert-Huang transform**) базується на алгоритмі емпіричної модової декомпозиції (EMD – empirical mode decomposition), який використовується для розкладу часового ряду на емпіричні моди (IMF – intrinsic mode functions). В основі методу лежить припущення, що будь-який сигнал складається з різних типів коливань, які відповідають різним часовим масштабам так, що кожна функція IMF є одним з таких коливань [5].

Кожна IMF повинна задовольняти двом умовам: 1) кількість екстремумів та кількість нулів

функції повинні бути рівними або відрізнятися не більше ніж на одиницю; 2) в будь-якій точці функції середнє значення обвідних, визначених локальними максимумами та локальними мінімумами, повинно бути нульовим. Ці дві умови необхідні, аби запобігти неповноті у визначенні миттєвої частоти.

Після розкладу сигналу на сукупність IMF до кожної з них застосовується перетворення Гільберта, яке подібне до перетворення Фур'є, що використовується в гармонійному аналізі.

Перевагою методу є те, що він емпіричний та адаптивний. Він надає можливість однозначно визначати поточні часові характеристики сигналу – миттєві значення амплітуди та фази. Базис розвинення не задається апріорно, а визначається в процесі розкладу.

Співставлення методів пошуку періодичностей. Основні властивості та особливості розглянутих методів зведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняльний аналіз методів пошуку періодичностей

Метод	Характеристика			
	Часова локалізація	Складність алгоритму	Наочність результатів	Адаптивність базису
FFT	Ні	Низька	Висока	Не має
STFT	Частково	Низька	Середня	Не має
ННТ	Так	Висока	Середня	Є
WPDM	Так	Середня	Висока	Вручну

Виходячи з виділених характеристик, можна зробити наступні висновки.

Методи, що базуються на використанні перетворення Фур'є, є сенс використовувати, коли відомо, що в досліджуваному сигналі шукані частоти присутні майже завжди. Також ці методи найкраще за все визначають наявність гармонічних періодів.

Методи, в основі яких лежать вейвлет-перетворення, дозволять знайти частоти, які будуть з'являтися лише в певні моменти часу, а також переходити одна в іншу.

За допомогою перетворення Гільберта-Хуанга можна не лише з'ясувати часові моменти прояву певних періодів, але також розкласти початковий сигнал на суму сигналів, кожен з яких можна потім аналізувати окремо. З недоліків слід відзначити невисоку наочність представлення результатів та великий об'єм обчислень.

Практичні результати. Для демонстрації особливостей роботи розглянутих методів використано наступні вихідні дані.

В якості базового сигналу було взято синусоїдальний сигнал довжиною в 10 000 відліків із періодом у 513 відліків, до якого (по всій довжині або фрагментарно) додавались аналогічні синусоїдальні сигнали з різними періодами.

S1 – базовий сигнал, по всій довжині якого додавались синусоїдальні сигнали із періодами 31 та 45 відліків.

S2 – базовий сигнал, по всій довжині якого додавались синусоїдальні сигнали із періодами 31 та 58 відліків.

S3 – базовий сигнал, по всій довжині якого додавались синусоїдальні сигнали із близькими за значеннями періодами у 31, 35 та 37 відліків.

S4 – базовий сигнал, в якому на проміжку 1500-2100 відлік додано сигнал із періодом 31 відлік та на проміжку 6200-6700 – сигнал з періодом 35. Сигнал з періодом 45 відліків додано по всій довжині.

S5 – базовий сигнал, в якому короткі періоди проявляються на нетривалих проміжках, що слідує один за одним – з відліку 1500 по 2100 проявляється період 35, з 2100 по 2700 період 31, і з 2700 по 3300 період 37. Сигнал з періодом 45 відліків додано по всій довжині.

В таблиці 2 наведено результати роботи розглянутих методів. Для кожного метода вказано, які саме періоди в кожному сигналі були за його допомогою визначені, із вказанням за потреби додаткових умов чи обмежень.

Таблиця 2

Періоди, що були знайдені методами у тестових сигналах

Сигнал	Метод			
	FFT	STFT	ННТ	WPDM
S1	513, 45, 31	513, 45, 31	513, 45, 31	513, 45, 31
S2	513, 58, 31	513, 58, 31	513, 58, 31	513, 58, 31
S3	513, 37, 35, 31	513, 37, 35, 31	513, 30-40	513, 32, 34, 36
S4	513, 45 завжди; 31, 37 з набагато меншою амплітудою	513, 45 завжди; 31, 37 в залежності від розміру вікна	513, 45, 31, 37	513, 45, 31, 37
S5	513, 45 завжди; 31, 37 з набагато меншою амплітудою	513, 45 завжди; 31, 37 в залежності від розміру вікна	513, 45, 31, 35, 37	513, 45, 31, 35, 37

Всі методи чітко визначили період базового синусоїдального сигналу (513 відліків).

Швидке перетворення Фур'є знаходить найкраще ті періоди, які постійно присутні у сигналі. Частоти, які проявляються в певні моменти досліджуваного проміжку, теж визначаються, хоча і мають меншу амплітуду. Результат застосування швидкого перетворення Фур'є до сигналу S4 показано на рис. 1, де по горизонталі відкладені значення частот, а по вертикалі – амплітуда. Як можна бачити, метод показує наявність у сигналі

періодів 31 та 37, проте не дає можливості визначити, коли саме в досліджуваному сигналі вони з'являються. На основі отриманих значень амплітуд можна зробити висновки лише про співвідношення довжин проміжків проявів відповідних частот.

На відміну від швидкого перетворення Фур'є, віконне перетворення Фур'є дозволяє також вказати моменти часу, в які проявляються певні частоти. Результати роботи віконного перетворення Фур'є над сигналом S4 показані на рис. 2, де по горизонталі відкладені частоти, а по вертикалі – час. Як можна бачити, для обраного сигналу визначаються «вікна», в яких проявляються шукані періоди. Проте варто зазначити, що точність такої часової локалізації суттєво залежить від обраного значення ширини вікна (рис. 2 та рис. 3).

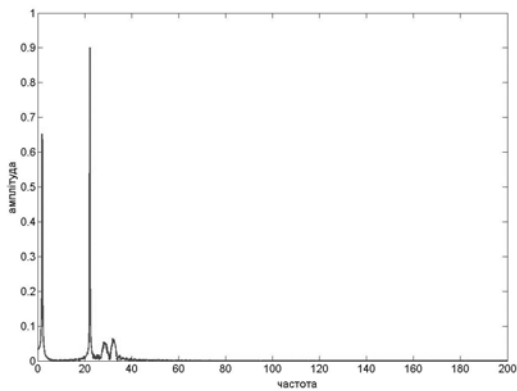


Рис. 1 Результати FFT для сигналу S4

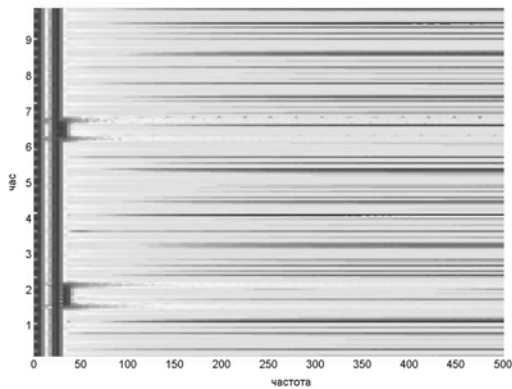


Рис. 2 Результати роботи SFFT із вікном 256

Віконна модифікація методу WPDM визначає в тестових сигналах всі періоди із чіткою часовою локалізацією. На рис. 4 та рис. 5 показані результати пошуку періодів для сигналів S4 та S5 відповідно. Проте слід відмітити, що виникають похибки у детектуванні близьких за значенням один до одного періодів, як у сигналі S3 (рис. 6), де замість періодів 31, 35 та 37 були знайдені 32, 34 та 36.

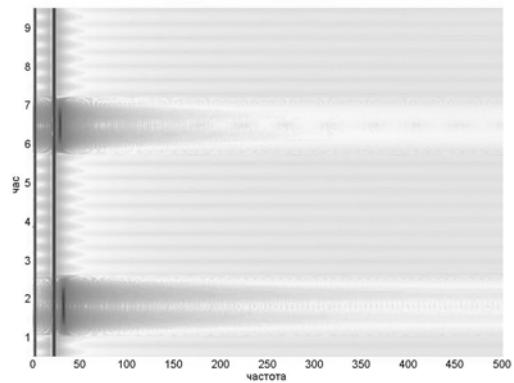


Рис. 3 Результати роботи SFFT із вікном 1024

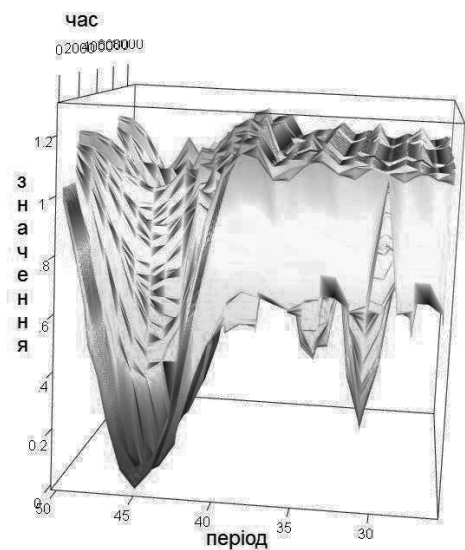


Рис. 4 Результати роботи методу WPDM для сигналу S4

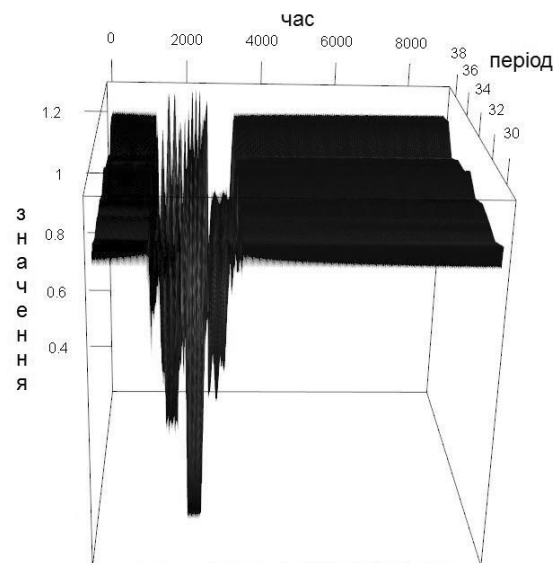


Рис. 5 Результати роботи методу WPDM для сигналу S5

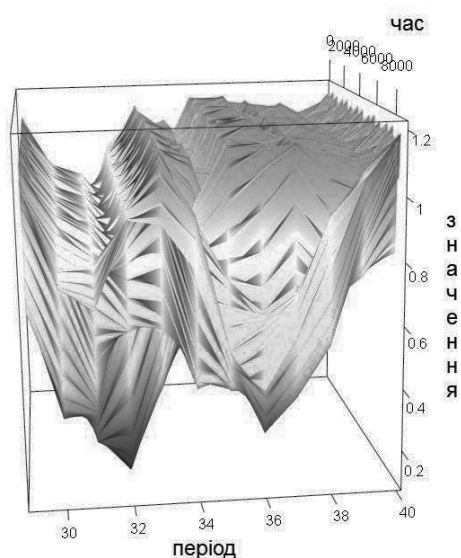


Рис. 6 Результати роботи методу WPD для сигналу S3

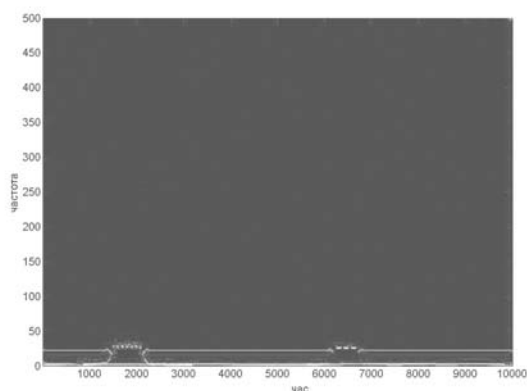


Рис. 7 Результати роботи методу ННТ для сигналу S4

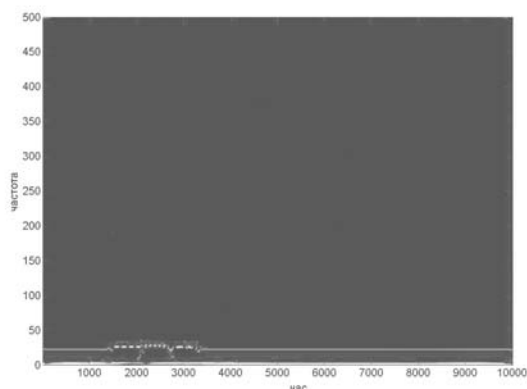


Рис. 8 Результати роботи методу ННТ для сигналу S5

Результати застосування перетворення Гільберта-Хуанга до сигналів S4 та S5 показані відповідно на рис. 7 та рис. 8, де по горизонталі відкладено час, а по вертикалі – частоти. Цей метод чітко визначає періоди, що постійно присутні в сигналах, а також показує ті моменти часу, в які в

сигнали з'являються інші частоти. Проте відсутність наочності не завжди дозволяє чітко визначати, які саме частоти з'являються.

Висновки. В даній роботі автором проведено огляд та аналіз деяких існуючих методів пошуку періодичностей, визначені принципові характеристики розглянутих методів. На основі аналізу обраних характеристик надані рекомендації щодо оптимальності застосування того чи іншого методу для розв'язання задач певного типу.

Виконано порівняння результатів роботи розглянутих методів на декількох модельних сигналах. Отримані результати підтверджують визначені характерні теоретичні особливості.

Література

1. Length of the Solar Cycle: An Indicator of Solar-Activity Closely Associated with Climate [Text] / E. Friss-Cristensen, K. Lassen. // Science. – 1991. – Vol. 254, № 5032. – P. 698 – 700.
2. Mitchell, J. S. An Introduction to Machinery Analysis and Monitoring [Text] / J.S. Mitchell. – Pennwell Books, 1993. – 566 p.
3. Голик, Ф.В. Обнаружение почти-периодических потоков [Электронный ресурс] / Ф.В. Голик // Журнал радиоэлектроники. – 2010. - №6. – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/alt/jun10/4/text.pdf>
4. Смоленцев, Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB.[Текст] / Н.К. Смоленцев – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
5. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis [Text] / N. E. Huang // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1998. – Vol. A 454. – P. 903 – 995.
6. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов [Текст] / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.
7. Period determination using phase dispersion minimization [Text] / R.F. Stellingwerf // Astrophysical Journal. – 1978. – Vol. 224 – P. 953-960.
8. Redundant Multiscale Transforms and their Application for Morphological Component Analysis [Text] / J.-L. Starck, M. Elad, and D.L. Donoho // Advances in Imaging and Electron Physics. – 2004. – P. 132
9. Дичка І. А. Модифікація методу WPD для виявлення заданих періодичностей / Дичка І. А., Костенко К. О., Кашинець А. Я. // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2012. – № 8 (179) – С. 36 – 40.

References

1. Length of the Solar Cycle: An Indicator of Solar-Activity Closely Associated with Climate [Text] / E. Friss-Cristensen, K. Lassen. // Science. – 1991. – Vol. 254, № 5032. – P. 698–700.
2. Mitchell, J. S. An Introduction to Machinery Analysis and Monitoring [Text] / J.S. Mitchell. – Pennwell Books, 1993. – 566 p.
3. Golik, F.V. Obnaruzhenie pochni-periodicheskikh potokov [Jelektronnyj resurs] / F.V. Golik // Zhurnal radioelektroniki. – 2010. - №6. – Rezhim dostupa: <http://jre.cplire.ru/alt/jun10/4/text.pdf>
4. Smolencev, N.K. Osnovy teorii vejvletov. Vej-vlety v MATLAB.[Tekst] / N.K. Smolencev – M.: DMK Press, 2005. – 304 s.

5. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis [Text] / N. E. Huang // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1998. – Vol. A 454. – P. 903–995.
6. Sergienko, A. B. Cifrovaja obrabotka signalov [Tekst] / A.B. Sergienko. – SPb.: Piter, 2006. – 751 s.
7. Period determination using phase dispersion minimization [Text] / R.F. Stellingwerf // Astrophysical Journal. – 1978. – Vol. 224 – P. 953-960.
8. Redundant Multiscale Transforms and their Application for Morphological Component Analysis [Text] / J.-L. Starck, M. Elad, and D.L. Donoho // Advances in Imaging and Electron Physics. – 2004. – P. 132
9. Dichka I.A., Kostenko K.O., Kashhinec' A.Ja. Модифікація методу WPDM для виявлення заданих періодичностей // Вісник Шидноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2012. – № 8 (179) – S. 36-40

Костенко Е. А. Сравнительный анализ методов поиска скрытых периодичностей в сигналах

В статье проводится сравнительный анализ методов поиска периодичностей в сигналах. Рассматриваются методы, которые основаны на преобразовании Фурье, на вейвлет-преобразовании, а также преобразование Гильберта-Хуанга. Выделены

основные характеристики рассмотренных методов. Указанные особенности работы методов проиллюстрированы с помощью модельных сигналов.

Ключевые слова: поиск периодичностей, преобразование Фурье, преобразование Гильберта-Хуанга

Kostenko K. O. Comparative analysis of methods for searching hidden periodicities in signals

This article presents a comparative analysis of methods for searching hidden periodicities in signals. Methods based on Fourier transformation, wavelet transformation and Hilbert-Huang transformation are considered. Main characteristics of this methods are defined. Main features of the considered methods are illustrated with the help of the model signals.

Keywords: periodicity detection, Fourier transformation, Hilbert-Huang transformation

Костенко Катерина Олексіївна, асистент кафедри прикладної математики НТУУ «КПІ», ekaterinaalekseevna@ukr.net

Рецензент: **Рач В.А.**, д.т.н., професор.

Статтю подано 17.03.14