

УДК 621.646-62-82:519.87

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРИВОДУ СПЕЦІАЛЬНОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

Таванюк Т.Я.

## MATHEMATICAL MODELING OF SERVO DRIVES

Tavanyuk T.Ya.

Представлена типова нелінійна математична модель слідуючого приводу с дросельним регулюванням. Математична модель адаптована на приводи спеціального технологічного обладнання, що побудовані на основі стандартних модулів, з використанням паспортних даних пристроїв приводу для оцінки динамічних характеристик.

**Ключові слова:** слідуючий привод, електрогідравлічний підсилювач, математична модель, динамічні характеристики.

**Вступ.** Сучасне спеціальне технологічне обладнання, а саме обладнання для механічної обробки матеріалів висуває високі вимоги до показників приводів за точністю реалізації законів руху вихідної ланки, що досягається за рахунок використання слідуючого приводу (СП).

**1. Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Важливим етапом в проектуванні ЕГСП є оцінка стійкості, якості регулювання та корекція динамічних властивостей приводу. Виконання даного етапу пов'язано з розробкою математичної моделі нестационарних електрогідромеханічних процесів, що протікають в приводі. Математичні моделі динамічних процесів, представлені в літературі [1–4], не можуть бути узагальнені на весь клас даних ЕГСП. Ряд з них орієнтовано на певні конструкції пристроїв приводу, особливо ЕГУ (здебільшого автори розглядають двокаскадні ЕГУ типу сопло-заслінка-золотник з пружинним підпором золотника). У своїй більшості моделі вимагають визначення параметрів, які не можуть бути оцінені з паспортних даних стандартних пристроїв або виявлені на стадії попереднього проектування. Зручні лінійні моделі, що розглядаються, допускають ряд істотних спрощень (апроксимація витратно-перепадних характеристик, виключення зон насичення та нечутливості та ін.). У

зв'язку з цим виникає потреба мати універсальну модель СП. Так як проектування приводів найчастіше здійснюється на базі стандартних модулів [5–7], дана модель повинна гранично відображати характеристики елементів та динамічних процесів для мінімального набору параметрів, що містяться в технічних даних номенклатури пристроїв.

Приклад слідуючого приводу з дросельним регулюванням представлений на рис. 1.

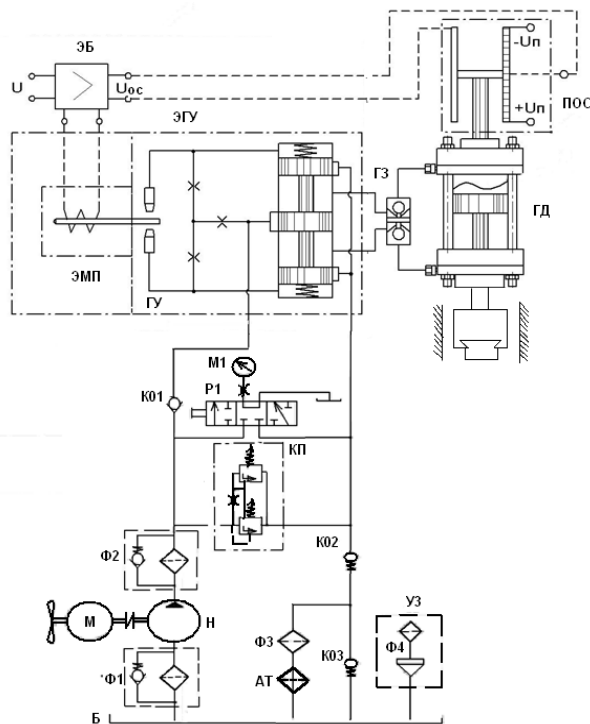


Рис. 1. Принципова схема СП: ЭБ – електричний блок; ЭМП – електромеханічний перетворювач; ГУ – гідропідсилювач; ЭГУ – електрогідравлічний підсилювач; ГД – гідродвигун

Метою роботи є розробка типової нелінійної математичної моделі електрогідравлічного слідкуючого приводу з дросельним регулюванням, що адаптована на приводи спеціального технологічного обладнання, які побудовано на основі стандартних модулів, з використанням для оцінки динамічних характеристик паспортних даних пристроїв приводу.

**3. Матеріали и результати дослідження.**

Виділимо основні елементи ЕГСП: ГД, ЕГУ, ДОС, ЕБ. Надалі розглядаємо розрахункову схему приводу, що наведено на рис. 2, а.

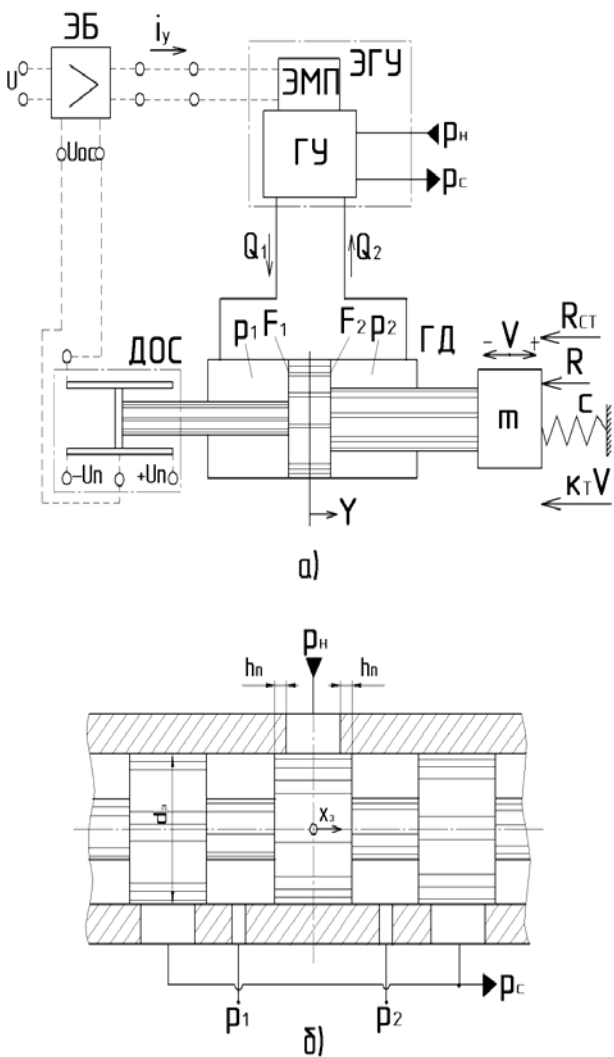


Рис. 2. Розрахункова схема ЕГСП (а) та розрахункова схема вихідного каскаду ЕГУ (б)

Для ГД поступальної дії загальноприйнята динамічна модель [1] яка наведена системою з рівнянь руху поршня і рівнянь балансу витрат в порожнинах гідроциліндра з урахуванням стисливості робочої рідини:

$$\left\{ \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= p_1 F_1 - p_2 F_2 - cY - k_T V - R_{CT} \text{sign} V - R; \\ \frac{dY}{dt} &= V, -H/2 \leq Y \leq H/2; \\ \frac{W_{HO} + F_1(H/2 + Y)}{E_{Ж}} \frac{dp_1}{dp_1} &= Q_1 - F_1 V; \\ \frac{W_{HO} + F_2(H/2 - Y)}{E_{Ж}} \frac{dp_2}{dp_1} &= -Q_2 + F_2 V. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

В рівняннях:

$Y, V$  – переміщення та швидкість поршня (зазвичай переміщення поршня розраховують від його середнього положення.);

$p_1, p_2$  – тиск в порожнинах гідроциліндра;

$m$  – наведена вага рухомих частин;

$F_1, F_2$  – ефективні площі;

$c$  – жорсткість позиційного навантаження;

$k_T$  – коефіцієнт сили в'язкого тертя;

$R_{CT}$  – сила сухого тертя;

$R$  – навантаження;

$H$  – хід поршня;

$E_{Ж}$  – модуль пружності робочої рідини;

$W_{HO}, W_{CO}$  – «мертві» об'єми напірної та зливної магістралей.

ДОС прийнято описувати лінійною безінерційною ланкою, що зв'язує напругу зворотного зв'язку  $U_{OC}$  з переміщенням  $Y$ :

$$U_{OC} = k_{OC} Y, \quad (2)$$

де  $k_{OC}$  – коефіцієнт передачі ДОС.

ЕГУ в номенклатурі гідроапаратури що випускається серійно представлені, як дроселюючи гідророзподільники і розподільники з пропорційним управлінням [6]. У вихідному каскаді посилення ЕГУ зазвичай використовується золотниковий гідропідсилювач, розрахункова схема якого приведена на рис. 2, б. Пропонується пов'язувати зміщення золотника від нейтрального положення  $x_3$  зі струмом в обмотці управління  $I_y$  лінійною динамічною ланкою другого порядку:

$$T_{2y}^2 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + T_{1y} \frac{dx_3}{dt} + x_3 = k_{xi} i_y, \quad (3)$$

де  $k_{xi}$  – коефіцієнт передачі ЕГУ.

Постійні часу  $T_{2y}, T_{1y}$  відомим чином [8] знаходяться за частотами  $\nu_1, \nu_2$ :

$$T_{2y} = \frac{1}{2\pi\nu_2}; T_{1y} = \frac{1}{2\pi\nu_1} - \frac{2\pi\nu_1}{(2\pi\nu_2)^2}. \quad (4)$$

Золотник має обмеження за переміщенням, що відображається рівнянням  $|x_3| \leq x_{max}$ , де  $x_{max}$  – максимальне переміщення золотника від нейтрального положення.

Рівняння витрат в лініях ЕГУ, що зв'язують його з ГД, з урахуванням позитивного перекриття пасками золотника вікон в розподільчій втулці мають вигляд:

$$Q_1 = \begin{cases} \mu_3 \pi d_3 k_n (x_3 - h_n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_n - p_1|} * \\ \text{sign}(p_n - p_1), x_3 > h_n; \\ 0, |x_3| \leq h_n; \\ \mu_3 \pi d_3 k_n (x_3 + h_n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_1 - p_c|} \\ \text{sign}(p_1 - p_c), x_3 < -h_n; \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_2 = \begin{cases} \mu_3 \pi d_3 k_n (x_3 - h_n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_2 - p_c|} * \\ \text{sign}(p_2 - p_c), x_3 > h_n; \\ 0, |x_3| \leq h_n; \\ \mu_3 \pi d_3 k_n (x_3 + h_n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_H - p_2|} * \\ \text{sign}(p_H - p_2), x_3 < -h_n; \end{cases} \quad (6)$$

де  $p_n, p_c$  – тиск насосної станції і на зливі;  
 $h_n$  – величина позитивного перекриття;  
 $\mu_3$  – коефіцієнт витрати щільності золотника;  
 $d_3$  – діаметр золотника;  
 $k_n$  – коефіцієнт повноти використання периметра золотника;  
 $\rho$  – щільність робочої рідини.

ЕБ на стадії попереднього проектування ЕГСП розглядається як ідеальний підсилювач:

$$U_{yc} = k_{yc}(U - U_{oc}), \quad (7)$$

де  $U$  – вхідне (управляюче) напруження;  
 $U_{yc}$  – напруження на виході ЕБ;  
 $k_{yc}$  – коефіцієнт посилення ЕБ.

Вихідний каскад ЕБ з'єднано з управляючою обмоткою ЕГУ і утворює з нею єдиний електричний ланцюг, що містить як активний, так і індуктивний опір. Тому, без урахування протидії ЕРС, маємо наступне диференціальне рівняння:

$$L_y \frac{di_y}{dt} + R_3 i_y = U_{yc}, \quad (8)$$

де  $L_y$  – індуктивність обмотки управління;  
 $R_3$  – активний опір електричного ланцюга.

Також, ЕБ обмежує струм в електричному ланцюзі максимальним значенням  $i_{max}$  для керуючої обмотки ЕГУ:

$$|i_y| \leq i_{max}. \quad (9)$$

Для скорочення числа вихідних параметрів, спрощення математичної моделі і зручності аналізу

результатів представимо рівняння в безрозмірній формі. З цією метою введемо безрозмірні змінні:

$$\begin{cases} \bar{U} = U / U^*; \bar{U}_{yc} = U_{yc} / U^*; \bar{U}_{oc} = U_{oc} / U^*; \\ \bar{i} = i_y / i^*; \bar{x} = x_3 / x^*; \\ \bar{Q}_1 = Q_1 / Q^*; \bar{Q}_2 = Q_2 / Q^*; \\ \bar{p}_1 = p_1 / p^*; \bar{p}_2 = p_2 / p^*; \bar{R} = R / R^*; \\ \bar{Y} = Y / Y^*; \bar{V} = V / V^*; \end{cases} \quad (10)$$

де масштаби змінних визначенні наступним чином:

$$\begin{cases} U^* = k_{oc} H / 2; i^* = i_{max}; x^* = x_{max}; \\ Q^* = \mu_3 \pi d_3 k_n x^* \sqrt{\frac{p_n}{\rho}}; p^* = p_n; \\ Y^* = H / 2; V^* = Q^* / F_1; R^* = p_n F_1. \end{cases} \quad (11)$$

Вважаючи лінійною статистичну характеристику ЕГУ  $x_3(i_y)$ , можливо припустити, що  $k_{xi} = x_{max} / i_{max}$ . Тоді для безрозмірних змінних (10) з урахуванням (11) маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \bar{U}_{oc} = k_{oc}^2 \bar{Y}; \\ \bar{U}_{yc} = k_{yc} (\bar{U} - \bar{U}_{oc}); \\ T_0 \frac{d\bar{i}}{dt} + \bar{i} = k_0 \bar{U}_{yc}; \\ |\bar{i}| \leq 1; \\ T_{2y}^2 \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + T_{1y} \frac{d\bar{x}}{dt} + \bar{x} = \bar{i}; |\bar{x}| \leq 1; \\ |\bar{x}| \leq 1; \\ \bar{Q}_1 = \begin{cases} (\bar{x} - \bar{h}) \sqrt{2 |1 - \bar{p}_1|} * \\ * \text{sign} (1 - \bar{p}_1), \bar{x} > \bar{h}; \\ 0, |\bar{x}| \leq \bar{h}; \\ (\bar{x} + \bar{h}) \sqrt{2 |\bar{p}_2 - \bar{p}_c|} * \\ * \text{sign} (\bar{p}_2 - \bar{p}_c), \bar{x} < -\bar{h}; \end{cases} \\ \bar{Q}_2 = \begin{cases} (\bar{x} - \bar{h}) \sqrt{2 |\bar{p}_2 - \bar{p}_c|} * \\ * \text{sign} (\bar{p}_2 - \bar{p}_c), \bar{x} > \bar{h}; \\ 0, |\bar{x}| \leq \bar{h}; \\ (\bar{x} + \bar{h}) \sqrt{2 |1 - \bar{p}_2|} * \\ * \text{sign} (1 - \bar{p}_2), \bar{x} < -\bar{h}; \end{cases} \\ T_1 \frac{d\bar{p}_1}{dt} = \frac{1}{1 + W_{HO} + \bar{Y}} (\bar{Q}_1 - \bar{V}); \\ T_2 \frac{d\bar{p}_2}{dt} = \frac{1}{1 + W_{CO} - \bar{Y}} (-\bar{Q}_2 + k_1 \bar{V}); \\ T_3 \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{p}_1 - k_1 \bar{p}_2 - k_2 \bar{Y} - k_3 \bar{V} - \\ - k_4 \text{sign} (\bar{V}) - \bar{R}; \\ T_4 \frac{d\bar{Y}}{dt} = \bar{V}; \\ |\bar{Y}| \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

Тут постійні часу та безрозмірні параметри:

$$\left\{ \begin{aligned} T_0 &= \frac{L_y}{R_9}; T_1 = \frac{F_1 H p_H}{2 E_{ж} Q^*}; T_2 = \frac{F_2 H p_H}{2 E_{ж} Q^*}; \\ T_3 &= \frac{m V^*}{p_H F_1}; T_4 = \frac{H}{2 V^*}; \\ k_0 &= \frac{k_{OC} H}{2 i_{max} R_9}; k_1 = \frac{F_2}{F_1}; k_2 = \frac{c H}{2 p_H F_1}; \\ k_3 &= \frac{k_T V^*}{p_H F_1}; k_4 = \frac{R_{CT}}{p_H F_1}; \\ \bar{h} &= \frac{h_{II}}{x_{max}}; \bar{p}_C = \frac{p_C}{p_H}; \bar{W}_{HO} = \frac{2 W_{HO}}{F_1 H}; \\ \bar{W}_{CO} &= \frac{2 W_{CO}}{F_2 H}. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Для чисельного моделювання по системі (12) відзначимо рекомендації за завданням вихідних параметрів. На стадії попереднього проектування були обрані вузли ЕГСП які випускаються серійно. На даній стадії відомі, або оцінені, такі параметри, як коефіцієнт підсилення ЕБ  $k_{yc}$ ; хід поршня  $H$ ; приведена маса рухомих частин  $m$ ; тиски насосної станції  $p_H$  і на зливів  $p_C$ ; модуль пружності робочої рідини  $E_{ж}$ ; «мертві» обсяги напірної  $W_{HO}$  і зливної  $W_{CO}$  магістралей; жорсткість позиційного навантаження  $c$ . За технічними даними гідроциліндра визначаються значення ефективних площ  $F_1, F_2$ ; коефіцієнт сили в'язкого тертя  $k_T$ , сила сухого тертя  $R_{CT}$ . Коефіцієнт передачі  $k_{OC}$  оцінюється за технічними даними ДЗЗ. За технічними характеристикам ЕГУ встановлюються індуктивність обмотки управління  $L_y$ ; постійні часу  $T_{1y}, T_{2y}$  (4); активний опір електричного ланцюга  $R_e$  (опір обмотки управління ЕГУ з урахуванням опору вихідного каскаду ЕБ); максимальний струм  $i_{max}$  (або приймається рівним номінальному току  $I_{ном}$  за паспортними даними). Значення масштабу витрат  $Q^*$  слід оцінювати по номінальній витраті ЕГУ  $Q_{ном}$ , який вказується в паспортних даних для номінального перепаду тисків в каналах харчування і зливу ЕГУ.

Оскільки згідно (11):

$$Q^* = \mu_3 \pi d_3 k_{II} x_{max} \sqrt{\frac{p_H}{\rho}}, \quad (14)$$

а номінальна витрата є:

$$Q_{ном} = \mu_3 \pi d_3 k_{II} (x_{max} - h_n) \sqrt{\frac{\Delta p_{ном}}{\rho}}, \quad (15)$$

цьому:

$$Q^* = Q_{ном} \sqrt{\frac{p_H}{\Delta p_{ном}} \frac{1}{1-h}} \quad (16)$$

Величину безрозмірного перекриття допустимо взяти рівної відносному току зони нечутливості (в серійному виробництві ЕГУ не більше 0,02). Масштаб швидкості  $V^*$  розраховується по  $Q^*$  згідно (11). Необхідні для підстановки в систему (12) додаткові параметри визначаються за виразами (13).

Також, для чисельного моделювання необхідна підстановка граничних умов для вхідної напруги  $U$  і навантаження  $R$ , вигляд яких визначається характером досліджуваного процесу. Граничні умови підставляються в безрозмірному вигляді згідно (11) з масштабами змінних (12).

За необхідності результати моделювання за виразами (11, 12) можна представити в розмірному вигляді (за винятком переміщення золотника, оскільки максимальне переміщення  $x_{max}$  введено умовно для спрощення математичної моделі).

У порівнянні з відомими нелінійними моделями ЕГСП [1, 7, 8], які враховують основні фактори, що обумовлюють нестационарні процеси (стисливість робочої рідини, інерційність вихідної ланки, індуктивність електричного ланцюга, динамічні властивості ЕГУ), представлена модель має мінімальний набір вихідних параметрів і є універсальною для приводів, побудованих за типовою схемою (рис. 2, б). Разом з тим, облік основних нелінійностей дає помітний вигравш в точності розрахунку в порівнянні з лінійними моделями. Це показали результати чисельного моделювання перехідних процесів при різних рівнях вхідного сигналу, представлені на рис. 3 та рис. 4. Як видно, від величини стрибка керуючої напруги залежить не тільки тривалість процесу, а й його якість.

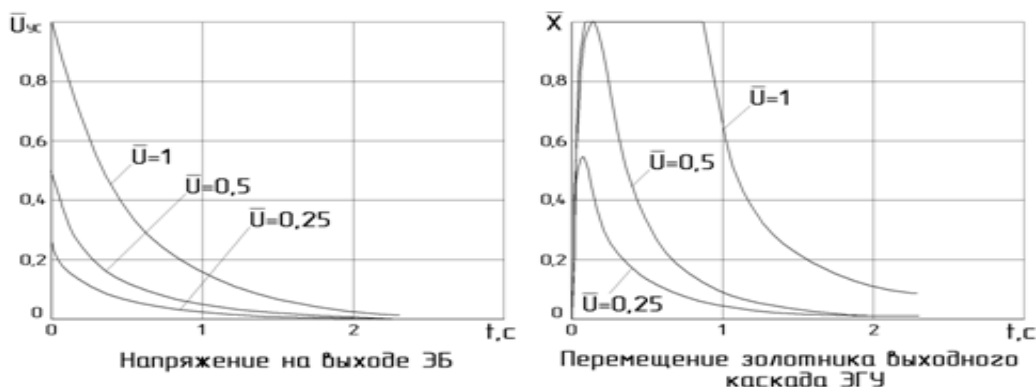


Рис. 3. Результати чисельного моделювання динамічних процесів в ЕГСП

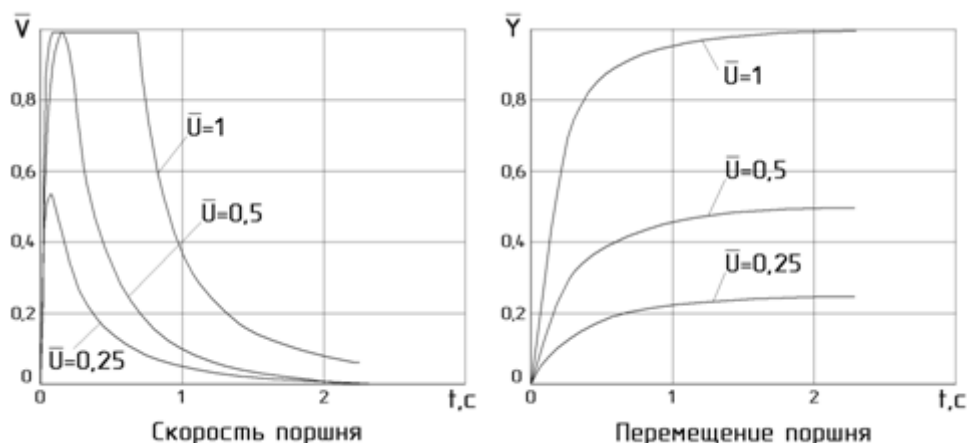


Рис. 4. Результати чисельного моделювання динамічних процесів в ЕГСП

Чисельне інтегрування системи (12) проведено методом Рунге-Кутта 4-го порядку в середовищі пакету прикладних програм «MATLAB» (програми «SLPR») для наступних вихідних даних: навантаження  $R = 6000$  Н; ефективні площі гідроциліндра  $F_1 = 0,00377$  м<sup>2</sup>,  $F_2 = 0,0045$  м<sup>2</sup> (діаметр поршня 80 мм, діаметри штоків 40 і 25 мм); хід поршня  $H = 250$  мм; тиск насосної станції  $p_n = 6,3 \cdot 10^5$  Па; тиск на зливі  $p_c = 0$ ; модуль пружності робочої рідини  $E_j = 10^9$  Па; «мертві» обсяги напірної і зливної магістралей  $W_{HO} = W_{CO} = 0,002$  м<sup>3</sup>; сила сухого тертя  $R_{ст} = 0$ ; жорсткість позиційної навантаження  $c = 0$ ; коефіцієнт сили в'язкого тертя  $k_T = 1000$  кг/с; наведена маса рухомих частин  $m = 200$  кг; коефіцієнт передачі ДОС  $k_{oc} = 216$  В/м; номінальна витрата ЕГУ  $Q_{ном} = 0,00063$  м<sup>3</sup>/с; номінальний перепад тисків на ЕГУ  $\Delta p = 7 \cdot 10^6$  Па; постійні часу ЕГУ  $T_{1y} = 0,0215$  с,  $T_{2y} = 0,0053$  с (що відповідає зрушенню по фазі на  $-45^\circ$  і  $90^\circ$  при частотах  $\nu_1 = 45$  Гц і  $\nu_2 = 90$  Гц); величина безрозмірного перекриття  $= 0,01$ ; індуктивність обмотки управління  $L_y = 0,2$  Гн; активний опір електричного кола  $R_c = 100$  Ом; номінальний струм  $I_{ном} = 0,01$  А; коефіцієнт підсилення ЕБ  $k_{yc} = 0,09$ ; масштаб витрат  $Q^* = 0,0006$  м<sup>3</sup>/с.

**Висновки.** Таким чином, запропоновано типову нелінійну математичну модель електрогідравлічного слідкуючого привода з дросельним регулюванням. Математична модель адаптована на приводи спеціального технологічного обладнання, що побудовано на основі стандартних модулів, і дозволяє здійснювати оцінку стійкості, якості регулювання і корекцію динамічних властивостей привода з використанням паспортних даних пристроїв, що входять до нього.

#### Література

1. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. – М.: Машиностроение, 1976. – 424 с.
2. Хохлов В.А. Электрогидравлический следящий привод. – М.: Наука, 1964.

3. Чупраков Ю.И. Электрогидравлические следящие приводы. – М.: МАДИ, 1977.-88 с.
4. Терских В.З. Сравнительный анализ динамических свойств дроссельных гидроприводов // Изд. вузов. Машиностроение, 1976. №7. – 59 – 62 с.
5. Абрамов Е.И., Колесниченко К.А., Маслов В.Т. Элементы гидропривода: Справочник. – К.: «Техника», 1977. – 320 с.
6. Чупраков Ю.И. Электрогидравлические усилители. – М.: МАДИ, 1975. – 124 с.
7. Свешников В.К., Усов А.А. Станочные гидроприводы: Справочник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1988. – 512с.
8. Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов. – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с.

#### References

1. Popov D.N. Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem. - M.: Mashinostroenie, 1976.-424 s.
2. Hohlov V.A. JElektrogidravlicheskiy sledjashhij pri-vod. - M.: Nauka, 1964.
3. CHuprakov JU.I. JElektrogidravlicheskie sledjashhie privody. - M.: MADI, 1977.-88 s.
4. Terskih V.Z. Srvnitel'nyj analiz dinamicheskikh svojstv drossel'nyh gidroprivodov // Izd. vuzov. Mashinostroenie, 1976. №7.-59-62 s.
5. Abramov E.I., Kolesnichenko K.A., Maslov V.T. JElementy gidroprivoda: Spravochnik. - K.: «Tehni-ka», 1977.-320 s.
6. CHuprakov JU.I. JElektrogidravlicheskie usiliteli. - M.: MADI, 1975.-124 s.
7. Sveshnikov V.K., Usov A.A. Stanochnye gidroprivo-dy: Spravochnik. – 2-e izd., pererab. i dop. - M.: Ma-shinostroenie, 1988. – 512s.
8. Navrockij K.L. Teorija i proektirovanie gidro- i pnevmoprivodov. - M.: Mashinostroenie, 1991. – 384 s.

#### Таванюк Т.Я. Моделирование привода специального технологического оборудования

Представлена типичная нелинейная математическая модель следящего привода с дроссельным регулированием. Математическая модель адаптирована на приводы специального технологического оборудования, построенные на основе стандартных

---

модулей, с использованием для оценки динамических характеристик паспортных данных устройств поводу.

**Ключевые слова:** следящий привод, электрогидравлический усилитель, математическая модель, динамические характеристики.

**Tavanyuk T.Ya. Modeling drive special technological equipment**

*Consider a typical non-linear mathematical model of the servo with the throttle control, taking into account the non-stationary processes. The model has a minimum set of input parameters and is universal for drives, built on the template. However, taking into account the main nonlinearities gives a noticeable gain in calculation accuracy than linear models. This is confirmed by results of numerical modeling of transient processes at different levels of input*

*signala. Matematicheskaya model is adapted to control the special technological equipment based on standard modules are used to estimate the dynamic characteristics of the passport data of the drive.*

**Key words:** servo drive, elektrogid ravlichesky-amplifier, a mathematical model, dynamic performance.

**Таванюк Тетяна Яківна** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк).  
[ttavanyuk@gmail.com](mailto:ttavanyuk@gmail.com)

Рецензент: д.т.н., проф. **Соколов В.І.**

Стаття подана 03.09.2016