

УДК: 330.46

МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ АСОРТИМЕНТОМ ТОРГОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

Істомін Л.Ф., Макаренко М.Б.

MODELS FOR ANALYSIS AND CONTROL OF A TRADE COMPANY ASSORTMENT

Istomin L.F., Makarenko M.B.

Анотація. В роботі розглянуті проблеми формування раціонального асортименту торгового підприємства для визначеного типу взаємозамінних товарів. Розроблено моделі для дискретного та неперервного випадків підходу до оцінки та аналізу функції попиту та вартісних показників. На чисельних прикладах продемонстровано варіанти можливих змін у прибутках підприємства та існуючі шляхи стабілізації економічних показників у нестабільному соціальному середовищі.

Ключові слова: моделювання економіки, функція корисності, задача споживача, варіаційне обчислення, оптимізація, рівняння Ойлера-Лагранжа, асортимент.

Вступ. У сучасній науковій літературі цьому питанню приділяється недостатньо уваги, особливо якщо брати до уваги значні зміни у соціальному забезпеченні населення. Основна увага приділяється статичним проблемам вирішення задачі Марковіца для оптимізації портфеля асортименту замовлень [1, 2, 3] з варіаціями щодо рівня підприємств. В дослідженнях зовсім відсутня складова, яка враховує контингент споживачів та їх соціально-економічну спроможність до реалізації попиту.

Мета роботи. З урахуванням вище зазначених проблем, які стосуються моделювання та аналізу формування асортименту товарів для великого торгового підприємства у зазначеному стабільному регіоні, поставимо задачу розробки оптимізаційних математичних моделей з урахуванням контингенту регіону і можливих варіантів соціального стану суспільства.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для оптимального управління постачанням та асортиментом має бути визначатися попитом у регіоні в цілому. Розглянемо такий тип взаємозамінного товару, що може мати великий асортимент з суттєвим розбігом у цінах.

Розіберемо увесь асортимент товару на три типи за рівнем цін: 1- дешевий, 2- помірний і 3- дорогий.

Тоді для кожного споживача існує функція корисності $f(x)$, де вектор $x = (x_1, x_2, x_3) \in R_+^3$ є попитом у просторі товарів. Щодо функції корисності, то для неї повинні виконуватися умови $\frac{\partial f}{\partial x_i} > 0$, мат-

риця Гессе $\left\| \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right\|, i, j = \overline{1, 3}$ від'ємно визначена та

відповідає умовам взаємозамінних товарів.

В таких умовах у найпростішому випадку можна використати адитивну степеневу функцію типу:

$$f(x) = \sum_{i=1}^3 a_i x_i^{\alpha_i} \quad (1)$$

де α_i, a_i – параметри, значення яких визначаються досвідом дослідника та аналізом поведінки споживачів і в деякій мірі α_i відповідає об'єктивній мірі цінності товару, а a_i – суб'єктивній мірі оцінки споживачем в залежності від його бюджету. Оскільки $p_1 < p_2 < p_3$, то вважається, що $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ (чим дорожчий товар, тим цінніший). З урахуванням виділеного бюджету b та мінімальної норми споживання \underline{m} можемо сформулювати наступне обмеження:

$$\sum_{i=1}^3 p_i x_i \leq b, \quad \sum_{i=1}^3 \beta_i x_i \geq \underline{m} \quad (2)$$

де β_i – суб'єктивні параметри, які відображують кількісні якості товару (зміст вітамінів, корисних речовин тощо).

Таким чином, для індивідуального споживача можна вирішити задачу оптимального вибору:

$$f(x) = \sum_{i=1}^3 a_i x_i \xrightarrow{x=(x_1, x_2, x_3)} \max \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^3 p_i x_i \leq b, \sum_{i=1}^3 \beta_i x_i \geq \underline{m}, x_i \geq 0, p_i, \beta_i, b, \underline{m} > 0,$$

і в результаті, якщо система обмежень (2) має не пусту множину рішень, отримати функцію попиту: $x(p, b, \underline{m}) = (x_1(p, b, \underline{m}), x_2(p, b, \underline{m}), x_3(p, b, \underline{m}))$.

Далі розглянемо контингент споживачів, які обслуговуються у даному супермаркеті, з позицій аналізу розподілу прибутків, подібно побудові кривої Лоренца [4]. Виділимо три верстви населення: з низьким рівнем прибутків, середнім і високим і введемо функцію розподілу:

$$\varphi_i, i = \overline{1, 3}, 0 \leq \varphi_i \leq 1, \sum_{i=1}^3 \varphi_i = 1 \quad (4)$$

Відповідно до цього, будемо вважати, що кожна з цих верств виділяє з бюджету для нашого типу продуктів "підбюджет" $b_1, b_2, b_3, b_1 < b_2 < b_3$. Також, для функції корисності (1) для кожної верстви існує свідома перевага у споживанні товарів "свого" класу, тобто для i -ої верстви значення a_i буде найбільшим.

З цього витікає, що у заданий час з фіксованим розподілом доходів інтегрована за контингентом функція попиту буде мати вигляд:

$$X_i(p, \bar{b}, m) = \sum_{j=1}^3 x_i^j(p, b_j, \underline{m}) \varphi_j, i = \overline{1, 3} \quad (5)$$

де $x_i^j(p, b_j, \underline{m})$ є рішенням задачі попиту (3) для j -ої верстви для i -го товару.

Розрахуємо попит та його зміни для трьох часових моментів, коли розподіл доходів мінявся від позитивного до негативного, для даних, наведених у табл. 1 для випадку: $p = (4, 8, 12), \alpha = (0.3, 0.5, 0.8), \beta = (1, 1, 1)$.

Таблиця 1

Вихідні дані для розрахунку попиту			
Доход	Низький	Середній	Високий
b	50	100	200
a_1	4	2	1
a_2	2	4	1
a_3	1	1	4
$\varphi(t=1)$	0.2	0.5	0.3
$\varphi(t=2)$	0.4	0.4	0.2
$\varphi(t=3)$	0.5	0.4	0.1

Графічні результати відображені на рис. 1-3, де представлено базовий варіант з позитивним розподілом доходів (рис.1) і розрахунки попиту та його змін при погіршанні (поліпшенні) соціального стану в суспільстві (див. рис. 2 та 3).

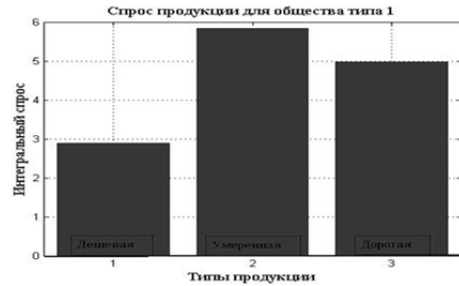


Рис. 1. Попит у базовому варіанті $\varphi(t=1)$

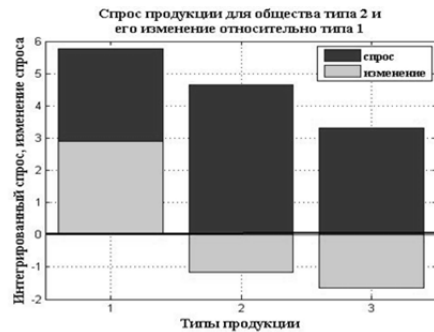


Рис. 2. Попит та його зміни для $\varphi(t=2)$

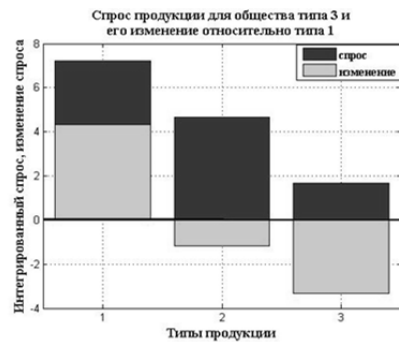


Рис. 3. Попит та його зміни для $\varphi(t=3)$

Що стосується змін у фінансових прибутках (збитках) при зміні структури доходів у порівнянні з базовим варіантом, то результати представлені на рис. 4 та 5.

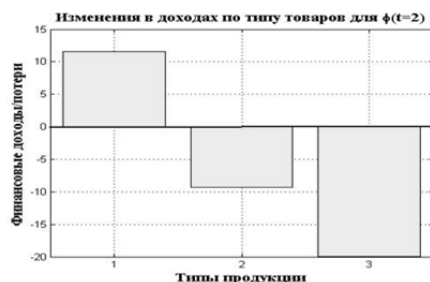


Рис. 4. Зміни прибутків для $\varphi(t=2)$

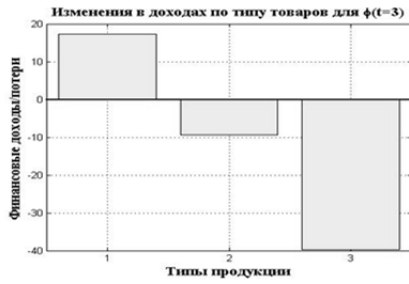
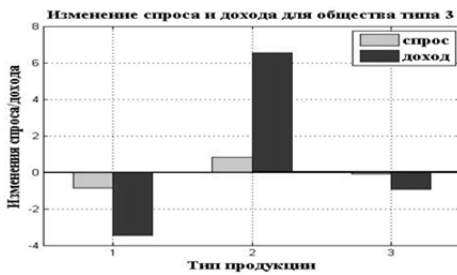


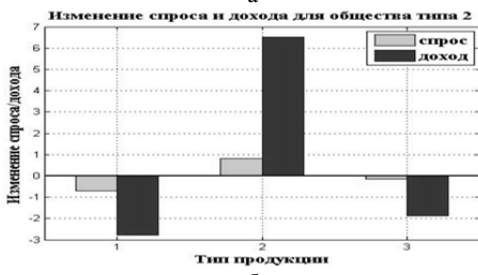
Рис. 5. Зміни прибутків для $\varphi(t=3)$

Інтегровані за усіма типами продукції збитки становлять 17% та 27%. Для зниження збитків раціональною поведінкою підприємства буде зниження цін, наприклад, для частки товарів з типу 3 з переведенням їх до типу 2. У цьому випадку збільшуються параметри α_2, α_2 функції корисності, які відображують суб'єктивні та об'єктивні оцінки товару другої категорії і ведуть до суттєвого підвищення попиту на цей товар.

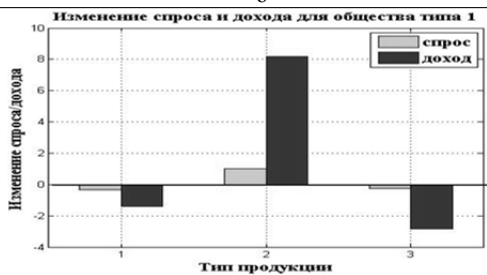
Розрахунки для варіанту $\alpha_2=(1,5,1)$ і підвищення α_2 з 0.5 до 0.6 продемонстрували, що такий шаг призводить до зниження збитків. На рис. 6 а,б,в наведено дані змін у попиті та доходах для усіх трьох типів розподілу доходів споживачів, які підтверджують цей факт.



а



б



в

Рис. 6. Зміни у попиті та доходах при переведенні частки товарів з третьої до другої категорії: а – $\varphi(t=1)$, б – $\varphi(t=2)$, в – $\varphi(t=3)$

У порівнянні з базовим варіантом, який представлено на рис. 1, за розрахунками інтегрованих доходів для кожного варіанту бюджетного стану споживачів ($\varphi(t=1), \varphi(t=2), \varphi(t=3)$) зазначаємо, що доходи підприємства зростають на 3.4%, 1.6%, 1.8% відповідно.

Розглянемо вирішене завдання для випадку неперервних функцій і процесів. Як і у передньому випадку для споживача цілком є максимізація його, тепер вже функціоналу корисності F , значення якого залежить від шуканої функції попиту $m(p)$, з урахуванням бюджету b та мінімальної норми споживання \underline{m} , з чого припускаємо, що він має вирішити завдання варіаційного обчислення:

$$F = \int_P f(m(p), p, b) dp \xrightarrow{m(p)} \max (6)$$

$$\int_P m(p) p dp \leq b,$$

$$\int_P m(p) dp \geq \underline{m},$$

де: $m(p)$ - об'єм попиту, $f(\bullet)$ - функція корисності, яка для стандартних ситуацій повинна мати якості

$$\frac{\partial f}{\partial m} > 0, \frac{\partial^2 f}{\partial m^2} < 0,$$

p - ціна, $p \in P = [p, \bar{p}]$, $b \in B = [b, \bar{b}]$, $\underline{p}, \underline{b}$ та \bar{p}, \bar{b} - нижня та верхня межі для ціни і бюджету. Для існування рішення завдання (6) потрібно виконання умови:

$$\int_P m \delta(p - \underline{p}) p dp \leq b \Leftrightarrow \underline{m} \underline{p} \leq b,$$

де $\delta(p - \underline{p})$ - функція Дірака. Ця умова відповідає можливості забезпечити себе найбільшій верстві населення.

Якщо ввести штучні змінні для обмежень у (6):

$$y_1(p) = \int_{\underline{p}}^p m(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon, \quad y_2(p) = \int_{\underline{p}}^p m(\varepsilon) d\varepsilon \quad (7)$$

та побудувати функцію Лагранжа:

$$L(m(p), \psi_1, \psi_2) = f(m(p), p, b) + \psi_1 \left(m(p) p - \frac{dy_1}{dp} \right) + \psi_2 \left(m(p) - \frac{dy_2}{dp} \right) \quad (8)$$

то система рівнянь Ойлера-Лагранжа для варіаційної задачі буде мати вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial m} + \psi_1 p + \psi_2 = 0,$$

$$\frac{dy_1}{dp} = m(p)p, y_1(\underline{p}) = 0, y_1(\bar{p}) = b \quad (9)$$

$$\frac{dy_2}{dp} = m(p), y_2(\underline{p}) = 0, y_1(\bar{p}) \geq \underline{m},$$

$$\psi_1 = const, \psi_2 = const.$$

Рішенням завдання (9) є функція споживання $m(p, b)$ [5], що є поверхнею над площиною (p, b) (рис. 7), на якій лінії для $b = const$ відображують функції попиту для конкретних бюджетів.

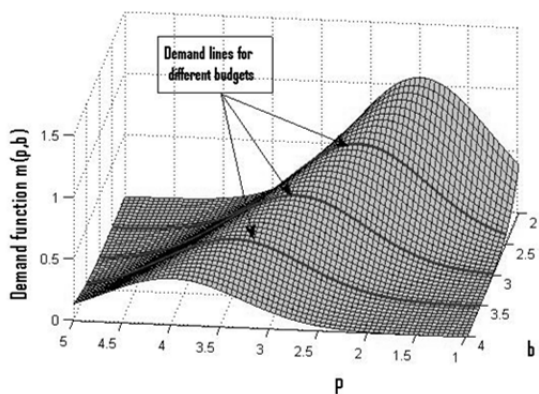


Рис. 7. Графік функції попиту $m(p, b)$

Очевидно, що у кожній конкретній соціально-економічній ситуації в суспільстві (у зазначеному регіоні) існує функція щільності розподілу доходів, а з цим і бюджетів b для виділеного типу товарів: $\varphi(b)$, $b \in B$, такої, що $\int_B \varphi(b)db = 1$, $\varphi(b) \geq 0$. Одноразово слід враховувати, що для варіації $\delta\varphi(b)$ повинні виконуватися умови (див. рис. 7):

$$\int_B \delta\varphi(b)db = 0, \varphi(\underline{b}) = \varphi(\bar{b}) = 0.$$

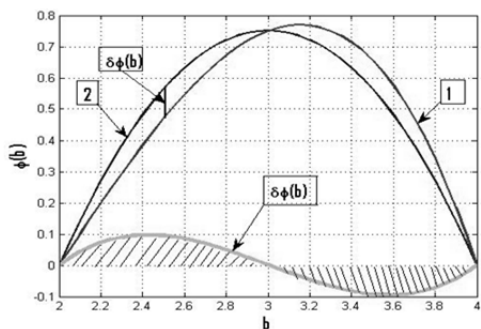


Рис. 8. Графік функції щільності розподілу доходів та її варіації

Тоді інтегрований по регіону попит на товари буде задаватися виразом:

$$M(p) = n_0 \int_B m(p, b)\varphi(b)db,$$

де n_0 - чисельність споживачів у регіоні.

Якщо припустити, що у даний момент асортимент продукції адаптовано до ситуації в регіоні, то зміни у розподілі доходів (варіація $\delta\varphi(b)$) призведуть до варіації у інтегрованому попиті (рис. 9):

$$\delta M(p) = n_0 \int_B m(p, b)\delta\varphi(b)db,$$

і, як наслідок, до змін у доходах підприємства у всьому діапазоні цін:

$$\delta Q = \int_P \delta M(p)pdp,$$

або для виділеного діапазону цін $p \in [p_1, p_2]$ (дешевих, помірних, дорогих):

$$\Delta Q(p_1, p_2) = \int_{p_1}^{p_2} \delta M(p)pdp.$$

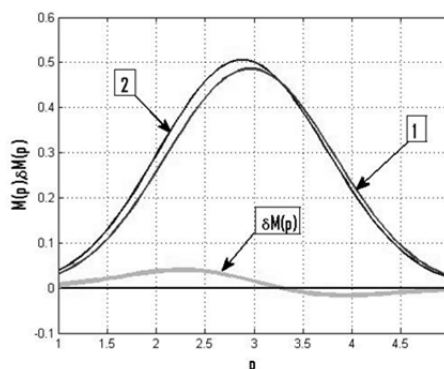


Рис. 9. Графіки інтегрованого попиту та його варіації

Для отримання адекватних результатів розрахунків, перш за все, необхідне досконале вивчення поведінки споживачів, їх реакції на зміни у пропозиціях підприємства та у зовнішньому середовищі. Маркетингова служба підприємства повинна активізувати інформаційну підтримку як споживачів, так і аналітичної служби підприємства для визначення основних якостей функції корисності та переваг.

Наявність статистичної та аналітичної інформації для побудови функцій $\varphi(b)$ та $f(m(p))$ дає змогу, завдяки запропонованим моделям, планувати раціональний асортимент і постачання товарів, а також обрати ефективну цінову та рекламну політику для конкретного підприємства.

Висновки. В роботі розглянуто проблеми формування раціонального асортименту торгового підприємства для визначеного типу взаємозамінних товарів. Розроблено моделі для дискретного та неперервного випадків підходу до оцінки та аналізу

функції попиту та вартісних показників. На чисельних прикладах продемонстровано варіанти можливих змін у прибутках підприємства та існуючі шляхи стабілізації економічних показників у нестабільному соціальному середовищі. Потребує подальшого дослідження і побудова адекватних функцій корисності, які відображають основні рефлексії споживачів на соціальні і цінові зміни, та розробка ефективних чисельних методів рішення завдання для неперервного випадку.

Література

1. Лозюк В. Н. Методика анализа ассортимента на основе применения моделей оптимизации / В. Н. Лозюк. // Маркетинг и менеджмент инноваций. – 2011. – С. 90–95.
2. Чекаданова М. В. Моделирование и анализ товарного портфеля торговой фирмы : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. ек. наук / Чекаданова М. В. – Москва, 2000. – 18 с.
3. Юрова Н. А. Инструменты и методы управления ассортиментом товаров в ритейле / Н. А. Юрова. // Вестник Сибирского гос. аэрокосмического ун-та им. ак-ка М.Ф.Решетнева. – 2010. – С. 165–170.
4. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник / В. В. Вітлінський ; КНЕУ. – Київ, 2003. – 408 с.
5. Сюдсетер К. Справочник по математике для экономистов / К. Сюдсетер, А. Стрем, П. Берк. – СПб: Экономическая школа, 2000. – 229 с.

References

1. Loziuk V. N. Metodyka analiza assortymenta na osnove pryumeneniya modelei optymyzatsyy / V. N. Loziuk. // Marketynh y menedzhment ynnovatsyi. – 2011. – S. 90–95.
2. Chekadanova M. V. Modelyrovanye y analiz tovarnoho portfelia torhovoі fymty : avtoref. dys. na zdobuttia nauk. stupenia kand. ek. nauk / Chekadanova M. V. – Moskva, 2000. – 18 s.
3. Iurova N. A. Ynstrumenty y metody upravleniya assortymentom tovarov v ryteile / N. A. Yurova. // Vestnyk Sybyrskoho hos. aэrokosmycheskoho un-ta ym. ak-ka M.F.Reshetneva. – 2010. – S. 165–170.
4. Vitlynskyi V.V. Modeliuvannia ekonomiky: navch. posibnyk / V. V. Vitlynskyi ; KNEU. – Kyiv, 2003. – 408 s.

5. Siudseter K. Spravochnyk po matematyke dlia ekonomystov / K. Siudseter, A. Strem, P. Berk. – SPb: Ekonomycheskaia shkola, 2000. – 229 s.

Истомин Л.Ф., Макаренко М.Б. Модели анализа и управления ассортиментом торгового предприятия

В работе рассмотрены проблемы формирования рационального ассортимента торгового предприятия для определенного типа взаимозаменяемых товаров. Разработаны модели для дискретного и непрерывного случаев подхода к оценке и анализу функции спроса и стоимостных показателей. На многочисленных примерах продемонстрированы варианты возможных изменений в доходах предприятия и существующие пути стабилизации экономических показателей в нестабильной социальной среде.

Ключевые слова: моделирование экономики, функция полезности задача потребителя, вариационное исчисление, оптимизация, уравнение Эйлера-Лагранжа, ассортимент.

Istomin L.F., Makarenko M.B. Models for analysis and control of a trade company assortment

This research paper addresses problems related to formation of optimal range of certain group of alternative products for a trading company. Independent models for discrete and continuous approaches to evaluation and analysis of the demand function and cost indicators have been developed. Numerous examples illustrate possible changes in company earnings and the existing ways for stabilizing economic indicators in an unstable social environment.

Key words: modelling of economic system, utility function, consumer problem, variational calculation, optimization, the Euler-Lagrange equation, assortment.

Истомин Л.Ф. – к.т.н., доцент, доцент кафедры "Економіка та підприємництво" Східноукраїнського національного університету ім. В.Даля, e-mail: istominvl@mail.ru

Макаренко М.Б. – к.пед.н., доцент кафедри "Економіка та підприємництво" Східноукраїнського національного університету ім. В.Даля, e-mail: lehma@bk.ru

Рецензент: д.е.н., проф. **Чернявська Є.І.**

Стаття подана 15.01.2017.