УДК: 004.9

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ФОРДА-ФАЛКЕРСОНА ДЛЯ КАРТИ ДОРІГ МІСТА СЄВЄРОДОНЕЦЬК

Деркач М.В., Хишев В.О.

THE APPLICATION OF THE FORD-FALKERSON ALGORITHM FOR THE CITY MAP OF SEVERODONETSK

Derkach M., Hyshev V.

У статті розглянуто питання щодо визначення максимального потоку в транспортній мережі за допомогою алгоритму Форда-Фалкерсона на прикладі міста Сєвєродонецька. Приведено безпосередньо сам алгоритм і його практичне застосування. Виконано пошук максимально можливої пропускної здатності транспортної мережі міста, який надає можливість прийняти оптимальне рішення відносно розташування інформаційних табло на зупинках, що в свою чергу дозволяє знизити фінансові затрати міста, за рахунок розміщення інформаційних табло на найбільш навантажених ділянках дороги.

***Ключові слова**: транспортні мережі, алгоритм, максимальний потік, граф*

Вступ. В рамках концепції технології інтернету речей одним з найбільш перспективних напрямків є транспортна галузь, для дослідження якої досить часто застосовують графові моделі. Сучасна тенденція розвитку міст призводить до збільшення кількості транспортних засобів у мережах дорожнього руху. Внаслідок чого зростає потреба в організації раціонального підходу транспортних потоків. В зв'язку, з чим доцільно скористатися алгоритмом Форда-Фалкерсона, тому що даний алгоритм дозволяє визначити максимальний потік в транспортній мережі, розглядаючи карту доріг у вигляді графу.

Постановка проблеми. На практиці часто виникає проблема визначення максимального потоку деякої реальної мережі, в даному випадку транспортної мережі. Такого роду завдання вирішуються за допомогою алгоритмів, які працюють безпосередньо на мережах, їх суть зводиться до пошуку максимально можливої пропускної здатності мережі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Застосування алгоритму Форда-Фалкерсона в галузі транспортних мереж розглядалось в роботах Noraini Abdullah, Ting Kien Hua, Biyuan Yao, Jianhua Yin, Hui Zhou, Wei Wu, Максимей И.В., Сукач Е.И., Гируц П.Л. [1,2,3] та інших вчених. Однак і сьогодні, під час дослідження максимального потоку мережі виникає багато запитань.

Мета статті. Завдяки алгоритму Форда-Фалкерсона виявити максимально можливу пропускну здатність транспортної мережі міста Сєвєродонецьк.

Робота алгоритму полягає в знаходженні такої безлічі потоків по дугах, щоб величина $Q(v_s)$ була максимальною.

Розріз відокремлює v_s від v_t, якщо вершини v_s, v_t належать різним сторонам розрізу: $v_s \in V_s$, $v_t \in V_t$, $V = V_s \cup V_t$. Пропускною здатністю розрізу називається сума пропускних здатностей дуг розрізу, які починаються в V_s і закінчується в V_t:

$$c(S) = \sum_{e_j \in (V_s \to V_t)} c_j \qquad (1)$$

де $c(S)$ – пропускна здатність,

S – розріз.

Визначимо транспортну мережу міста Сєвєродонецьк за допомогою орієнтованого зв'язного графу без петель і паралельних ребр.

Мережа, зображена на рис. 1, складається з 7 вузлів і 9 дуг. Будемо розглядати потік від v_1 до v_7. Кожній дузі приписані два числа: перше - величина потоку по дузі, друге - пропускна здатність дуги. Величина цього потоку дорівнює 2. Дійсно,

$$\begin{aligned} &Q(v_1) = -1 - 2 = -3,\\ &Q(v_2) = -1-2+2 = -1,\\ &Q(v_3) = -2+1 = -1\\ &Q(v_4) = -1-2+2+1 = 0,\\ &Q(v_5) = -2+2+2 = 2,\\ &Q(v_6) = 1+1= 2,\\ &Q(v_7) = -1+2 = 1. \end{aligned} \qquad (2)$$

де $Q(v_s)$ - чистий потік з вершини v_s відносно потоку φ.

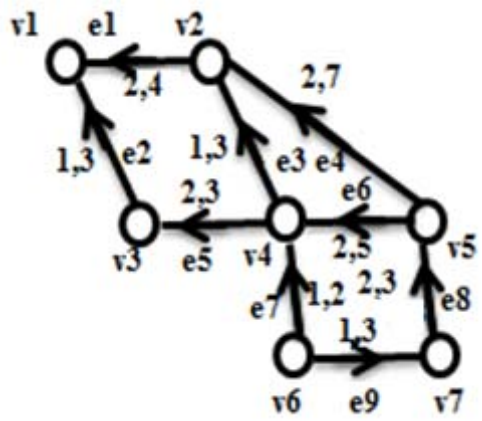

Рис. 1. Граф основної частини карти доріг міста Сєвєродонецьк

Систему рівнянь (2) можна записати у векторному вигляді $B\Phi = l$:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Phi = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} l = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

де B - матриця інцидентної розмірності $n \times m$, $\Phi = (\varphi(e_1) \ldots \varphi(e_m))^T$, $l = (0..0w0..0 - w0..0)^T$.

Алгоритм Форда-Фалкерсона починає роботу з відомого допустимого потоку φ. Потім розрахунки розвиваються у вигляді послідовності «розстановки позначок», кожна з яких призводить до потоку з більшою величиною, або ж завершується висновком, що розглянутий потік максимальний. Внаслідок виконання цих операцій був отриманий максимальний потік (рис. 2), величина якого $Q(v_s) = 3$.

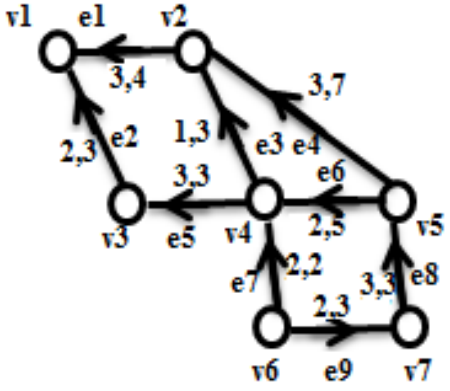

Рис. 2. Максимальний потік

Дуги (v_6, v_4) і (v_6, v_7), (v_7, v_5) утворюють мінімальний розріз. Множина позначених вершин утворює ту його сторону, яка містить джерело: $V_s = \{v_6\}$. Непомічені вершини утворюють іншу сторону розрізу, який містить стік: $V_t = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$. Побудований потік має вигляд $\varphi(e_9) = 2$, $\varphi(e_8) = 3$, $\varphi(e_4) = 3$, $\varphi(e_1) = 3$, $\varphi(e_2) = 2$, $\varphi(e_3) = 1$, $\varphi(e_5) = 3$, $\varphi(e_6) = 2$, $\varphi(e_7) = 2$.

Висновок. На сьогоднішній день у Сєвєродонецьку реалізовано проект КП «Сєвєродонецьке тролейбусне управління», технічне рішення та обслуговування вибрано з www.globalposition.org. Це безумовно видатний крок у розвитку Smart City. У стадії розробки знаходиться наступний крок, який передбачає виробництво інформаційних табло та розміщення їх на тролейбусних зупинках, відповідно до розглянутого в статті рішення. Дані для інформаційного табло заплановано брати за допомогою запитів до API завдяки бібліотеці Curl, що дозволить отримати доступ до сайту проекту.

Література

1. Максимей И.В. Определение интегрального максимального потока в региональной сети с помощью имитационного моделирования / И.В. Максимей, Е.И. Сукач, П.Л. Гируц // Математичні машини і системи. — 2008. — № 2. — С. 128 — 136.
2. Abdullah N. Using Ford-Fulkerson Algorithm and Max Flow-Min Cut Theorem to Minimize Traffic Congestion in Kota Kinabalu, Sabah / N. Abdullah, T. K. Hua // Journal of Information System and Technology Management (JISTM). – 2017. - № 2(4). - pp. 18-34.
3. Yao B. Path Optimization Algorithms Based on Graph Theory / B. Yao, J. Yin, H. Zhou, W. Wu // International Journal of Grid and Distributed Computing. – 2016. - Vol. 9, No. 6. - pp. 137-148.

References

1. Maksimej I.V. Opredelenie integral'nogo maksimal'nogo potoka v regional'noj seti s pomoshh'ju imitacionnogo modelirovanija / I.V. Maksimej, E.I. Sukach, P.L. Giruc // Matematichni mashini i sistemi. - 2008. - № 2. - P. 128 — 136.
2. Abdullah N. Using Ford-Fulkerson Algorithm and Max Flow-Min Cut Theorem to Minimize Traffic Congestion in Kota Kinabalu, Sabah / N. Abdullah, T. K. Hua // Journal of Information System and Technology Management (JISTM). – 2017. - № 2(4). - pp. 18-34.
3. Yao B. Path Optimization Algorithms Based on Graph Theory / B. Yao, J. Yin, H. Zhou, W. Wu // International Journal of Grid and Distributed Computing. – 2016. - Vol. 9, No. 6. - pp. 137-148.

Деркач М.В., Хышев В.А. Применение алгоритма Форда-Фалкерсона для карты дорог города Северодонецк

В статье рассмотрены вопросы определения максимального потока в транспортной сети с помощью алгоритма Форда-Фалкерсона на примере города Северодонецка. Приведен непосредственно сам алгоритм и его практическое применение. Выполнен поиск

максимально возможной пропускной способности транспортной сети города, который предоставляет возможность принять оптимальное решение относительно расположения информационных табло на остановках, что в свою очередь позволяет снизить финансовые затраты города, за счет размещения информационных табло на наиболее загруженных участках дороги.

Ключевые слова: *транспортные сети, алгоритм, максимальный поток, граф.*

Derkach M., Hyshev V. The Application of the Ford-Falkerson Algorithm for the City Map of Severodonetsk

The article is devoted to the discussion of the Ford-Falkerson algorithm, which allows determination of the maximum flow in the transport network by the example of Severodonetsk. As for the practical application, the maximum possible capacity of the urban transport network is searched, a formal description of the problem is given, the main part of the road map is presented in the form of an oriented connected graph without loops and parallel edges, a system of equations and an incidence matrix in vector form are given. In addition to the maximum flow, a minimum cut is determined. This is a preliminary stage, since the next step involves the placement of placards. Based on the results obtained, it is possible to adopt the optimal solution for the location of placards at city stops in the busiest parts of the road, which in turn allows reducing financial costs.

Keywords: *transport networks, algorithm, maximum flow, graph.*

Деркач М.В. – аспірант, асистент кафедри «Комп'ютерної інженерії» Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, e-mail: gln459@gmail.com

Хишев В.О. – студент, лаборант кафедри «Комп'ютерної інженерії» Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, e-mail: green.wrapper@gmail.com

Рецензент: к.т.н., доц. ***Татарченко Г.О.***

Стаття подана 11.09.2017