

УДК 681.513.5

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ПО УМЕНЬШЕНИЮ КРУПНОСТИ ГРАНУЛ РУДЫ

Сотникова Т.Г., Гулаков Д.Г.

DYNAMIC PROGRAMMING METHOD FOR TASKS OF MODES OPTIMIZATION BY DECREASE SIZE OF ORE GRANULES IMPLEMENTATION

Sotnikova T.G., Gulakov D.G.

В работе рассмотрен вопрос применения метода динамического программирования для решения задачи оптимизации режимов работы процесса измельчения по уменьшению крупности гранул руды. В результате реализации алгоритма поставленной задачи по уменьшению крупности гранул руды в процессе измельчения с применением динамического программирования, получены результаты оптимального расхода электроэнергии режима измельчения материала по диаметру.

Ключевые слова: оптимизация, крупность, руда, измельчение, энергозатраты, методы оптимизации, динамическое программирование.

Введение. Для металлургической промышленности актуальным является повышение качества продукции обогатительных производств и уменьшение энергетических затрат на производство. Одним из факторов, способствующих решению этой проблемы, является разработка и исследование алгоритма оптимизации управления процессом расхода энергозатрат при уменьшении крупности гранул руды.

В настоящее время тема оптимизации стала одной из основных в технических и экономических науках. Существует множество методов оптимизации, но выбор какого-либо конкретного метода обусловлен видом математической модели объекта и постановкой задачи оптимизации. Например, задачи с линейными критериями оптимальности при ограничениях типа неравенств, накладываемых на переменные, решаются методом линейного программирования [1]. Задачи, в которых требуется найти минимальную длительность переходного процесса для объекта, представленного системой дифференциальных уравнений с ограничениями переменных,

решаются с использованием принципа максимума [2]. В области переработки магнетитовых руд возможно применение нескольких методов. Однако, некоторые задачи оптимизации не укладываются непосредственно в классические схемы и возникают сложности в решении и тогда по предварительной оценке при выборе метода оптимизации становится ясно возможно применение метода или нецелесообразно.

К примеру, методы вариационного исчисления применяют при решении задач оптимизации процессов с распределенными параметрами. Критерий оптимальности в данном случае имеет вид функционала, а само решение состоит в интегрировании системы дифференциальных уравнений Эйлера [3]. Метод множителей Лагранжа используется при решении обычных задач исследования функций, но с ограничениями типа равенств на независимые переменные. Необходимым условием этого метода является наличие аналитических выражений для производных от критерия оптимальности ограничительных уравнений [1]. Оба метода относятся к классическим методам. Так, например, в статье [7] упоминается о точной вариационной задаче, об оптимальном управлении. Эта задача не укладывалась непосредственно в рамки классического исчисления. В результате был сформулирован принцип, который теперь лежит в основе теории оптимального управления. При обосновании принципа максимума были использованы как методы классического вариационного исчисления, так и новые подходы (отделимость выпуклых множеств в функциональном пространстве). Принцип был обобщен и перенесен на задачи оптимального управления с запаздыванием. Принцип максимума используется для решения задач, представленных системами обыкновенных дифференциальных уравнений, возможно с

ограничениями на область изменения переменных. Принцип обычно применяют для решения задач, в которых определяется минимальное время перехода объекта из одного состояния в другое, т.е. решении задач на быстродействие [3].

Попытки переноса принципа максимума на дискретные системы и в частности на системы, управляемые цифровыми вычислительными машинами, натолкнулись на некоторые трудности. Несмотря на близость, при определенных условиях, дискретных систем к непрерывным, принцип максимума для дискретных систем оказался несправедлив [7]. Таким образом, сформулирован другой подход к синтезу оптимальных по быстродействию систем управления. В статье [6] даны постановки некоторых задач оптимального управления и способы их исследования. При анализе аналитического решения задач оптимального управления исключительное значение приобрели приближенные и численные методы, основанные на использовании метода динамического программирования.

Динамическое программирование применяется при оптимизации многостадийных процессов. Для каждой стадии решается частная задача оптимизации с помощью методов исследования функций или множителей Лагранжа. При этом стратегия поиска оптимума состоит в том, чтобы каждый последующий этап решения, учитывая состояние предыдущего, выбирал оптимальное управление [5].

С развитием техники и усложнением структуры производства актуально применение более эффективной методики аналитического проектирования и планирования, основанного на выборе наилучшего, оптимального варианта в процессе предварительного математического исследования [4].

Целью данной работы является решение задачи по нахождению оптимального режима получения конечного продукта необходимого диаметра, при котором энергетические затраты будут минимальны.

Задача относится к задаче по оптимизации и решается методом динамического программирования. Динамическое программирование предполагает пошаговый процесс, где первая подзадача решается с последнего шага. Находится оптимальное решение на последнем шаге. Оптимальное решение на предпоследнем шаге такое, чтобы оптимальное решение предпоследнего и последнего шагов дало общий оптимум. Таким образом, решение строится от будущего к прошлому.

Изложение основных материалов. Полезные ископаемые на обогатительных фабриках проходят ряд последовательных

процессов обработки, которые по своему назначению в технологическом цикле фабрики можно разделить на подготовительные, собственно обогатительные и вспомогательные. К подготовительным относятся процессы дробления, измельчения, грохочения и классификации, в которых достигается разъединение минералов и разделение обрабатываемого полезного ископаемого на классы по крупности, что необходимо для успешного осуществления обогащения.

На обогатительных фабриках и металлургических заводах дробление и измельчение полезных ископаемых перед обогащением производятся с высокой степенью сокращения крупности. Например, перед гравитационным обогащением полезное ископаемое часто дробят до 10 мм., перед флотационным обогащением иногда измельчают до крупности менее 0,1 мм. Для магнитной сепарации требуется измельчение до 0.1мм. Если при этом руда поступает с карьеров, то размер максимальных кусков в исходном материале может достигать до 1500 мм. В ином случае добычи крупность максимальных кусков в исходном материале около 300 мм. Получение таких высоких степеней дробления в одной дробильной машине практически невозможно. Вследствие своих конструктивных особенностей машины для дробления и измельчения эффективно работают только при ограниченных степенях измельчения, поэтому рациональнее дробить и измельчать материал от исходной крупности до требуемого размера в нескольких последовательно работающих дробильных и измельчающих машинах. В каждой из таких машин будет осуществлена лишь часть общего процесса дробления или измельчения, называемая стадией дробления или измельчения. В зависимости от крупности дробимого материала и дробленого продукта существуют стадии дробления: первая стадия — крупное дробление (от 1500–300 до 350–100 мм); вторая стадия — среднее дробление (от 350–100 до 100–40 мм); третья стадия — мелкое дробление (от 100–40 до 30–5 мм).

Последующая операция, в которую поступает материал после среднего или мелкого дробления (гранулы размером менее 50 мм) - измельчение. В зависимости от требуемой крупности материал перед обогащением можно измельчать в одну, две или даже в три последовательные стадии.

Процессы дробления и особенно измельчения весьма энергоемки. На обогатительных фабриках на эти процессы расходуется более половины потребляемой энергии. Поэтому, одним из важных моментов является нахождение оптимального режима получения конечного продукта, при котором энергетические затраты будут минимальны.

Результаты исследований. Рассмотрим алгоритм решения задачи по уменьшению крупности гранул руды в процессе измельчения с применением динамического программирования. Допустим, что процесс измельчения руды разделен на ряд последовательных шагов и за каждый шаг происходит

уменьшение среднего размера гранул руды. Изобразим исходный размер гранулы руды $t.M$ на плоскости, где абцисса – диаметр гранулы руды, ордината – время измельчения. Пусть происходит загрузка гранулы $t.M1$ в мельницу с исходным диаметром 20мм. Известны энергетические затраты для измельчения материала. Конечный размер гранулы $t.M0$ на плоскости 0.07мм. Очевидно, существует множество траекторий, по которым можно перевести $t.M$ из $t.M1$ в $t.M0$. Из всех траекторий необходимо выбрать ту, у которой энергозатраты будут минимальны. Чтобы оптимизировать управление процессом расхода энергозатрат (т.е. выбрать ту траекторию, на которой затраты энергии минимальны) необходимо знать расход на каждом шаге.

Для решения поставленной задачи в работе используются значения расхода электроэнергии на процесс измельчения в диапазоне 7-21 кВтч/т. Энергозатраты на транспортировку руды ленточным конвейером в диапазоне 1.5 – 30 кВтч/т. Время транспортировки ленточным конвейером рассматривается в среднем диапазоне 10 - 30 мин. На рис.1 приведена сетка, задающая шаги расхода электроэнергии на процесс измельчения и транспортировку руды.

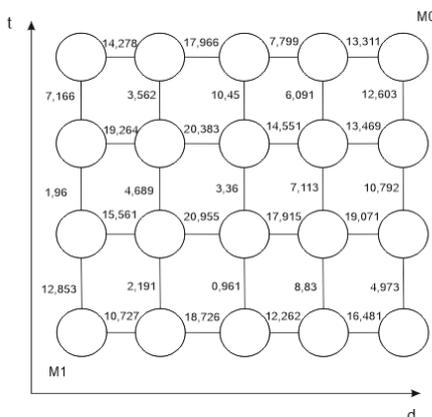


Рис.1. Сетка, задающая шаги расхода электроэнергии на процесс измельчения и транспортировку руды

Следующий этап в работе – это связать состояние в каждой точке с расходом электроэнергии в мельнице и энергозатратами на транспортировочной ленте. Как показывает анализ задачи, вычисление локальных оптимумов, начиная с последнего шага, можно производить путем выбора минимума для некоторого состояния, из двух чисел – расхода электроэнергии по вертикали и по горизонтали. Для вычисления минимума составляются рекурсивные соотношения и результаты вычислений записываются в двумерную матрицу. Программа, реализующая данный алгоритм оптимального суммирования по методу

динамического программирования, дает возможность получить необходимые суммы.

Полученными результатами заполняется сетка шагов расхода электроэнергии таким образом, чтобы каждое состояние было представлено кружком с указанием минимального расхода энергии для локального участка траектории. Затраты энергии на координатной сетке задаются в условных единицах.

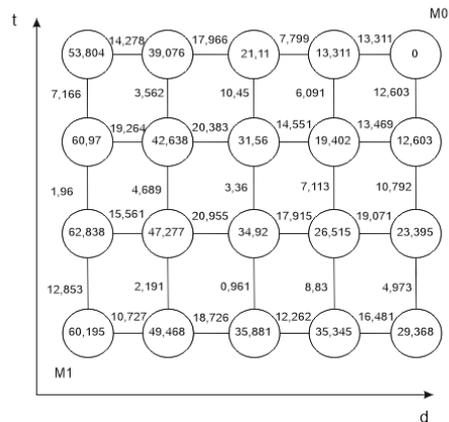


Рис.2. Сетка, задающая шаги расхода электроэнергии на процесс измельчения и транспортировку руды и минимальный расход энергии для локального участка траектории

Заключительный этап исследований – это расчет оптимальной траектории. Матрица расхода электроэнергии на измельчение:

$$Drob := \begin{pmatrix} 14.278 & 17.966 & 7.799 & 13.311 \\ 19.264 & 20.383 & 14.551 & 13.469 \\ 15.561 & 20.955 & 17.915 & 19.071 \\ 10.727 & 18.762 & 12.262 & 16.481 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 53.804 & 39.076 & 21.11 & 13.311 & 0 \\ 60.97 & 42.638 & 31.56 & 19.402 & 12.603 \\ 62.838 & 47.277 & 34.92 & 26.515 & 23.395 \\ 60.195 & 49.468 & 18.726 & 35.345 & 29.368 \end{pmatrix}$$

```

k ← 4
j ← k
i ← k - 1
m1,k+1 ← 0
for j ∈ k..1
    m1,j ← m1,j+1 + (BX1,j)1
for i ∈ 2..k
    m1,5 ← m1-1,5 + (BX1,5)2
for i ∈ 2..k
    for j ∈ k..1
        ZNV ← m1,j+1 + (BX1,j)1
        ZNH ← m1-1,j + (BX1,j)2
        if ZNV < ZNH
            m1,j ← ZNV
            S1,j ← 1
        otherwise
            m1,j ← ZNH
            S1,j ← 2
    m
    
```

Согласно расчетам высчитывается строка, значения которой в сумме дадут минимальную сумму. Для нахождения строки используется программа, написанная для пакета Mathcad для построчного суммирования элементов матрицы.

$$S1 := \sum_{j=1}^4 \text{Drob}_{1,j} \quad S3 := \sum_{j=1}^4 \text{Drob}_{3,j}$$

$$S2 := \sum_{j=1}^4 \text{Drob}_{2,j} \quad S4 := \sum_{j=1}^4 \text{Drob}_{4,j}$$

$$S1 = 53.354$$

$$S3 = 73.502$$

$$S2 = 67.667$$

$$S4 = 58.232$$

$S1 = 53.354$ - минимальная сумма (1-ая строка).

Аналогично с помощью программы для суммирования элементов по столбцам матрицы расхода электроэнергии на транспортировку вычисляется столбец, значения которого в сумме дадут минимальную сумму.

$S2 = 10.392$ - минимальная сумма (2-ой столбец).

По полученным данным на рис.3 строится оптимальная траектория расхода электроэнергии, состоящая из 7 шагов.

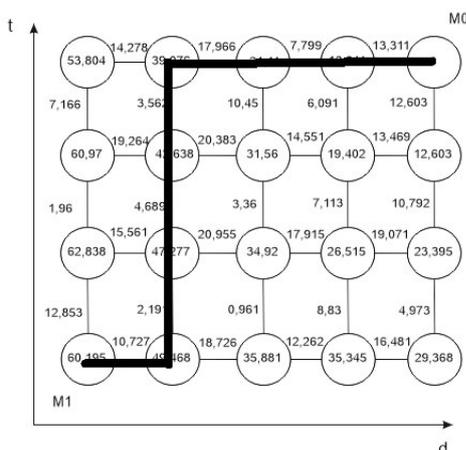


Рис.3. Оптимальная траектория расхода электроэнергии

Выводы. Предложенный Беллманом аппарат функциональных уравнений значительно расширяет возможности решения реальных проблем оптимизации. Динамическое программирование (планирование) представляет собой математический метод для нахождения оптимальных решений многошаговых (многоэтапных) задач.

В работе показана возможность решения задачи оптимизации расхода электроэнергии методом динамического программирования.

В дальнейших исследованиях планируется рассмотреть алгоритм решения задачи по уменьшению крупности гранул руды с учетом процесса дробления.

Литература

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов/Л.С. Понтрягин.-М.:Наука,1983.-393с.
2. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении /2е изд.-М.:Едиториал УРСС, 2004.-64с.
3. Нестеров Г.С. Технологическая оптимизация обогатительных фабрик / Г.С.Нестеров.- М.: Недра.1976.-120с.
4. Зиновкин В.В., Кулинич Э.М., Байша А.И., Мирный В.О. Оптимальное управление многопараметрическим технологическим процессом приготовления газобетона // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Випуск 3/2012 (19).С.383-385
5. Беллман Р. Методы вычислений // Автоматика и телемеханика. 1993.№8.С.10
6. Колмановский В.Б. Задачи оптимального управления//Соровский образовательный журнал. 1997.№6.С.121-127
7. Цыпкин Я.З. Оптимальность в задачах и методах современной теории управления//Вестник АН СССР. 1982. № 9.С.116-121

References

1. Pontryagin L.S. Matematicheskaya teoriya optimalnykh protsessov/L.S. Pontryagin.-M.:Nauka,1983.-393s.
2. Pontryagin L.S. Printsip maksimuma v optimalnom upravlenii /2e izd.-M.:Editorial URSS, 2004.-64s.
3. Nesterov G.S. Tehnologicheskaya optimizatsiya obogatitelnykh fabrik / G.S.Nesterov.- M.: Nedra.1976.-120s.
4. Zinovkin V.V., Kulinich E.M., Baysha A.I., Mirnyiy V.O. Optimalnoe upravlenie mnogoparametricheskim tehnologicheskim protsessom prigotovleniya gazobetona // Elektromehanichni I energozberigayuchi sistemi. Vipusk 3/2012 (19).S.383-385
5. Bellman R. Metodyi vyichisleniy // Avtomatika i telemehanika. 1993.#8.S.10
6. Kolmanovskiy V.B. Zadachi optimalnogo upravleniya//Sorovskiy obrazovatelnyiy zhurnal. 1997.#6.S.121-127
7. Tsyipkin Ya.Z. Optimalnost v zadachah i metodah sovremennoy teorii upravleniya//Vestnik AN SSSR. 1982. # 9.S.116-121

Сотнікова Т.Г., Гулаков Д.Г. Застосування методу динамічного програмування для реалізації завдання оптимізації режимів роботи по зменшенню крупності гранул руди.

У роботі розглянуто питання застосування методу динамічного програмування для вирішення задачі оптимізації режимів роботи процесу подрібнення щодо зменшення крупності гранул руди. В результаті реалізації алгоритму поставленого завдання щодо зменшення крупності гранул руди в процесі подрібнення із застосуванням динамічного програмування, отримані результати оптимальної витрати електроенергії режиму подрібнення матеріалу по діаметру.

Ключові слова: оптимізація, крупність, руда, подрібнення, енерговитрати, методи оптимізації, динамічне програмування.

Sotnikova T.G., Gulakov D.G. Dynamic programming method for tasks of modes optimization by decrease size of ore granules implementation.

Increasing of manufacture concentrating production quality and decrease of energetic costs in production are topical for metallurgical industry. One of factors which promotes this problem is development and research of optimization control process of consumption energy costs algorithm at decreasing of ore granules size. In this work considered using of dynamic programming method question for task of optimization ore granules decrease process work modes solution. In realization algorithm result at ore granules size decrease in shredding process with using dynamic programming method. Submitted different techniques of optimization analysis and received optimal electrical energy costs of material diameter shredding mode through Mathcad program facilities.

Keywords: optimization, particle size, ore crushing, energy costs, optimization techniques, dynamic programming.

Сотнікова Тетяна Геннадіївна – асистент кафедри комп'ютерно-інтегрованих систем управління, факультету програмування та комп'ютерних технологій Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.

Гулаков Дмитро Григорович – студент факультету програмування та комп'ютерних технологій Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля.

Рецензент: **Поркуян О.В.** – доктор технічних наук, професор.

Стаття подана 1.12.2015