

УДК 621.646-62-82

## ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ ПРИВОДОВ

Таванюк Т.Я., Николаенко А.П., Романченко А.В., Шумакова Т.А.

## ESTIMATION OF THE ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODELS OF CHARACTERISTICS OF ELECTROHYDRAULIC SERVO DRIVES

Tavanyuk T.Y., Nikolaenko A.P., Romanchenko A.V., Shumakova T.A.

*В работе представлен автоматизированный стенд экспериментальных исследований статических и динамических характеристик электрогидравлических следящих приводов технологического оборудования. Рассмотрена методика проведения эксперимента и проверки адекватности математических моделей характеристик приводов.*

**Ключевые слова:** адекватность, математическая модель, динамические характеристики, экспериментальные исследования.

### Постановка проблемы.

Проектирование высокотехнологического оборудования требует разработки адекватных математических моделей рабочих процессов, протекающих в них. В общем случае характеристики рабочих процессов являются нестационарными или периодически изменяются во времени.

Математическая модель никогда не бывает тождественна рассматриваемому объекту, не передает всех его свойств и особенностей. Она является приближенным описанием объекта и носит всегда приближенный характер. Точность соответствия определяется степенью соответствия, адекватности модели и объекта.

### Анализ исследований и публикаций.

Аналитические методы определения статических и динамических характеристик электрогидравлических следящих приводов технологического оборудования не получили еще широкого распространения в связи со сложностью. На данный момент наиболее приемлемыми являются методы экспериментального определения динамических характеристик. Кроме того, полученные аналитически математические модели требуют проверки адекватности, которая может быть выполнена только на основе экспериментальной проверки [1].

Проверка адекватности математических моделей, как правило, осуществляется сопоставлением расчётных и экспериментальных

характеристик (величин, зависимостей), степень расхождения которых должна удовлетворять определённым критериям [2,3].

Проведение динамических испытаний является более трудоёмким процессом, чем статических, и получение достоверных сведений о динамических свойствах является более сложной задачей [8-10]. Это связано с корректным выбором испытательного сигнала, его реализацией при проведении эксперимента, оценкой динамической погрешности измерений и т.д. В полной мере отмеченные трудности относятся к исследованию динамических характеристик электрогидравлических следящих приводов технологического оборудования.

**Целью работы** является разработка автоматизированного стенда экспериментальных исследований статических и динамических характеристик электрогидравлических следящих приводов технологического оборудования, а также методики проведения эксперимента и проверки адекватности математических моделей характеристик приводов.

### Результаты исследования.

Автоматизированный стенд экспериментальных исследований (АСЭИ) состоит из следующих основных узлов:

1. Электрогидравлический усилитель (ЭГУ), объединяющий электромеханический преобразователь (ЭМП), гидравлический усилитель (ГУ), распределительный и блокирующий золотники.

2. Гидравлический исполнительный орган, выполненный в виде гидроцилиндра с кривошипно-шатунным механизмом.

3. Устройство маслоснабжения, состоящее из электродвигателя, пластинчатого насоса, сетчатого фильтра, маслобака.

4. Механизм местного ручного управления, включающий приводной винт со штурвалом,

рукоятку переключателя, указатели положения, вал с кулачками.

5. Электрический датчик обратной связи дифференциально-трансформаторного типа с выпрямителем.

6. Контрольно-регулирующие устройства (манометр, дроссели, предохранительные клапаны, реле давления).

Все узлы собраны на плите, установленной на маслобаке, который одновременно является несущей конструкцией. Давление питания не менее 2 МПа, максимальный рабочий угол порота  $90^\circ$ , пределы изменения величины напряжения управления  $0 \dots 48$  В, рабочая жидкость - масло «индустриальное 20» или «турбинное 22».

Привод может работать в режимах автоматического, дистанционного и местного ручного управления.

При автоматическом или дистанционном управлении на вход АСЭИ (ЭМП 26, рис. 1) от электронного регулирующего блока (ЭРБ) подается аналоговый сигнал в виде двух напряжений постоянного тока. При появлении сигнала небаланса (входные напряжения на катушках различны) сердечник под действием разности электромагнитных сил переместится. Величина перемещения сердечника 25 пропорциональна сигналу небаланса, а направление перемещения определяется знаком этого сигнала. Сердечник 25 ЭМП жестко связан с управляющей иглой 22 гидравлического усилителя мощности.

При перемещении управляющей иглы изменяются зазор и потери в нем, а следовательно, и давление в камере 20. Нарушается равновесие, и золотник 17 тоже перемещается до нового положения равновесия. Причем величина и направление смещения золотника 17 точно такие же, как и иглы 22, т.е. золотник следит за движением иглы.

При отсутствии сигнала небаланса на ЭМП сердечник 25 и игла 22 занимают среднее положение равновесия, при котором золотник 17 перекрывает каналы 39 и 40, ведущие исполнительного механизма 51. Поршень 49 неподвижен. При появлении сигнала небаланса на ЭМП золотник 17 смещается, и масло под давлением поступает в одну из полостей гидроцилиндра 51, а с другой сливается в бак. Поршень приходит в движение. Скорость его движения зависит от величины смещения золотника 17, степени открытия дросселя 14 и давления после насоса, устанавливаемого и поддерживаемого переливным клапаном 10 (он же предохранительный клапан всей системы). Для контроля давления в гидросистеме служит манометр М. Движение поршня через шатун 45 и кривошип 44 передается на вал 47, а через рычаг 41- на регулирующий орган.

Таким образом, осуществляется преобразование входного электрического сигнала в механическое воздействие привода на

регулирующий орган при значительном усилении мощности.

Питание электромагнита осуществляется через микровыключатель МВ, переключение контактов 5 и 6 которого производится с помощью реле давления 7.

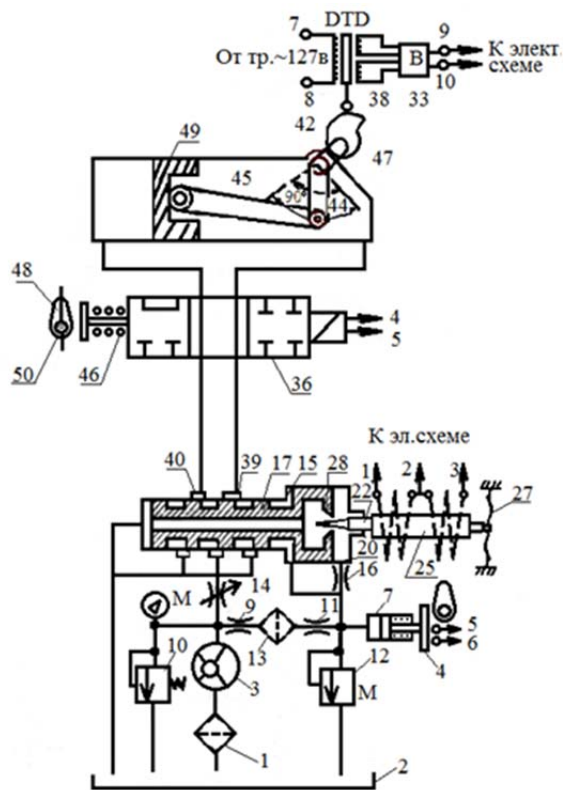


Рис. 1. Гидравлическая схема АСЭИ

Для подачи в ЭРБ электрического сигнала обратной связи служит дифференциально-трансформаторный датчик (ДТД) 35 с выпрямителем 33 (рис.1.). Сигнал датчика в пределах  $\pm 12$ В используется в ЭРБ для формирования закона регулирования, а также для подачи информации оператору о положении выходного рычага 41, а, следовательно, и регулирующего органа.

В АСЭИ управление приводом осуществляется дистанционно от специального электронного регулирующего блока ЭРБ, состоящего из блока питания, задатчика и усилителя. Таким образом, гидравлический привод будет обрабатывать входной электрический сигнал. Величина угла поворота выходного рычага 41 привода, направление его вращения и время движения (время обработки сигнала) определяются, во-первых, величиной и знаком сигнала управления и, во-вторых, конструктивными и динамическими данными привода и объекта регулирования.

АСЭИ предусматривает возможность получения статических характеристик, частотных (амплитудной частотной и фазовой частотной) и переходной характеристик привода. Для этого АСЭИ включает генератор входных испытательных

сигналов, подаваемых на вход ЭРБ, и регистрирующую аппаратуру - лучевой И-6 и шлейфовый Н-700 осциллографы.

Таким образом, экспериментальная установка и контрольно-измерительная аппаратура позволяет создавать переменные входные испытательные сигналы и регистрировать динамические характеристики привода оборудования

Одной из задач при проведении эксперимента является выбор испытательного сигнала [1, 8, 9]. Испытательный сигнал является одним из компонентов метода исследования (метода идентификации) и свойства сигнала при заданных требованиях к результату исследования определяются выбранным методом.

Требования к параметрам испытательных сигналов выражаются в требовании к их точностным и временным (спектральным) свойствам.

Характеристические сигналы можно рассматривать как предельные для семейства реальных сигналов при уменьшении (увеличении) некоторых параметров. Например, единичный ступенчатый сигнал может быть представлен как предел для сигнала с монотонным нарастанием и единичным установившимся значением, при стремлении к нулю фронта нарастания:

$$x(t, \Delta) = \begin{cases} t / \Delta, & 0 \leq t \leq \Delta; \\ 1, & t > \Delta, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Delta$  - длительность фронта нарастания.

Другим приближением ступенчатого сигнала является сигнал с экспоненциальным нарастанием:

$$x(t) = (1 - \exp(-bt)), \quad (2)$$

где  $b=1/T_2$ ;  $T_2$  - постоянная времени входного сигнала.

Анализ характеристических сигналов, приведенных выше, с точки зрения простоты организации, точности воспроизведения и спектральных свойств показал, что для проводимых исследований наиболее подходящим сигналом является ступенчатый [1].

Немаловажным обстоятельством является также то, что в этом случае среднеквадратичная и максимальная погрешности преобразования любого монотонного ограниченного сигнала не превосходит соответствующих погрешностей преобразования ступенчатого сигнала. Поэтому, если исследуемая модель нестационарного рабочего процесса в приводе будет адекватна при испытаниях на ступенчатое воздействие, она заведомо будет адекватно описывать этот процесс и при любых других монотонных воздействиях, имеющих место на практике.

При исследовании динамических характеристик привода, кроме ступенчатого сигнала, в качестве испытательного сигнала использовался и гармонический сигнал. Это объясняется тем, что одними из наиболее важных характеристик привода оборудования являются его частотные характеристики.

Считаем гипотезу о нормальном распределении погрешностей выполненной.

Вычисляем наиболее вероятное среднее арифметическое значение:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3)$$

где  $n$  – число параллельных опытов (не менее пяти);  $x_i$  – значение измеряемой величины в  $i$ -ом опыте.

Среднеквадратичное отклонение результатов измерений:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (4)$$

Обнаружение грубой погрешности осуществлялось при помощи критерия Граббса:

$$t_r = \frac{|x_n - \bar{x}|}{S_n}, \quad (5)$$

где  $x_n$  – проверяемое значение.

Если значение критерия Граббса больше табличного [5], то измерение отбрасывалось и повторно вычислялись  $\bar{x}$  и  $S_n$ .

Число параллельных опытов невелико, поэтому случайная ошибка

$$\Delta x_c = \frac{t_n S_n}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

где  $S_n$  - критерий Стьюдента при числе опытов  $n$  и доверительной вероятности  $\alpha$  (доверительная вероятность принималась, равной 0,95).

Суммарная ошибка  $\Delta x$  находилась в зависимости от случайной и систематической:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{t_n S_n}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{\delta t_\infty}{3}\right)^2}, \quad (7)$$

где  $t_\infty$  - значение критерия Стьюдента при  $n \rightarrow \infty$ ;  $\delta$  - систематическая погрешность прибора.

В большинстве случаев измеряется не непосредственно интересующая нас величина, а

другая, зависящая от нее тем или иным образом. Такие измерения называются косвенными (в отличие от прямых, при которых определяемая величина измеряется непосредственно). К ним в наших опытах относились, в частности, статические характеристики элементов и устройств привода. В общем случае непосредственно измеряемые величины  $X_1, X_2, \dots, X_k$  будем считать аргументами, косвенно измеряемую величину функцией

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (8)$$

Среднее значение косвенно измеряемой величины находим как

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k), \quad (9)$$

где  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$  – среднеарифметические значения непосредственно измеряемых величин.

Учитывая, что погрешности непосредственно измеряемых величин взаимонезависимы и малы по сравнению с измеряемыми величинами, разложим функцию в ряд Тейлора. Ограничившись первым членом ряда и используя закон сложения случайных погрешностей, можно получить выражение для определения величины доверительного интервала погрешности косвенно измеряемой величины:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad (10)$$

где  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  – частные производные к переменным  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ .

Подразумевается, что доверительная вероятность для доверительных интервалов погрешностей измерений одна и та же, поэтому доверительная вероятность доверительного интервала погрешности косвенного измерения также равна  $\alpha$ .

Граница относительной погрешности косвенного измерения:

$$\bar{\Delta y} = \frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (11)$$

Так как  $\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \ln f \Delta x_i$ , то

$$\begin{aligned} \bar{\Delta y} &= \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \ln f \Delta x_i \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left( \frac{\partial}{\partial x_1} \ln f \Delta x_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial x_2} \ln f \Delta x_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \ln f \Delta x_k \right)^2} \end{aligned}$$

Для проверки адекватности моделей выбран критерий Фишера [3]

$$F_e = \frac{S_{ad}^2}{S_e^2}, \quad (12)$$

представляющий собой отношение двух дисперсий – воспроизводимости и адекватности.

Дисперсия воспроизводимости [3]:

$$S_e^2 = \sum_{i=1}^n \frac{S_{ni}^2}{n}, \quad (13)$$

где  $S_{ni}^2$  – среднеквадратичное отклонение при измерении  $i$ -го результата.

Рассеяние экспериментальных точек относительно расчетных характеризуется остаточной дисперсией или дисперсией адекватности [4]

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - y_{pi})^2}{m-l-1}, \quad (14)$$

где  $y_{pi}$ ,  $y_i$  – расчетные и экспериментальные значения;

$m$  – число сравниваемых значений;

$l$  – число коэффициентов, определенных по опытным данным.

Теоретическая зависимость полагается адекватной опытной, если полученное экспериментальное значение критерия Фишера  $F_e$  меньше табличного  $F_{табл}$ , выбираемого по числу степеней свободы числителя и знаменателя, а также доверительной вероятности  $\alpha$

$$F_e < F_{табл}.$$

На разработанном АСЭИ и с использованием предложенной методики проведены экспериментальные исследования и подтверждена адекватность нелинейной математической модели привода оборудования, представленной в работах [6,7].

На рис. 2 представлены опытные данные и переходной процесс перемещения выходного звена привода и сопоставлены опытные данные и

безразмерная амплитудная частотная характеристика. Экспериментальные значения критерия Фишера (менее 1,2) не превышали табличных значений. Поэтому разработанные модели динамических характеристик можно считать адекватными и положить в основу дальнейших исследований.

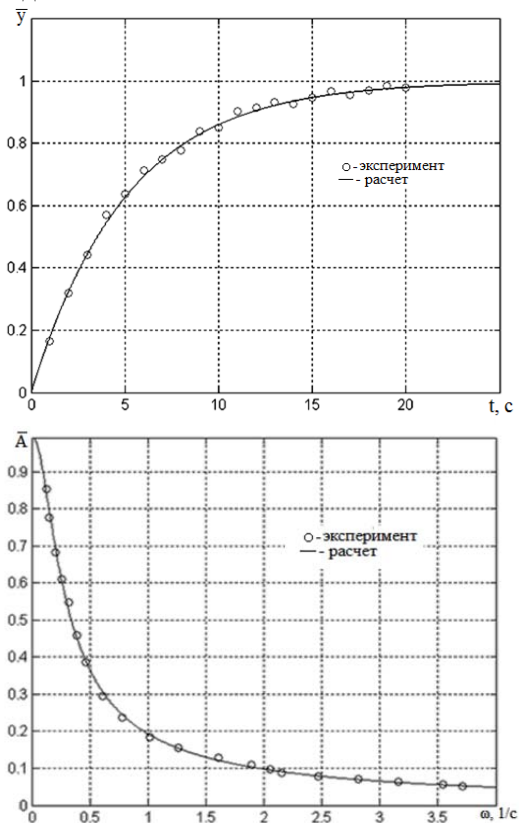


Рис. 2. Опытные данные и расчетная зависимость переходного процесса и амплитудной частотной характеристики

### Выводы.

В ходе работы был разработан автоматизированный стенд экспериментальных исследований статических и динамических характеристик электрогидравлических следящих приводов технологического оборудования. Представлена методика проведения эксперимента и проверки адекватности математических моделей характеристик приводов.

### Литература

1. Балакирев В.С. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления/Балакирев В.С., Дудников В.Г., Цирлин А.М. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
2. Горский В.Г. Планирование промышленных экспериментов / В.Горский, Ю.Адлер. – М.: Metallurgy, 1974. – 264 с.
3. Алиев Т.А. Экспериментальный анализ / Алиев Т.А. – М.: Машиностроение, 1991. – 272 с.

4. Кринецкий И.И. Основы научных исследований/ Кринецкий И.И. – К.: Вища шк., 1981. – 210 с.
5. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента. – М.: Мир, 1980. – 612 с.
6. Соколов В.И. Определение передаточных функций электрогидравлического следящего привода оборудования для обработки давлением / В.И. Соколов, Т. Я. Таванюк // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – 2011. – № 1 (155). – Ч.1. С. 130-135.
7. Соколова Я.В. Нелинейная математическая модель электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием/ Соколова Я.В., Тванюк Т.Я., Соколов В.И. // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – 2010. – № 10(152). – С. 168 – 175.
8. Кроль О.С., Шевченко С.В., Соколов В.И. Проектування металорізальних верстатів у середовищі АРМ WinMachine. – Луганськ: СНУ ім. В. Даля. – 2011. – 388 с.
9. Соколов В.И., Кроль О.С., Єфіфанова О.В. Гідравліка. – Северодонецьк: СНУ ім. В. Даля. – 2017. – 160 с.
10. Кроль О.С., Шумакова Т.О., Соколов В.И. Проектування зуборізних інструментів за допомогою системи КОМПАС. – Луганськ: СНУ ім. В. Даля. – 2013. – 142 с.

### References

1. Balakirev VS Experimental determination of dynamic characteristics of industrial control objects / Balakirev VS, Dudnikov VG, Tsirlin AM - Moscow: Energia, 1967. - 232 p.
2. Gorsky V.G. Planning industrial experiments / V. Gorsky, J. Adler. - Moscow: Metallurgy, 1974. - 264 p.
3. Aliev TA Experimental analysis / Aliev TA - M.: Mechanical Engineering, 1991. - 272 p.
4. Krinetsky I.I. Fundamentals of Scientific Research / Krinetsky I.I. - K.: Viща шк., 1981. - 210 with.
5. Johnson N. Statistics and experiment planning in engineering and science: Methods of experiment planning. - Moscow: Mir, 1980. - 612 p.
6. Sokolov V.I. Determination of the transfer functions of the electrohydraulic servo drive of pressure treatment equipment / V.I. Sokolov, T. Ya. Tavanyuk // News of the Sci-Dokuukrainian National University. Volodymyr Dahl. - 2011. - No. 1 (155). - P.1. Pp. 130-135.
7. Sokolova Ya.V. Nonlinear mathematical model of electrohydraulic servo drive with throttle control / Sokolova Ya.V., Tvaniuk T.Ya., Sokolov V.I. // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. - 2010. - No. 10 (152). - P. 168 - 175.
8. Krol O., Shevchenko S.V., Sokolov V. Design machine tools in environment APM WinMachine. V. Dahl EUNU, Lugansk, 2011.
9. V. Sokolov, O. Krol, O. Yefifanova. Hydraulics. V. Dahl EUNU, Severodonetsk, 2017.
10. Krol O., Shumakova T., Sokolov V. Design metal cutting instruments by dint of system of KOMPAS. V. Dahl EUNU, Lugansk, 2013.

Таванюк Т.Я., Ніколаєнко А.П., Романченко О.В.  
Шумакова Т.О. Оцінка адекватності математичних моделей характеристик електрогидравлических слідуючих приводів.

*У роботі представлений автоматизований стенд експериментальних досліджень статичних та динамічних характеристик електрогідролічних слідкуючих приводів технологічного обладнання. Розглянута методика проведення експерименту та перевірки адекватності математичних моделей характеристик приводів.*

**Ключові слова:** адекватність, математична модель, динамічні характеристики, експериментальні дослідження.

**Tavanyuk T.Y., Nikolaenko A.P., Romanchenko A.V., Shumakova T.A. Estimation of the adequacy of mathematical models of characteristics of electrohydraulic servo drives.**

*In work the automated stand of experimental researches of static and dynamic characteristics of electrohydraulic servo drives of the process equipment is presented. The technique of carrying out the experiment and testing the adequacy of the mathematical models of the drive characteristics is considered.*

**Key words:** adequacy, mathematical model, dynamic characteristics, experimental studies.

**Таванюк Тетяна Яківна** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк).  
[ttavanyuk@gmail.com](mailto:ttavanyuk@gmail.com)

**Ніколаєнко Ганна Павлівна** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк).  
[apnikolaenko@gmail.com](mailto:apnikolaenko@gmail.com)

**Романченко Олексій Володимирович** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк).  
[alexvromanchenko@gmail.ru](mailto:alexvromanchenko@gmail.ru)

**Шумакова Тетяна Олександрівна** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк).  
[shumakovatania@gmail.com](mailto:shumakovatania@gmail.com)

*Рецензент:* д.т.н., проф. **Харламов Ю.О.**

Стаття подана 20.09.2017