

УДК 004.272.2:519.63

УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ ПОДСИСТЕМА РЕШАТЕЛЕЙ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СРЕДЫ

Дмитриева О.А.

ENHANCED SUBSYSTEM OF SOLVERS FOR THE DISTRIBUTED PARALLEL SIMULATION ENVIRONMENT

Dmitrieva O. A.

С целью расширения возможностей распределенной параллельной моделирующей среды в подсистему параллельных решателей введены методы формирования численного решения и управления шагом интегрирования, основанные на коллоцировании со старшими производными, явной и неявной экстраполяции, вложенности. Обоснована необходимость использования параллельных численных методов, обеспечивающих возможность вариации шага интегрирования, для разрешения смешанных систем алгебро – дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель шахтной вентиляционной сети.
Ключевые слова: решатели, моделирующая среда, управление шагом, коллоцирование, вложенность.

Введение. Функционирование распределенной параллельной моделирующей среды (РПМС) обеспечивается взаимодействием аппаратных, программных и информационных средств и направлено на повышение производительности реализации сложных мультидисциплинарных приложений. Структурно РПМС представляется в виде множества подсистем (рис. 1), выполняющих закрепленный набор функций и обеспечивающих возможность поддержки этапов генерирования, адаптации и исследования моделей сложных динамических систем большой размерности [1]. При этом можно выделить как универсальные подсистемы, которые обеспечивают программную и аппаратную поддержку моделирования (IT-поддержка, ведение диалога с пользователем, хранение и обмен данными, балансировка нагрузки, визуализация результатов), так и специфические подсистемы, наличие которых объясняется проблемной направленностью моделирующих сред. Так, несмотря на огромное разнообразие сложных динамических объектов, описываемых системами дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так и в частных производных, их топологические характеристики задаются достаточно узким классом средств, к которым можно отнести начальные

графы, графы вторичной топологии [2-3], технологические и структурные схемы, а также их комбинации [4-5]. Для кодировки первичных топологий и обработки данных и аппроксимации полученных вторичных топологий в РПМС предусмотрена подсистема топологического анализа, по результатам работы которой блок генерации уравнений формирует векторно-матричный вид системы, доступный для численной реализации. Еще одной специфической составляющей РПМС является подсистема виртуальных параллельных симуляционных моделей, которая в зависимости от выбранного варианта распараллеливания предоставляет средства для интерактивного отображения иерархии.

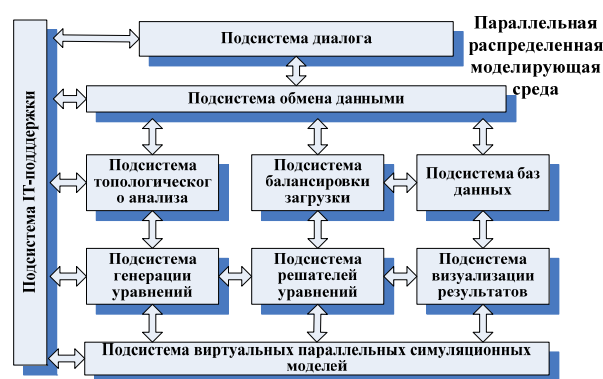


Рис. 1. Структурная схема параллельной распределенной моделирующей среды

Целью данной работы является расширение возможностей подсистемы параллельных решателей за счет разработки и внедрения в нее новых численных методов моделирования динамических систем, учитывающих архитектурные особенности.

Разработка усовершенствованной подсистемы параллельных решателей. Выбор параллельного алгоритма для численной реализации

зависит от типа решаемой задачи, поскольку исходная система может описывать объект с распределенными или сосредоточенными параметрами. Метод решения определяется формальным способом представления исходного объекта (канонический, разностный, смешанный вид системы уравнений), хорошей или плохой обусловленностью, наличием начальных и/или граничных условий, жестких компонент, наличием вариантов, размерностью, имеющимися вычислительными ресурсами и т.д. Для моделирования динамических объектов, описываемых жесткими, плохообусловленными, быстроосциллирующими и т.п. системами в подсистеме решателей используются алгоритмы, предусматривающие возможность управления шагом интегрирования. Вариация размера шага может обеспечиваться для отдельной расчетной точки вложенными или экстраполяционными методами, оптимальный порядок которых определяется исходя из концепции минимизации вычислительной работы на шаге. Также в подсистеме предусмотрено продвижение с оптимальным шагом сразу на несколько точек, количество которых определяется размерностью блока при использовании для решения блочных коллокационных методов со старшими производными.

Если исходная система носит линейный характер относительно вектора неизвестных, то ее решение может осуществляться на основе построенных операторов перехода, что позволяет свести процедуру получения решения на шаге для однородных систем к выполнению параллельных матрично-векторных операций, при этом в подсистеме решателей различаются автономный и неавтономный варианты. В последнем случае строятся блоки операторных переходов, размерность которых совпадает с количеством стадий метода. Также реализованы подходы, позволяющие избегать последовательных участков работы при вычислении неоднородной правой части, основанные на предварительном вычислении правых частей или интерполировании с помощью сплайнов. Структурная схема подсистемы параллельных решателей уравнений представлена на рис. 2.

Препроцессорная подготовка заключается в формировании конечно-разностного вида системы уравнений, определении начальных значений, если для расчета будут использоваться многошаговые методы, получении расчетных коэффициентов для выбранного метода.

Тестирование разработанных методов с целью выявления их рабочих характеристик и областей применимости в работе осуществлялось путем численной реализации как традиционных тестовых задач, так и математических моделей, которые описывают поведение динамических объектов: воздушных потоков в шахтных вентиляционных

сетях. Все рассмотренные модели характеризуются большой размерностью, которая может варьироваться, и наличием жестких компонент. Эффективность разработанных методов оценивается, как и в [6], с помощью сопоставления двух характеристик: погрешности и времени вычисления. Если для тестовой задачи точное решение известно, оценка проводилась по глобальной погрешности, в противном случае оценивалась норма погрешности.



Рис. 2. Структурная схема подсистемы решателей для РПМС

Параллельное моделирование динамики воздушных потоков без учета распределенности параметров.

При моделировании аэрогазодинамических процессов в шахтных вентиляционных сетях возникает необходимость в эффективных параллельных вычислениях, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности [1]. Для решения таких задач разработаны генераторы уравнений, параллельные модели сетевых объектов, предложены варианты ситуационного качественного моделирования [4], однако численное решение всех систем дифференциальных уравнений, построенных модифицированных моделей, возвращается к методам, изначально ориентированным на вычислительные системы с последовательной обработкой, что резко снижает показатели параллелизма в связи с замедлением времени счета. Эффективность моделирования таких динамических систем может быть значительно повышена за счет использования численных методов, разработанных для реализации в параллельных вычислительных системах [5], а также за счет автоматического изменения шага интегрирования. При моделировании нестационарных аэрогазодинамических процессов в шахтных вентиляционных сетях за основу принимался

подход, приведенный в [7]. Этот подход базируется на утверждении, что можно осуществить эквивалентный переход от описания выработки и схемы проветривания выемочных участков как объекта с распределенными параметрами к формальной модели объекта с сосредоточенными параметрами.

Структура шахтной вентиляционной сети представляется в виде объекта, формальное описание которого может быть выполнено с помощью графа с m_1 ветвями и m_2 узлами. При этом сетевой объект шахтной вентиляционной сети считается сложной динамической системой, так как обладает большой размерностью ($m_1 > 100$, $m_2 > 50$), нелинейностью статических характеристик ветвей и расположенных в них регулирующих органов, распределенностью таких параметров, как расходы воздуха и концентрации метана, многосвязностью взаимного влияния динамических процессов, иерархичностью уровней управления процессами [7].

Генерация модели движения воздуха в ШВС на основе разрешения контурных уравнений относительно вектора производных. Основой для построения модели динамики воздушных потоков является структурная схема вентиляционной системы, отражающая аэродинамические связи между ее элементами. Шахтная вентиляционная система включает объекты проветривания, воздухоподающие и воздухоотводящие выработки, вентиляционные сооружения и источники тяги. Объектами проветривания являются очистные и подготовительные забои, а также горные выработки, в которых правилами безопасности регламентируются величины расходов воздуха и концентрации вредных примесей. Запись уравнений применительно к конкретной шахтной вентиляционной сети, заданной в виде графа осуществляется по следующей методике, приведенной в [7]:

1. Производится кодировка узлов и ветвей сети. Формируется матрица инцидентий A .

2. Строится дерево сети, определяются ветви – базы независимых контуров.

3. Формируются независимые контуры и матрица контуров S .

4. Отмечаются фрагменты схемы вентиляционных соединений.

5. Формируется m_1 уравнений движения и m_1 уравнений неразрывности для всех ветвей сети. Для схем проветривания участков записываются уравнения фильтрации через выработанные пространства.

6. Для каждого узла сети записываются уравнения неразрывности как граничные условия для уравнений соответствующих ветвей.

Уравнения динамики воздушных потоков для i выработки представляют собой уравнения вида

$$K_i \frac{dQ_i}{dt} + R_i Q_i |Q_i| + \tilde{R}_i(t) Q_i^2 = H_i, \quad (1)$$

где K_i – коэффициент, характеризующий инерционность воздушного потока выработки длиной L_i , площадью поперечного сечения S_i :

$$K_i = \frac{\rho_B L_i}{S_i},$$

Q_i – величина расхода воздуха в i выработке,

R_i – аэродинамическое сопротивление выработки,

\tilde{R}_i – аэродинамическое сопротивление регулирующего органа, установленного в i выработке,

H_i – депрессия выработки.

Вводится вектор расходов воздуха в форме

$$Q = (X_1, X_2, \dots, X_{m_2-1}, Y_1, Y_2, \dots, Y_{m_1-m_2+1})^T, \quad (2)$$

где $X_1, X_2, \dots, X_{m_2-1}$ – расходы в ветвях дерева, $Y_1, Y_2, \dots, Y_{m_1-m_2+1}$ – расходы в ветвях – базах контуров. В соответствии с порядком следования элементов в векторе расходов воздуха перестраиваются матрицы инцидентий A и контуров S путем перестановки их столбцов с выделением подматриц A_X, A_Y, S_X, S_Y . После таких преобразований система модельных уравнений может быть записана как

$$\begin{cases} A_X X + A_Y Y = 0 \\ S_X K_X \frac{dX}{dt} + S_Y K_Y \frac{dY}{dt} + (SRZ)_{XY} + (\tilde{SRZ})_{XY} = (SH)_{XY}, \end{cases}$$

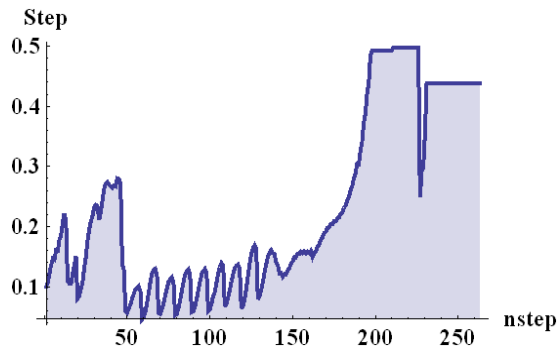
где A_X, A_Y, S_X, S_Y – подматрицы матриц инцидентий и контуров, порядок следования столбцов в которых совпадает с порядком следования элементов в векторе Q ,

$$Z - \text{вектор столбец с элементами } z_i = Q_i |Q_i|.$$

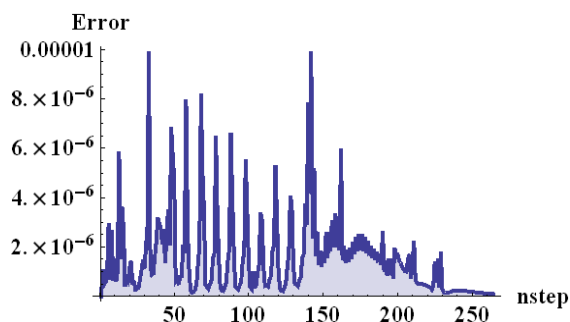
Таким образом, математическая модель шахтной вентиляционной сети представляет собой систему, содержащую $m_2 - 1$ узловых алгебраических уравнений и $\gamma = m_1 - m_2 + 1$ контурных дифференциальных уравнений. Эта модель отличается значительной размерностью, нелинейностью и невозможностью разрешения аналитическими методами.

Поскольку размерность системы велика и, как правило, превышает количество доступных вычислительных узлов r , то за каждым процессорным элементом предлагается закрепить группу уравнений системы так, чтобы обеспечить

равномерную загрузку. На первой линейке осуществляется формирование значений вектора расходов воздуха Q_{n+1} для дифференциальной части смешанной системы алгебро-дифференциальных уравнений, на второй линейке формируется вложенный вектор \tilde{Q}_{n+1} для тех же значений неизвестных.



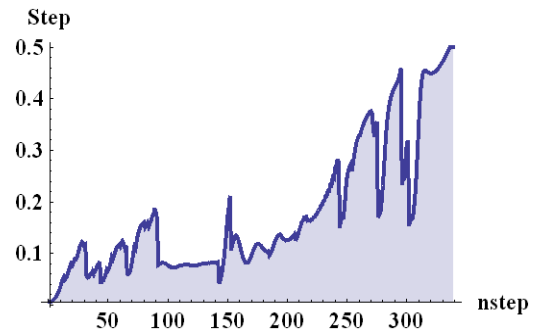
а



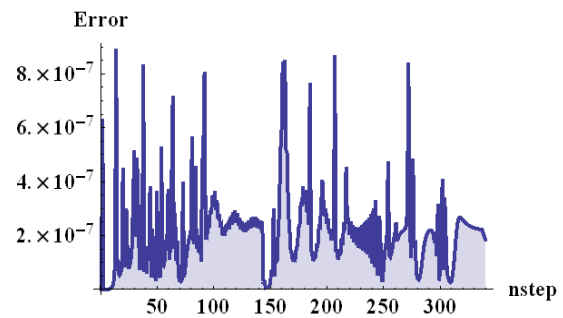
б

Рис. 3. Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью 10^{-5} : а – изменение шага, б – ошибка интегрирования

Параллельно полученные два типа решений для одного и того же значения времени позволяют сформировать норму вектора расхождений и оценить точность полученного результата. Если заданные требования по точности не выполняются, от шага необходимо отказаться и повторить расчеты с уменьшенным значением. Если требуемая точность достигнута, формируется новая длина шага τ_{n+1} , и начинается параллельное формирование решения алгебраической части смешанной системы. Для этого задействуется решетка процессорных элементов, размерность которой совпадает с размерностью линейной системы уравнений. Это требование не является обязательным, и в случае, если размерность системы превышает доступные ресурсы, необходимо распределение системы на группы.



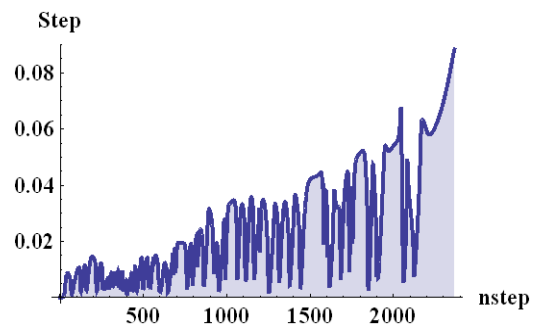
а



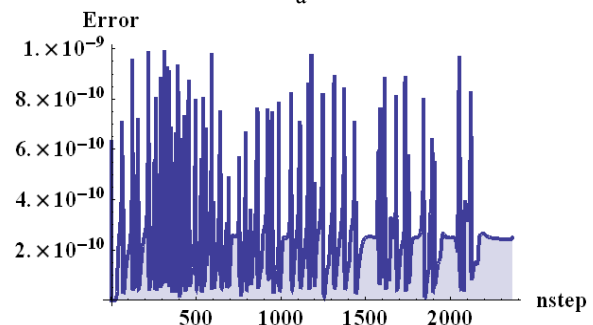
б

Рис. 4. Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью 10^{-6} :

а – изменение шага, б – ошибка интегрирования



а



б

Рис. 5. Управление шагом и ошибка вычислений при моделировании движения воздуха с точностью 10^{-9} : а – изменение шага, б – ошибка интегрирования

На рис. 3-5 показаны результаты управления шагом интегрирования с обеспечением заданной точности моделирования.

Параллельное моделирование управления проветриванием шахтной вентиляционной сети. Задача управления проветриванием состоит в ограничении концентрации метана при наличии возмущений на безопасном уровне. При этом различают режимы управления в нормальных условиях, когда концентрация метана не превышает допустимый уровень, и аварийный режим, когда концентрация выше безопасного уровня [7]. В первом случае регулирование по газовому фактору должно быть оптимальным по критерию минимума мощности и обеспечивать выполнение ограничений по концентрации на допустимом уровне. В случае аварийного режима управление должно осуществлять снижение концентрации метана до безопасного уровня за минимальное время. Задача оптимального по быстродействию управления проветриванием участка при ограничении концентрации на безопасном уровне описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\frac{mV_m}{Q_{ut}} \frac{dM}{dt} = -M + M_0 \left(1 - \frac{Q_{ut} - Q_{ut}^0}{Q_{ut}^k - Q_{ut}^0} \right) (\sigma Q_{ut} - Q_{ut}^k),$$

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ 1, & \text{если } x > 0, \end{cases}$$

где V_m - объем зоны повышенной концентрации метана в выработанном пространстве,

Q_{ut} - общий расход утечек на участке,

M - суммарная взвешенная в выработанном пространстве масса.

Зависимость M от Q_{ut} можно представить в следующем виде

$$M = \begin{cases} M_0 \left(1 - \frac{Q_{ut} - Q_{ut}^0}{Q_{ut}^k - Q_{ut}^0} \right), & \text{если } Q_{ut} < Q_{ut}^k, \\ 0, & \text{если } Q_{ut} \geq Q_{ut}^k, \end{cases}$$

где Q_{ut}^0, M_0 - дебет утечек воздуха в выработанное пространство и суммарная взвешенная масса метана, соответствующие нормальному режиму проветривания участка,

Q_{ut}^k - дебет утечек воздуха, при котором суммарная взвешенная масса метана в выработанном пространстве становится равной нулю.

Процессы диффузии и массопереноса также описываются дифференциальными уравнениями с учетом пористости выбранной зоны выработанного пространства, объема, занятого потоком метановоздушной смеси в выработанном пространстве, объемами бутовых полос и

вентиляционного штрека в зоне улавливаемых утечек, дебита и средней концентрации метана в выработанном пространстве и в исходящей струе участка. Полученная система дифференциальных уравнений позволяет описать газодинамические процессы в схеме проветривания участка как объекте управления с ограничениями на скорость воздуха на участке и в лаве, а также на концентрацию метана в лаве и в исходящей струе участка. Тогда для сетевого объекта, заданного матрицами инцидентий и контуров, можно сформулировать задачу управления проветриванием либо с критерием оптимальности по энергозатратам, либо, если речь идет об аварийном режиме, с минимальным временем перевода в заданное конечное состояние.

Определение аналитической формы закона оптимального управления для сформулированной выше системы невозможно, а численная реализация связана со значительными трудностями и приводит к неприемлемым временным затратам, которые, обусловлены нелинейностью задачи и высоким порядком системы. Поэтому для поиска решения предполагается использование параллельных компьютерных систем и алгоритмов, разработанных для реализации задач такого типа.

Для параллельной реализации за основу выбирался сетевой объект, заданный матрицами инцидентий A и контуров S . Решения дифференциальной части системы осуществлялись параллельно на двух линейках процессоров. На каждой линейке формировались результаты по основному и вложенному методам с получением элементов вектора расходов воздуха $Q_{n+1,i}$ и $\tilde{Q}_{n+1,i}$, $i = m_2, \dots, m_1$. Заданная точность при этом обеспечивалась вариацией размера шага интегрирования. По достижении требуемой точности формировалась новая длина шага τ_{n+1} и осуществлялся переход к решению алгебраической части смешанной системы. Значения сформированного вектора $Q_{n+1,i}$, $i = 1, \dots, m_2$ проверялись на непротиворечивость по ограничениям. Цикл управления повторялся с формированием управляющих воздействий, если по отдельным ветвям режимы проветривания не соответствовали требуемым. Если все наложенные ограничения выполнялись, происходило окончательное формирование вектора расходов воздуха в ветвях шахтной вентиляционной сети и осуществлялся переход на следующий шаг.

Выводы. В работе предложено усовершенствование распределенной параллельной моделирующей среды путем введения в подсистему параллельных решателей уравнений методов формирования численного решения и управления шагом интегрирования, основанных на коллоцировании со старшими производными, явной и неявной экстраполяции, вложенности. Обоснована необходимость использования параллельных

численных методов, обеспечивающих возможность вариации шага интегрирования, для разрешения смешанных систем алгебро – дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель шахтной вентиляционной сети. Используемые при этом подходы, связанные с формированием вложенных векторов, экстраполяции или размещением точек коллокации, ориентированы на вычислительные системы с параллельной обработкой. Это позволяло закреплять за каждым из рассчитываемых ветвей и узлов сетевого объекта по одному или по несколько процессоров, что давало возможность одновременно моделировать динамику изменения значений во всех ветвях и узлах сетевого объекта. Введенные в РПМС параллельные алгоритмы позволили получить эффективные параллельные численные реализации математических моделей движения воздуха в шахтных вентиляционных сетях и сократить время моделирования. Модели аэродинамических процессов генерировались на основе разрешения контурных уравнений относительно вектора производных и на основе эквивалентных инерционностей. Получены зависимости, определяющие соотношения количества принятых и отброшенных шагов интегрирования, их размерности и заданной точности.

С целью выявления рабочих характеристик и областей применимости разработанных методов в работе выполнена параллельная реализация как традиционных тестовых задач, так и математических моделей, которые описывают поведение динамических объектов. Рассмотренные модели характеризуются большой размерностью, которая может варьироваться, и наличием жестких компонент. Эффективность разработанных методов оценивалась с помощью сопоставления двух характеристик: погрешности и времени вычисления. Получены оценки, характеризующие качество алгоритмов управления шагом интегрирования, формирующиеся на соотношениях принятых и отброшенных шагов. Практически на всех тестовых задачах отношении принятых шагов интегрирования к общему числу стремится к 1.

Определены соотношения между временами последовательной и параллельной реализаций описанных моделей на мультиосновных и кластерных параллельных вычислительных системах. Экспериментально подтверждена эффективность применения разработанных алгоритмов и программ решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и смешанных алгебро – дифференциальных систем при реализации моделей большой размерности. Экспериментальные значения ускорений и эффективности хорошо согласуются с теоретическими оценками.

Л и т е р а т у р а

1. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p. – ISBN-13: 978-3-659-28540-0.
2. Zanariah A. M. Solving Large Systems of Ordinary Differential Equations on Parallel Computer/ A. M. Zanariah, M. B. Suleiman // Journal of Scientific Research. –2009. – Vol. 29. – № 4. – P. 491–501.
3. Soderlind G. Digital filters in adaptive time-stepping / G. Soderlind // ACM Transactions on Mathematical Software. – 2003. – Vol. 29. – P. 1–26.
4. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p. – ISBN-13: 978-3-659-38425-7, ISBN-10: 3659384259.
5. Firsova A. Dynamic System Simulation. Robust algorithms of state estimation of dynamic lumped parameters systems / A. Firsova, O. Dmitrieva. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 92 p.
6. Хайпер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие задачи / Э. Хайпер, Г. Ваннер. – М.: Мир, 1999. – 685с.
7. Абрамов, Ф. А. Моделирование динамических процессов рудничной аэрологии / Ф. А. Абрамов, Л. П. Фельдман, В. А. Святный.– Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.

R e f e r e n c e s

1. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p. – ISBN-13: 978-3-659-28540-0.
2. Zanariah A. M. Solving Large Systems of Ordinary Differential Equations on Parallel Computer/ A. M. Zanariah, M. B. Suleiman // Journal of Scientific Research. –2009. – Vol. 29. – № 4. – P. 491–501.
3. Soderlind G. Digital filters in adaptive time-stepping / G. Soderlind // ACM Transactions on Mathematical Software. – 2003. – Vol. 29. – P. 1–26
4. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p. – ISBN-13: 978-3-659-38425-7, ISBN-10: 3659384259.
5. Firsova A. Dynamic System Simulation. Robust algorithms of state estimation of dynamic lumped parameters systems / A. Firsova, O. Dmitrieva. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 92 p.
6. Hairer E., Wanner. G. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems. – Springer-Verlag, 1996 - 614 p.
7. Abramov, F. A. Modelirovanie dinamicheskikh processov rudnichoj aerologii / F. A. Abramov, L. P. Fel'dman, V. A. Svjatnyj.– Kiev: Naukova dumka, 1981. – 283 s.

Дмитрієва О. А. Удосконалена підсистема вирішувачів для розподіленого паралельного моделюючого середовища.

З метою розширення можливостей розподіленого паралельного моделюючого середовища в підсистему паралельних вирішувачів уведено методи формування чисельного розв'язку й керування кроком інтегрування,

засновані на колоціюванні зі старшими похідними, явній та неявній екстраполяції, вкладеності. Обґрунтовано необхідність використання паралельних чисельних методів, що забезпечують можливість варіації кроку інтегрування, для розв'язання змішаних систем алгебро - диференціальних рівнянь, що становлять математичну модель шахтної вентиляційної мережі.

Ключові слова: вирішувачі, моделююче середовище, керування кроком, колоціювання, вкладеність.

Dmitrieva O. A. Enhanced subsystem of solvers for the distributed parallel simulation environment

The features of the distributed parallel simulation environment have been extended. Used for this approaches, associated with the formation of nested vectors, extrapolation or placement of collocation points, are focused on computer systems with parallel processing and allow to assign to each computed element of the network object one or more processors, which makes it possible to simulate the dynamics of changes of values in all branches and nodes of the network

object simultaneously. These algorithms have allowed one to improve the efficient parallel numerical implementation of mathematical models of air in mine ventilation networks and reduce the simulation time. The models of aerodynamic processes were generated on the basis of the solving of the contour equations for the vector of derivatives and based on the equivalent inertia.

Key words: solvers, simulation environment, step control, collocation, nesting.

Дмитрієва Ольга Анатоліївна, д.т.н., професор кафедри прикладної математики та інформатики Донецького національного технічного університету,
E-mail: dmitrieva.donntu@gmail.com

Рецензент: **Носко П.Л.**, д.т.н., професор.

Статья подана 28.02.14