УДК 681.586.773

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИПРОМІНЮВАЧА УЛЬТРАЗВУКОВИХ РІВНЕМІРІВ

Літвінов К. А.

MATHEMATICAL MODELS OF ULTRASONIC LEVEL TRANSDUCER

Litvinov K. A.

Показано, що фізичні процеси при перенесенні ультразвукового сигналу протікають за рахунок реологічних переходів і можуть бути описані нелінійними інтегро-диференціальними рівняннями енергоперенесення. Кожний перехід має відповідну зону реологічного перетворення, яка являє собою інтегральну імпульсну дельта-функцію Дірака. Описуються принципи перетворення ультразвукового сигналу в інші форми енергоперенесення за рахунок процесів перенесення електромагнітної енергії цього сигналу. Показано, що такі процеси супроводжуються тепло- та енергоперенесенням, а також перенесенням кількості руху в досліджуваній системі.

***Ключові слова**: процес, перетворення, модель, функція, ультразвук, сигнал, реологія.*

Вступ. Рівень відноситься до одних з основних технологічних параметрів, який підлягає вимірювальному контролю з метою забезпечення загального матеріального балансу рідинних середовищ у різноманітних технологічних процесах хімічних, нафтопереробних, харчових та інших виробництв, а також складських резервуарах та ємкостях. Контроль рівня засновано на різних фізичних явищах [1, 2, 4]. Основною вимогою, яка висувається до того чи іншого методу вимірювального контролю рівня рідинних середовищ (РС), є точність і вірогідність контролю. Засоби вимірювального контролю повинні бути нечутливими до впливу зовнішніх факторів. Для вимірювального контролю рівня РС широке розповсюдження отримали безконтактні засоби, з яких найбільш високонадійними й простими в експлуатації є ультразвукові. До сучасних ультразвукових засобів контролю рівня (УЗКР) висуваються високі вимоги до точності й діапазону вимірювального контролю, вірогідності, а також лінійності статичних характеристик, оскільки вони все частіше використовуються в госпрозрахункових комп'ютерно-інтегрованих системах управління визначення кількості рідини на складах, сховищах тощо. У зв’язку з цим значна увага приділяється вдосконаленню УЗКР.

Аналіз досліджень і публікацій. Аналіз науково-технічної та патентної літератури, в якій описуються результати дослідження ультразвуку та ультразвукових методів контролю РС, показує, що широкий діапазон вимірювального контролю (ДВК) в УЗКР можна досягти за рахунок використання елементів з порівняно низькою ультразвуковою частотою, наприклад, п’єзокерамічних [3, 7, 10]. З іншої сторони вказується, що використання таких елементів приводить до зменшення точності контролю. Але її підвищення призводить до збільшення зони нечутливості та нелінійності статичної характеристики, що погіршують точність вимірювального контролю за рахунок появи значних нелінійних складових похибок. Такі фактори звужують область використання УЗКР. До основних недоліків відноситься також залежність точності вимірювального контролю від зміни параметрів газового та рідинного середовищ. Як правило, УЗКР будуються за одним і тим же принципом, суть якого полягає в тому, що в них вимірюється час проходження ультразвукового сигналу (УЗС) від ультразвукового випромінювача (УЗВ) до поверхні рідинного середовища (ПРС) і зворотно до ультразвукового приймача (УЗП). Такий принцип контролю рівня РС (за часом проходження УЗС подвійної відстані) має низку недоліків, до яких відноситься велика зона нечутливості, достатньо вузький діапазон вимірювального контролю (ДВК), який не перевищує 6-10 м, залежність часу проходження УЗС від складу газового й рідинного середовищ, температури й тиску газового середовища (ГС), амплітуди сприймаючого УЗС тощо. У зв’язку з наведеним, основною задачею при розробці УЗКР є зменшення зони нечутливості, розширення ДВК та підвищення точності й вірогідності вимірювального контролю. Одним з таких рішень поставленої задачі є використання принципу кільцевого руху УЗС послідовно через РС та ГС.

Ультразвукові методи вимірювального контролю рівня РС засновані, як правило, на

визначенні часу проходження УЗС подвійної відстані від джерела УЗВ до ПРС [33 – 40]. Розповсюдження УЗС може виконуватися як через ГС, так і через РС. Якщо УЗС проходить через шар ГС, то рівень рідини в ємності визначається за формулою [5].

$$L = H - 0{,}5 c_g t \,, \qquad (1)$$

де L - рівень контрольованої речовини;
H - висота ємкості;
t - час, за який УЗС проходить подвійну відстань від УЗВ до ПРС;
c_g - швидкість світла у газовому середовищі.

Швидкість розповсюдження УЗС у ГС визначається за формулою [4]:

$$c_g = \sqrt{k\,P/\rho_g} \,, \qquad (2)$$

де k - адіабатичний коефіцієнт для газів;
P - тиск газового середовища;
ρ_g - густина.

Густина ГС згідно з рівнянням Менделєєва – Клапейрона визначається за формулою [8]:

$$\rho_g = M_g P / RT \,, \qquad (3)$$

де M_g - молярна маса ідеального газу;
R - універсальна газова стала;
T - температура ідеального газу.

Підставимо рівняння (3) в (2). У результаті отримуємо

$$c_g = \sqrt{kRT / PM_g} \,. \qquad (4)$$

Якщо товщину газового середовища позначити $N = H - L$, то, підставивши (4) в рівняння (1), для одностороннього руху УЗС маємо

$$N(t) = 0{,}5t\sqrt{kRT / PM_g} \,, \qquad (5)$$

З рівняння (5) видно, що статична характеристика УЗКР при нормальних умовах є лінійною, а чутливість перетворення при двохсторонньому русі УЗС

$$k_{\Pi}^{(2)} = N(t)/t = 0{,}5\sqrt{kRT / PM_g} \,. \qquad (6)$$

Якщо УЗС через товщину N ГС проходить один раз, то, як випливає з (6), чутливість перетворення УЗКР збільшується в два рази. Аналізуючи рівняння (6), бачимо, що коефіцієнт перетворення $k_{\Pi}^{(2)}$ дорівнює швидкості v_C зміни товщини газового середовища, яка залежить від температури T, тиску P та молекулярної маси M_g газу і не залежить від діапазону вимірювального контролю рівня. Якщо параметри газового середовища є сталими, тобто $T = T_{\Gamma 0} = const$, $P = P_{\Gamma 0} = const$ і $M_g = M_{0\Gamma} = const$, то номінальна швидкість зміни товщини ГС є сталою та визначається наступною формулою

$$v_0 = 0{,}5\sqrt{kRT_{\Gamma 0} / P_{\Gamma 0} M_{0\Gamma}} \,. \qquad (7)$$

Так як швидкість розповсюдження УЗС у газовому середовищі визначається рівнянням (4), то маємо:

$$v_0 = 0{,}5 c_g \,. \qquad (8)$$

Рівняння (8) показує, як змінюється лінійна швидкість вимірювального контролю товщини ГС у залежності від швидкості розповсюдження УЗС. Фактично ця рівність є рівнянням перетворення УЗКР з подвійним ходом ультразвукового сигналу. Як показують експериментальні дослідження УЗКР, рівність (8) на практиці не виконується, тобто в процесі перетворення електричного збуджуючого імпульсу (ЕЗІ) в ультразвуковий, а останнього в час t, за яким визначається рівень РС, відбуваються процеси, котрі приводять до відхилення статичної характеристики від лінійної. Розглянемо ці процеси на основі теорії реологічних перетворень.

Постановка задачі дослідження. В УЗКР використовуються, як правило, п'єзоелектричні (в основному п’єзокерамічні) елементи (ПЕЕ). Вони мають круглу форму і жорстко закріплені до металевої мембрани з нержавіючої сталі з метою їх розділення від газового середовища. По центру ПЕЕ закріплюється електрод з гнучким провідником для підводу до нього ЕЗІ, котрий створюється за рахунок розряду конденсатора. Так як ПЕЕ являє собою електричний елемент, котрий характеризується активним опором, індуктивністю та ємністю, то електричне поле ЕЗІ напруженістю H_0 викликає дію власного електричного поля ПЕЕ, у результаті чого останній відштовхується від поля ЕЗІ, створюючи електродинамічне зусилля F_E (ЕДЗ), котре призводить до лінійної деформації п’єзокерамічного елемента (ПКЕ) й мембрани. За рахунок цього зусилля центр ПКЕ разом з мембраною відхилиться на деяку відстань x_0 від нейтрального положення. Після припинення дії ЕЗІ, а відповідно сили F_E, ПКЕ разом з мембраною під дією їх пружних механічних властивостей повертається до свого нейтрального стану, здійснюючи при цьому коливання з ультразвуковою частотою. Так як мембрана знаходиться в газовому середовищі (ГС), то ці ультразвукові коливання (УЗК) будуть розповсюджуватися в цьому середовищі. Максимальне відхилення мембрани ультразвукового випромінювача (УЗВ) під дією зусилля ЕЗІ визначається її механічними та геометричними параметрами, тому при напруженості електричного поля ЕЗІ $H_E > H_{E\ макс}$ максимальне відхилення мембрани $x_{0\ макс} = const$. При вільному русі мембрани УЗВ на останню діють наступні зусилля: вторинне ЕДЗ F_M, котре створюється в ПКЕ при його механічній деформації, і зусилля F_C, яке діє на поверхню мембрани зі сторони ГС. Ці два зусилля створюють гальмуючу

дію, котра приводить до загасання УЗК. Вторинне ЕДЗ F_M визначається механічним рухом мембрани УЗВ і залежить від таких електричних параметрів ПКЕ як активного опору R_E, індуктивності L_E та ємкості C_E. На механічний рух мембрани УЗВ суттєво впливатиме тиск ГС та його температура. Сила F_P, яка створюється дією тиску P_C ГС, призводить до зміни початкового стану мембрани УЗВ, якщо відсутня система зрівноваження дії тиску з двох її сторін. У більшості випадків, коли УЗКР використовується в технологічних апаратах під надмірним чи надлишковим тиском, може виникати похибка вимірювального контролю (ПВК) навіть коли *L=const*. При рівномірно розподіленій дії тиску на зовнішню поверхню мембрани УЗВ маємо

$$F_P = P_C S = m_M S g \,, \tag{9}$$

де S – активна зовнішня частина поверхні мембрани масою m_M;

g – прискорення сили земного тяжіння.

Тоді лінійне відхилення центра мембрани у першому наближенні можна визначити за формулою

$$\Delta x_P = x_0\left[1 - \exp\left(-P_C R_M / D_M\right)\right], \tag{10}$$

де x_0 – максимальне відхилення мембрани УЗВ;

R_M - радіус мембрани;

D_M - жорсткість мембрани.

Так як мембрана є інерційним елементом, то при дії на ПКЕ ЕЗІ переміщення в часі її центра описуватиметься аперіодичним рівнянням першого порядку

$$\tau_E \frac{dx_E(t)}{dt} + x_E(t) = k_M I \,, \tag{11}$$

де τ - стала часу переміщення мембрани;

$x_E(t)$ - поточне відхилення мембрани під дією ЕЗІ за час t;

k_M – коефіцієнт перетворення;

I – сила струму ЕЗІ.

Швидкість руху мембрани при дії на неї ЕЗІ силою струму I залежатиме від фізико-механічних властивостей мембрани, а фактично від модуля зміщення G і густини ρ матеріалу, з якого вона виготовлена, і визначається за формулою

$$v_M = \sqrt{\rho / G} \,. \tag{12}$$

Зміна густини матеріалу мембрани при відхиленні температури від T_1 до T_2 розраховується за формулою

$$\rho_2 = \rho_1 / \left(1 + 3\alpha \Delta T\right), \tag{13}$$

де ρ_1, ρ_2 - густина матеріалу при температурі T_1 і T_2 відповідно;

α - коефіцієнт лінійного розширення;

$\Delta T = T_2 - T_1$ - зміна температури.

Так як коефіцієнт лінійного розширення твердого тіла $\alpha = \Delta l_T / l_0 \Delta T$, то, підставивши це рівняння в (13), отримуємо

$$\rho_2 = \rho_1 l_0 / \left(l_0 + 3\Delta l_T\right) \tag{14}$$

Модуль зміщення матеріалу мембрани

$$G = E / 2\left(1 + \mu\right), \tag{15}$$

де E – модуль пружності; μ - коефіцієнт Пуасона. У свою чергу модуль пружності $E = \sigma / \varepsilon$, де $\sigma = F / S$ - напруженість матеріалу мембрани, F – сила, яка діє на мембрану; S – її площа; $\varepsilon = \Delta x / x_0$ - відносна лінійна деформація мембрани.

Математична модель руху мембрани. Враховуючи сказане, рівняння для модуля зміщення можна записати таким чином

$$G = F x_0 / 2S\Delta x(1 + \mu) \tag{16}$$

При дії на мембрану сили ЕЗІ або тиску ГС змінюється її початкове положення, що приводить до зміни коефіцієнта Пуассона на величину $\mu = 2\pi k_0 \Delta R_M^2 / \Delta x$, де $k_0 = x_0 / S_0$ - стала; $S_0 = 2\pi R_{M0}^2$ - площа мембрани в початковому положенні; R_{M0} - радіус мембрани в початковому положенні; ΔR_M - зміна радіуса мембрани при дії на неї сили. Позначивши $S = S_0 + \Delta S = 2\pi\left(R_{M0}^2 + \Delta R_M^2\right)$ і нехтуючи нелінійною складовою, рівняння (16) набуває такого наближеного вигляду

$$G \approx \frac{F_P}{2S_0} \frac{x_0}{\left(\Delta x + 2\pi k_0 \Delta R_M^2\right)} \tag{17}$$

Якщо на мембрану діятиме сила тиску газового середовища, то підставивши (10) у рівняння (17) і нехтуючи малою зміною радіуса мембрани ΔR_M, з врахуванням (9) отримуємо

$$G(P) \approx \frac{m_M g}{2} \frac{1}{\left[1 - \exp\left(-P_C R_M / D_M\right)\right]}. \tag{18}$$

З достатньою для практики точністю можна обмежитися тільки лінійною складовою рівняння (18). Тоді маємо

$$G(P) = \pi m_M D_M g / \Pi_M P_C \,. \tag{19}$$

де Π_M - активний периметр мембрани.

Якщо на мембрану діє зусилля ЕЗІ, то приймаючи, що $F_E = k_E I$, та враховуючи, що $\Delta x = x_0\left[1 - \exp\left(-t / \tau_E\right)\right]$, згідно з рівнянням (11) отримуємо

$$G \approx \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2} \frac{\tau_E}{t} \,. \tag{20}$$

Для лінійної частини руху мембрани, обумовленого дією ЕЗІ, рівняння (20) запишемо таким чином

$$G \approx \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2}\frac{\tau}{x_0}\left(\frac{x_0}{t}\right) = \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2}\frac{\tau_E}{x_0}v_0 . \qquad (21)$$

Так як швидкість руху мембрани v_0 не може бути більшою від швидкості v_M, обумовленої механічними її властивостями, то прийнявши $v_0 \approx v_M$ і враховуючи рівняння (12), маємо $G = \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2}\frac{\tau_E}{x_0}\sqrt{\frac{\rho}{G}}$, звідки стала часу перехідного процесу руху мембрани при дії ЕЗІ

$$\tau_E = \frac{4\pi R_{M0}^2 x_0}{k_E I} G\sqrt{\frac{G}{\rho}} . \qquad (22)$$

Згідно з теорією реологічних переходів енергія електричного поля ЕЗІ в УЗВ перетворюється в енергію переміщення мембрани та електромагнітну енергію власне ПКЕ. Якщо прийняти, що електромагнітна енергія ПКЕ незначна і нею можна знехтувати (так як вона впливає на загасання УЗК), і приймаючи, що стік механічної енергії здійснюється за аперіодичним законом, то процес перетворення електричної енергії ЕЗІ в механічний рух мембрани описуватиметься наступним диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta} + D_E\frac{\partial^2 x(\theta)}{\partial x^2} = \tau_E\frac{d^2 x_E(t)}{dt^2} + \frac{dx_E(t)}{dt}, \qquad (23)$$

де $x(\theta)$ - переміщення мембрани УЗВ за рахунок втрати енергії електричного поля ЕЗІ за час її стоку θ;

D_E - коефіцієнт перетворення енергії ЕЗІ у переміщення ПЕЕ;

$x_E(t)$ - переміщення мембрани за час стоку електричної енергії t: τ_E - стала часу переміщення мембрани УЗВ під дією ЕЗІ.

Згідно з методом нульового градієнта рівняння (23) розділяється на наступну систему:

$$\frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta} + D_E\frac{\partial^2 x(\theta)}{\partial x^2} = 0 ; \qquad (24)$$

$$\tau_E\frac{dx_E(t)}{dt} + x_E(t) = k_x x(\theta) . \qquad (25)$$

Як показано в [4, 5], аналітичним рішенням системи рівнянь буде наступне рівняння

$$x_E(t) = x_0 erf\left(\frac{x(\theta)}{2\sqrt{D_E\theta}}\right)\left[1-\exp(-t/\tau_E)\right]. \qquad (26)$$

Функція $erf\left[x(\theta)/2\sqrt{D_E\theta}\right]$ завжди менша одиниці, але для конкретного п'єзоелектричного елемента можна прийняти, що вона є сталою. Позначивши $k_\theta = erf\left[x(\theta)/2\sqrt{D_E\theta}\right] < 1 = const$, маємо $x_E(t) = k_\theta x_0\left[1-\exp(-t/\tau_E)\right]$, а з врахуванням (22) отримуємо математичну модель для переміщення мембрани УЗВ під дією УЗІ в такому вигляді

$$x_E(t) = k_\theta x_0\left[1-\exp\left(-t\frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2 x_0 G}\sqrt{\frac{\rho}{G}}\right)\right]. \qquad (27)$$

Так як ЕЗІ створюється за рахунок розряду ємності конденсатора, енергія котрого $W = UI\theta/2 = CU^2/2$, де U - напруга зарядження конденсатора; θ - час розряду конденсатора; C - ємність конденсатора, то з врахуванням цього рівняння (27) набуває такого вигляду

$$x_E(t) = k_\theta x_0\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\theta}\frac{k_E CU}{2\pi R_{M0}^2 x_0 G}\sqrt{\frac{\rho}{G}}\right)\right]. \qquad (28)$$

Якщо прийняти, що час переміщення мембрани $t \approx \theta$, то з (28) отримуємо математичну модель для переміщення мембрани УЗВ в такій формі

$$x_E = k_\theta x_0\left[1-\exp\left(-\frac{k_E CU}{2\pi R_{M0}^2 x_0 G}\sqrt{\frac{\rho}{G}}\right)\right]. \qquad (29)$$

Після припинення дії ЕЗІ мембрана здійснює власні коливання з ультразвуковою частотою, котрі описуються наступним диференціальним рівнянням

$$\tau_2^2\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \tau_1\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0 , \qquad (30)$$

де $\tau_2 = \sqrt{m/c_1}$; $\tau_1 = k_1/c_1$ - сталі часу; m - маса активної частини мембранного блоку; c_1 - жорсткість мембранного вузла; k_1 - коефіцієнт демпфірування; $y(t)$ - поточне значення вільного руху мембрани в момент часу t.

Так як переміщення мембрани здійснюється в одному напрямку, то рух вільного падіння мембрани під дією пружних її сил можна описати наступним диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta} + \tau_E\frac{\partial^2 x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta^2} + D_x\frac{d^2 x(y,\vartheta)}{dx^2} = \gamma(y,t), \qquad (31)$$

де $x(y,\vartheta)$ - відстань перенесення вільного падіння мембрани під дією пружних її сил; y - вільне переміщення мембрани при створенні УЗК; ϑ - час перенесення при вільному падінні мембрани; $\gamma(y,t)$ - швидкість стоку механічної енергії мембрани на відстані переміщення мембрани y за час t.

Стоком реологічного перетворення вільного падіння мембрани є УЗК мембрани, тобто

$$\gamma(y,t) = \tau_{22}^2\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \tau_{21}\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt}, \qquad (32)$$

де $\tau_{21} = k_1 / c_1; \tau_{22}^2 = m / c_1$ - сталі часу руху мембрани.

Підставивши (32) у рівняння (31), отримуємо наступне нелінійне рівняння руху мембрани при створенні УЗК у такій формі

$$\frac{\partial x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta} + \tau_E \frac{\partial^2 x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta^2} + D_x \frac{d^2 x(y,\vartheta)}{dx^2} = \\ = \tau_{22}^2 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \tau_{21} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} . \quad (33)$$

Якщо нелінійною складовою рівняння (33) можна знехтувати, тобто прийняти, що коефіцієнт перенесення імпульсу вільного руху мембрани D_x мало залежить від напрямку перенесення, то рівняння (33) спрощується і приймає вигляд

$$\frac{\partial x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta} + \tau_E \frac{\partial^2 x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta^2} = \tau_{22}^2 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \\ + \tau_{21} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} . \quad (34)$$

Згідно з фізичною моделлю реологічного перетворення на границі розділу інтегральної імпульсної дельта-функції Дірака похідна $\frac{dx(y,t)\vartheta}{d\vartheta} = 0$ і $\frac{dy(t)}{dt} = 0$. Тоді диференціальне рівняння (34) розділяється на наступну систему рівнянь:

$$\frac{\partial x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta} + \tau_E \frac{\partial^2 x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta^2} = 0 ; \quad (35)$$

$$\tau_{22}^2 \frac{d^3 y(t)}{dt3} + \tau_{21} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = 0 . \quad (36)$$

Так як рівняння (35) і (36) є лінійними, то їх можна привести до наступної системи:

$$\tau_E \frac{\partial x(y,\vartheta)}{\partial \vartheta} + x(y,\vartheta) = k_E I ; \quad (35)$$

$$\tau_{22}^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \tau_{21} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_M x(y,\vartheta) . \quad (36)$$

Аналітичним розв'язком рівняння (35) при початкових умовах буде

$$x(y,\vartheta) = k_E I [1 - \exp(-\vartheta / \tau_E)], \quad (37)$$

а для рівняння (36) при $\tau_{21} / \tau_{22} < 2$ матиме вигляд

$$y(t) = k_M x(y,\vartheta) [\exp(-\alpha_1 t) \cdot \cos(\omega_0 t)], \quad (38)$$

де $\alpha_2 = \tau_{21} / 2\tau_{22}^2$ - ступінь загасання УЗК; $\omega_0 = \sqrt{1/\tau_{22}^2 - \alpha_2^2}$ - власна частота УЗК.

Підставивши (37) у рівняння (38), отримуємо математичну модель реологічного перетворення електричного збуджуючого імпульсу в коливання мембрани ультразвукового випромінювача в такому вигляді

$$y(t) = k_y I \exp\left[-\left(\frac{\vartheta}{\tau_E} + \frac{\tau_{21}}{2\tau_{22}^2} t\right)\right] \cos(\omega_0 t) . \quad (39)$$

Так як процес зміщення мембрани в часі під дією ЕЗІ на величину $x(y,\vartheta)$ практично ідентичний до її переходу в усталене значення, то з певною точністю можна припустити, що сталі часу при $\tau_{22} \approx \tau_E$. Приймаючи до уваги, що $\vartheta \approx t$, з рівняння (39) отримуємо

$$y(t) = k_y I \exp\left[-(t/\tau_E)\left(1 + 0{,}5(\tau_E/\tau_{22})^2\right)\right] * \\ * \cos\left((t/\tau_E)\sqrt{1 - \frac{1}{4}(\tau_E/\tau_{22})^2}\right) . \quad (40)$$

Приймаючи до уваги, що $\tau_E = \frac{4\pi R_{M0}^2 x_0}{k_E I} G \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, а $\tau_{22} = \sqrt{m / c_1}$, знаходимо: $(\tau_E / \tau_{22})^2 = K_M (c_1 / m) G^3 / I^2 \rho$, де $K_M = (4\pi R_{M0}^2 x_0 / k_E)^2$ - стала мембрани. Тоді рівняння (40) приймає наступну форму

$$y(t) = k_y I \exp\left[-t \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2 x_0 G} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \left(1 + 0{,}5 K_M \frac{G^3 c_1}{I^2 \rho m}\right)\right] * \\ * \cos\left(t \sqrt{\frac{c_1}{m}\left(1 - \frac{1}{4} K_M \frac{G^3 c_1}{I^2 \rho m}\right)}\right) \quad (41)$$

Висновки. Аналіз рівняння (41) показує, що ступінь загасання вільних УЗК і власна частота коливань

$$\alpha_M = \frac{k_E I}{4\pi R_{M0}^2 x_0 G} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \left(1 + 0{,}5 K_M \left(\frac{c_1}{m}\right) \frac{G^3}{I^2 \rho}\right)$$

$$\omega_{0M} = \sqrt{\frac{c_1}{m}\left(1 - 0{,}25 K_M \left(\frac{c_1}{m}\right) \frac{G^3}{I^2 \rho}\right)}$$

залежать від багатьох фізичних та конструктивних параметрів мембрани. Ці параметри є основними при проектуванні ультразвукових засобів контролю рівня, так як ступінь загасання повинен бути максимальним, а власна частота коливань знаходитися у заданому ультразвуковому діапазоні. Якщо на ступінь загасання сильний вплив чинить амплітуда електричного збуджуючого імпульсу та модуль зміщення матеріалу мембрани, то власна частота вільних коливань в основному визначається жорсткістю та масою мембрани. Як згадувалося вище, модуль зміщення G пропорційний модулю пружності, який залежить від зміни температури та зусилля, котре діє на мембрану. Таким зусиллям є не тільки сила пружності мембрани, але й зусилля тиску газового середовища. Окрім того, густина матеріалу мембрани змінюється при відхиленні

температури від номінальної, котра в свою чергу призводить до зміни її геометричних розмірів. Таким чином, при дії вказаних впливів на роботу мембрани ультразвукового випромінювача виникають відповідні відхилення, котрі впливають на зміну форми переднього фронту УЗК, їх амплітуди, ступеня загасання та власну частоту коливань, котрі є визначальними при вимірювальному контролі рівня рідинних середовищ.

Л і т е р а т у р а

1. Бабиков О. И. Контроль уровня с помощью ультразвука. – Л.: Энергия, 1971. – 98 с.
2. Дж. Фрайден. Современные датчики: справочник / Фрайден Дж. ; пер. с англ. Ю.А. Заболотной; под ред. Е.Л. Свинцова. – Москва: Техносфера, 2006. – 592 с.
3. Шарапов В. М. Пьезоэлектрические датчики / В. М. Шарапов, С. П. Мусиенко, Е. В. Шарапова ; под ред. В. М. Шарапова. – Москва: Техносфера, 2006. – 632 с.
4. Стенцель И. И. Математические модели ультразвуковых датчиков уровня веществ / И. И. Стенцель, А. В. Томсон // Вопросы химии и химической технологии. – Днепропетровск, 2007. – Вып. № 5. – С. 182-185.
5. Стенцель Й. І. Математичні моделі ультразвукових рівнемірів рідин / Й. І. Стенцель, А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2006. - № 2. – С. 55-58.
6. Стенцель Й. І. Вплив температури хімічних процесів на точність вимірювання рівня реакційних рідин ультразвуковим рівнеміром / Й. І. Стенцель, А. В. Томсон, А. В. Рябіченко // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Луганськ, 2007. - № 5 (111), Ч. 2. – С. 96-101.
7. Жданкин В. К. Приборы для измерения уровня / В.К. Жданкин // Современные технологии автоматизации. – М.: СТА-ПРЕСС, 2002. – № 2. – С. 6-19.
8. Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики / В. Е. Кузьмичев ; отв. ред. В. К. Тартаковский. – К.: Наук. думка, 1989. – 864 с. – Библиогр.: 846 с.
9. Siemens. Контрольно-измерительные приборы. Уровень: Каталог FI 01 / Siemens AG. – 2007. – 188 с.
10. Piezoelectric ceramics. Properties and applications / J.W. Wanders. – Eindhoven: Philips Components, 1991.
11. Кухлинг Х. Справочник по физике: пер. с нем./ Х. Кухлинг – М.: Мир, 1982. – 520 с.

R e f e r e n c e s

1. Babikov O. I. Kontrol' urovnja s pomoshh'ju ul'trazvuka. – L.: Jenergija, 1971. – 98 s.
2. Dzh. Frajden. Sovremennye datchiki: spravochnik / Frajden Dzh. ; per. s angl. Ju.A. Zabolotnoj; pod red. E.L. Svincova. – Moskva: Tehnosfera, 2006. – 592 s.
3. Sharapov V. M. P'ezojelektricheskie datchiki / V. M. Sharapov, S. P. Musienko, E. V. Sharapova ; pod red. V. M. Sharapova. – Moskva: Tehnosfera, 2006. – 632 s.
4. Stencel' I. I. Matematicheskie modeli ul'trazvukovyh datchikov urovnja veshhestv / I. I. Stencel', A. V. Tomson // Voprosy himii i himicheskoj tehnologii. - Dnepropetrovsk, 2007. – Vyp. № 5. – S. 182-85.
5. Stencel' J. I. Matematichni modeli ul'trazvukovih rivnemiriv ridin / J. I. Stencel', A. V. Tomson, A. V. Rjabichenko // Vimirjuval'na ta obchisljuval'na tehnika v tehnologichnih procesah. – 2006. - № 2. – S. 55-58.
6. Stencel' J. I. Vpliv temperaturi himichnih procesiv na tochnist' vimirjuvannja rivnja reakcijnih ridin ul'trazvukovim rivnemirom / J. I. Stencel', A. V. Tomson, A. V. Rjabichenko // Visnik Shidnoukraïns'kogo nacional'nogo universitetu imeni Volodimira Dalja. – Lugans'k, 2007. - № 5 (111), ch. 2. – S. 96-101.
7. Zhdankin V. K. Pribory dlja izmerenija urovnja / V. K. Zhdankin // Sovremennye tehnologii avtomatizacii. – M.: STA-PRESS, 2002. – № 2. – S. 6-19.
8. Kuz'michev V. E. Zakony i formuly fiziki / V. E. Kuz'michev ; otv. red. V.K. Tartakovskij. – K.: Nauk. dumka, 1989. – 864 s. – Bibliogr.: 846 s.
9. Siemens. Kontrol'no-izmeritel'nye pribory. Uroven': Katalog FI 01 / Siemens AG. – 2007. – 188 s.
10. Piezoelectric ceramics. Properties and applications / J.W. Wanders. – Eindhoven: Philips Components, 1991.
11. Kuhling H. Spravochnik po fizike: per. s nem./ H. Kuhling – M.: Mir, 1982. – 520 s.

Литвинов К. А. Математические модели излучателей ультразвуковых уравнемеров.

Показано, что физические процессы при переносе ультразвукового сигнала протекают за счет реологических переходов и могут быть описаны нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями энергопереноса. Каждый переход имеет соответствующую зону реологического превращения, которая представляет собой интегральную импульсную дельта-функцию Дирака. Описываются принципы преобразования ультразвукового сигнала в другие формы энергопереноса за счет процессов переноса электромагнитной энергии этого сигнала. Показано, что такие процессы сопровождаются тепло- и -энергопереносом, а также переносом количества движения в исследуемой системе.

Ключевые слова: *процесс, преобразование, модель, функция, ультразвук, сигнал, реология.*

Litvinov K. A. Mathematical models of ultrasonic level transducer.

It is shown that the physical processes for transferring ultrasonic signal flow through rheological transitions and can but described by nonlinear integro-differential equations of energy transfer. Each transition has appropriate rheological conversion zone, which represents an integral pulse Dirac delta function. Describes the principles the ultrasonic signal conversion to other forms of energy transfer through energy transfer processes of the electromagnetic signal. It is shown that such processes are accompanied by heat - and the energy is transferred, and the transfer of momentum in the system. The mathematical model of the ultrasonic transducer when subjected to electrical excitation pulse and the membrane site after its termination. It is shown that the process of attenuation of ultrasonic vibrations is heavily influenced by the shear modulus of the material mebrany.

***Keywords**: process, conversion, model, function, ultrasound, signal rheology.*

Літвінов Костянтин Анатолійович – інженер кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління, Технологічний інститут Східноукраїнського національного університету імены Володимира Даля (м. Сєвєродонецьк). stencel@sti.lg.ua

Рецензент: **Суворін О. В.** - д.т.н., професор

Стаття подана 15.10.2014