

УДК 621.9.048

**ПІДВИЩЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ВПЛИВУ КОЛИВНОГО РЕЗЕРВАРУ  
НА РОБОЧЕ СЕРЕДОВИЩЕ ПРИ ДОСЯГНЕННІ НЕОБХІДНОГО  
ТЕХНОЛОГІЧНОГО РЕЗУЛЬТАТУ ВІБРАЦІЙНОЇ  
ОЗДОБЛЮВАЛЬНО-ЗАЧИЩУВАЛЬНОЇ ОБРОБКИ**

**Міщук А.В.**

**INCREASING OF IMPACT INTENSITY OF OSCILLATING RESERVOIR  
ON WORKING MEDIUM WHEN ACHIEVING REQUIRED TECHNOLOGICAL  
RESULT OF VIBRATION FINISHING-GRINDING TREATMENT**

**Mitsyk A.**

*Дана оцінка ефективності вібраційної оздоблювально-зачивальної обробки і ступінь її залежності від впливу поверхонь резервуару на робоче середовище. Зазначено напрямки інтенсифікації процесу обробки абразивним середовищем в резервуарі, робочі поверхні якого забезпечують отримання інтенсивності динамічного впливу. Розроблено математичну модель руху резервуару. Отримано траєкторії руху центру мас і точок, розташованих на робочих поверхнях резервуару. Встановлено адекватність математичної моделі отриманим розрахунковим даними.*

**Ключові слова:** віброобробка, рух резервуару, робоче середовище, траєкторія центру мас, математична модель.

**Вступ.** Одним із сучасних способів фінішної обробки, що використовуються в технології машинобудування, є вібраційна оздоблювально-зачищувальна обробка вільним абразивним середовищем. Ефективність даного методу оцінюється ваговим зйомом металу з одиниці площі оброблюваної поверхні в одиницю часу і залежить від ступеня впливу робочих поверхонь (стінок і днища) резервуара на завантажене в нього робоче середовище [1, 2].

Отже, інтенсифікацію віброобробки доцільно здійснювати при виборі такої раціональної форми резервуару, яка для реальних траєкторій руху точок його робочих поверхонь забезпечує отримання інтенсивності динамічного впливу на робоче середовище [3].

**Мета роботи.** Запропонувати математичну модель інтенсифікації процесу обробки вільним абразивним середовищем в резервуарі виброверстату на основі аналізу траєкторій руху резервуару реального виброверстату в реальних умовах протікання процесу.

**Розробка математичної моделі.** Для виконання поставленої мети була розроблена математична модель руху резервуару, що дає можливість оцінити траєкторії руху його центру мас і точок, розташованих на робочих поверхнях. В теорії віброобробки відомі математичні моделі, спрямовані на вивчення впливу траєкторії руху резервуару, а також форми його поперечного перерізу, на ефективність процесу мікрорізання та пружнопластичного деформування широкої номенклатури деталей машинобудівних виробництв [4 – 9].

При побудові дійсної математичної моделі приймалися наступні припущення:

1. Резервуар і завантаження є єдиним абсолютно твердим тілом, в центрі мас якого зосереджена вся маса системи.
2. Положення центра мас системи не залежить від обертання дебалансів інерційного вібробуджувача.
3. Маса пружних елементів значно менше маси резервуару та його завантаження.
4. Повна жорсткість системи зосереджена в пружній підвісці резервуару та підкорюється закону Гука (*R. Hooke*), тобто прямо пропорційна переміщенню резервуару.
5. Розсіювання енергії в системі відбувається тільки в пружній підвісці резервуару. При цьому коефіцієнт дисипації, враховує розсіювання енергії при терті середовища об стінки резервуару, а також внутрішнє тертя в середовищі, вібробуджувачі і т.д.
6. Збуджуюча сила, що діє на систему, є гармонійною з постійною частотою та прикладена в одній точці.
7. Система має три ступені свободи.
8. За узагальнені координатні осі системи прийняті:

$X$  – координата переміщення центру мас уздовж осі  $OX$ ;

$Y$  – координата переміщення центру мас уздовж осі  $OY$ ;

$\Phi$  – кут повороту резервуара, відлічуваний від осі  $OX$ , проти годинникової стрілки.

Розрахункова схема (рис. 1) математичної моделі руху резервуару виброверстата, де:

$C_{xl}$ ,  $C_{yl}$ ,  $C_{xp}$ ,  $C_{yp}$  – жорсткість, відповідно, лівої та правої підвіски системи щодо осей  $OX$  та  $OY$ ;

$b_{xl}$ ,  $b_{yl}$ ,  $b_{xp}$ ,  $b_{yp}$  – коефіцієнт дисипації, щодо осей  $OX$  та  $OY$ , відповідно, лівої і правої підвіски;

$L_{lx}$ ,  $L_{px}$ ,  $L_{ly}$ ,  $L_{py}$  – відстань по осі  $OX$  та  $OY$  від центра мас системи до точок закріплення, відповідно, лівої та правої підвісок;

$L_{kx}$ ,  $L_{ky}$  – расстояние від вісі дебаланса до центра мас по осям  $OX$  и  $OY$ ;

$z_0$  – відстань від центра мас системи до точки прикладання збуджуючої сили, що діє на систему

$$z_0 = \frac{L_{py} L_{lx} + L_{ly} L_{px}}{L_{lx} + L_{px}};$$

$M^*$  – зведена коливальна маса системи:  $M^* = M + m_k$ , де  $M$  – маса резервуару та завантаження;  $m_k$  – маса дебалансів;  $I_0$  – момент інерції системи відносно центра мас;  $I^*$  – момент інерції системи, зведений до точки прикладання збуджуючого моменту

$$I^* = I_0 + Mz_0^2 + M_k \left[ L_{kx}^2 + (L_{ky} + z_0)^2 \right].$$

Динамічна модель має три ступені свободи ( $X, Y, \Phi$ ). Відомі геометричні параметри зв'язків: інерційні; жорсткісні; дисипативні характеристики системи та точка прикладання гармонійних збуджень з частотою  $\omega$ . Дана система описується рівнянням Лагранжа (*J.L. Lagrange*) другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial \Pi}{\partial q} = Fq, \quad (1)$$

де  $q$  – узагальнена координата, для нашого випадку  $q \in \{X, Y, \Phi\}$ ;  $T$  – кінетична енергія системи;  $\Pi$  – потенційна енергія системи  $\Pi = \frac{1}{2} \sum C \Delta^2$ ,  $\Delta$  – деформація пружини жорсткості  $C$ ;  $Fq$  – зовнішня узагальнена сила  $Fq = Qq - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}$ ,  $Qq$  – збуджуюча сила,  $\Phi$  – дисипативна функція Релея (*Rayleigh*),

$\Phi = -\sum b \dot{\Delta}$ ,  $\dot{\Delta}$  – швидкість деформації пружини з коефіцієнтом розсіювання  $b$ .

Для даної моделі:

$$T = \frac{1}{2} (M^* \dot{X}^2 + M^* \dot{Y}^2 + I^* \dot{\Phi}^2);$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[ C_{xl} (X - L_{ly} \Phi)^2 + C_{yl} (Y - L_{lx} \Phi)^2 + C_{xp} (X - L_{py} \Phi)^2 + C_{yp} (Y + L_{px} \Phi)^2 \right];$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ b_{xl} (\dot{X} - L_{ly} \dot{\Phi})^2 + b_{yl} (\dot{Y} - L_{lx} \dot{\Phi})^2 + b_{xp} (\dot{X} - L_{py} \dot{\Phi})^2 + b_{yp} (\dot{Y} - L_{px} \dot{\Phi})^2 \right].$$

Це прийнято вважаючи, що  $\sin \Phi \approx \Phi$ , тобто при розгляді малих змін кута  $\Phi$ .

Підставляючи значення величин  $T$ ,  $\Pi$ ,  $\Phi$  в рівняння (1) з урахуванням відповідних значень  $q \in \{X, Y, \Phi\}$ , отримаємо систему з трьох звичайних лінійних диференціальних рівнянь, що описують рух центру мас даної системи:

$$\begin{cases} M^* \ddot{X} + (b_{xl} + b_{xp}) \dot{X} - (b_{xl} L_{ly} + b_{xp} L_{py}) \dot{\Phi} + \\ \quad + (C_{xl} + C_{xp}) X - (C_{xl} L_{ly} + C_{xp} L_{py}) \Phi = Q_x; \\ M^* \ddot{Y} + (b_{yl} + b_{yp}) \dot{Y} + (b_{yp} L_{px} - b_{yl} L_{lx}) \dot{\Phi} + \\ \quad + (C_{yl} + C_{yp}) Y + (C_{yp} L_{px} - C_{yl} L_{lx}) \Phi = Q_y; \\ I^* \ddot{\Phi} - (b_{xl} L_{ly} + b_{xp} L_{py}) \dot{X} + (b_{yp} L_{px} - b_{yl} L_{lx}) \dot{Y} + \\ \quad + (b_{xl} L_{ly}^2 + b_{yl} L_{lx}^2 + b_{xp} L_{py}^2 + b_{yp} L_{px}^2) \dot{\Phi} - \\ \quad - (C_{xl} L_{ly}^2 + C_{xp} L_{py}^2) X + (C_{yp} L_{px} - C_{yl} L_{lx}) Y + \\ \quad + (C_{xl} L_{ly}^2 + C_{yl} L_{lx}^2 + C_{xp} L_{py}^2 + C_{yp} L_{px}^2) \Phi = Q_\Phi. \end{cases} \quad (2)$$

З теорії коливань [10 – 15] відомо, що рішення системи лінійних диференціальних рівнянь буде гармонійне, тобто визначені функції мають вигляд:

$$z = \bar{z} e^{i(\omega t + \alpha_z)}, \quad (3)$$

де  $\bar{z}$  – амплітуда координати;  $\alpha_z$  – фазовий кут зсуву від дійсної осі  $R_e$ , в момент часу  $t = 0$ .

Зі сказаного випливає:  $z = \bar{z} e^{i\omega t} e^{i\alpha_z}$ ,

$$z = \bar{z} e^{i\alpha_z} i\omega e^{i\omega t},$$

$$z = \bar{z} e^{i\alpha_z} i\omega i\omega e^{i\omega t} = -\omega^2 \bar{z} e^{i\alpha_z} e^{i\omega t},$$

де  $z \in \{X, Y, \Phi\}$ .

Зробивши підстановки в рівняння (2), отримаємо:

$$\left\{ \begin{aligned} & \bar{X}e^{i\alpha_x} \left[ (-M^* \omega^2 + C_{xl} + C_{xp}) + i\omega(b_{xl} + b_{xp}) \right] + \\ & + \bar{\varphi}e^{i\alpha_\varphi} \left[ -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{py}) - i\omega(b_{xl}L_{px} + b_{xp}L_{py}) \right] = Q_x; \\ & \bar{Y}e^{i\alpha_y} \left[ (-M^* \omega^2 + C_{yl} + C_{yp}) + i\omega(b_{yl} + b_{yp}) \right] + \\ & + \bar{\varphi}e^{i\alpha_\varphi} \left[ (C_{yp}L_{px} - C_{yl}L_{lx}) + i\omega(b_{yp}L_{px} + b_{yl}L_{lx}) \right] = Q_y; \\ & \bar{\varphi}e^{i\alpha_\varphi} \left[ (-I^* \omega^2 + C_{xl}L_{ly}^2 + C_{yl}L_{lx}^2 + C_{xp}L_{px}^2 + C_{yp}L_{py}^2) + \right. \\ & + i\omega(b_{xl}L_{ly}^2 + b_{yl}L_{lx}^2 + b_{xp}L_{py}^2 + b_{yp}L_{px}^2) \left. \right] + \\ & + \bar{X}e^{i\alpha_x} \left[ -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{py}) - i\omega(b_{xl}L_{ly} + b_{xp}L_{py}) \right] + \\ & + \bar{Y}e^{i\alpha_y} \left[ (C_{yp}L_{px} - C_{yl}L_{lx}) + i\omega(b_{yp}L_{px} - b_{yl}L_{lx}) \right] = Q_\varphi. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

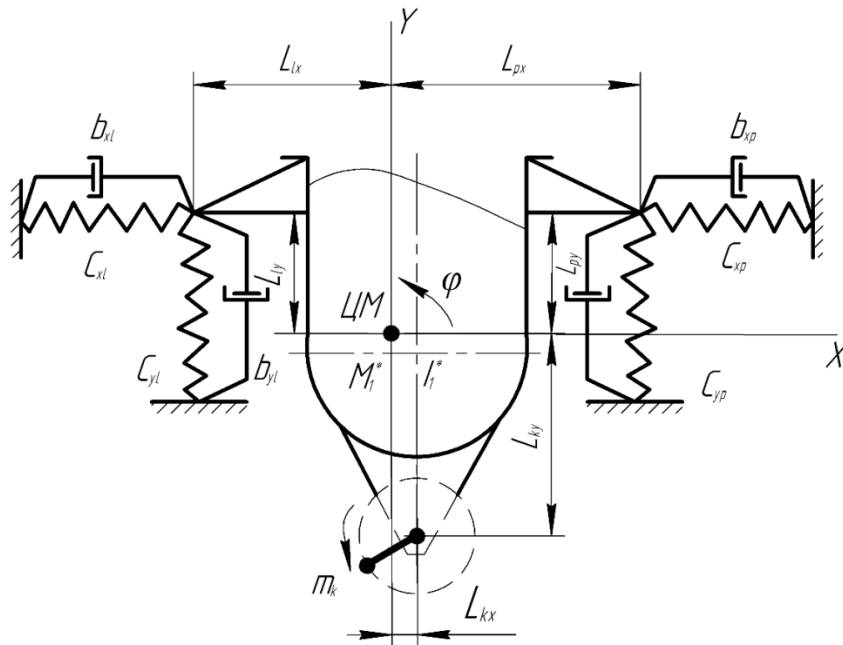


Рис. 1. Розрахункова схема математичної моделі руху резервуару виброверстату

У розглянутій задачі узагальнена сила, обумовлена динамічним збуренням дебаланса визначається виразом  $Q_z = m_k \ddot{\eta}_z$ , де  $z$  – узагальнена координата;  $\eta_z$  – проекція переміщення центру мас дебаланса на вісь  $z \in \{X, Y\}$ .

Так як збурення гармонійне, то  $\eta_z$  можна представити у вигляді:  $\eta_z = E_z e^{i(\omega t + \alpha_z)}$ , де  $E_z$  – проекція амплітуди збурення на вісь;  $\alpha_z$  – початкове відхилення узагальненої координати.

Вважаючи, що  $\alpha_x = 0$ , маємо:  $\eta_x = E_x e^{i\omega t}$ . Так як збурення  $\eta_y$  відстає від  $\eta_x$  на кут  $\pi/2$ , то  $\alpha_y = -\pi/2$ ,  $\eta_y = E_y e^{i(\omega t - \pi/2)}$ .

Виконавши підстановки, одержимо величину сили збурення:

$$\begin{aligned} Q_x &= m_k \ddot{\eta}_x = -\omega^2 E_x m_k e^{i\omega t}; \\ Q_y &= m_k \ddot{\eta}_y = -\omega^2 E_y m_k e^{-i\pi/2} e^{i\omega t}; \\ Q_\varphi &= Q_x (L_{ky} + z_0) + Q_y L_{kx} = -\omega^2 m_k \times \\ & \times \left[ E_x (L_{ky} + z_0) + E_y e^{-i\pi/2} L_{kx} \right] e^{i\omega t}. \end{aligned}$$

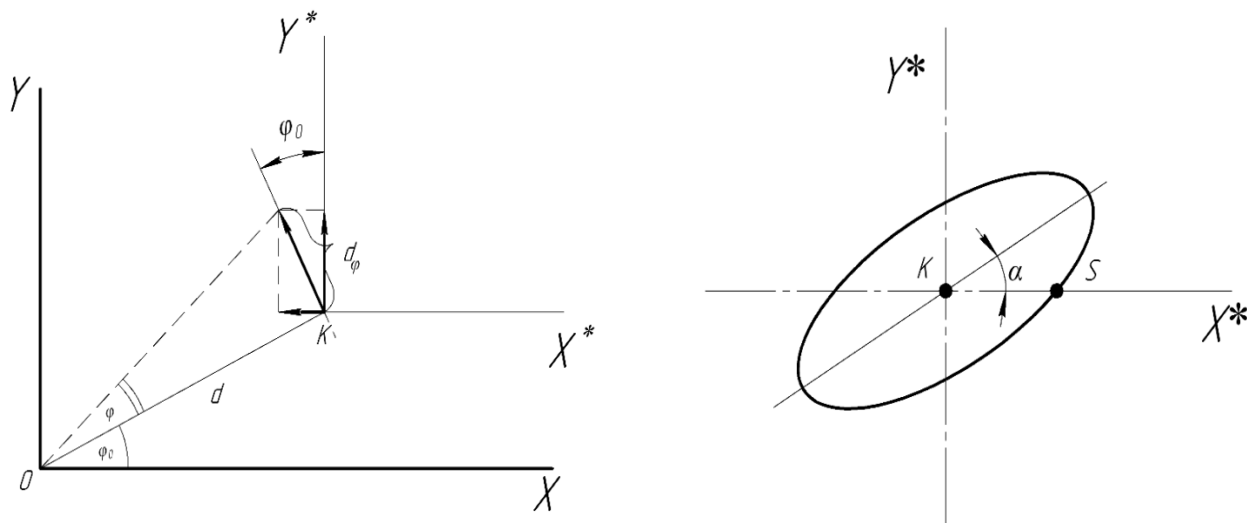


Рис. 2. Переміщення довільної точки «K»

Рівняння (4) приймуть вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}e^{i\alpha_x} \left[ (-M^* \omega^2 + C_{xl} + C_{xp}) + i\omega(b_{xl} + b_{xp}) \right] + \\ \quad + \bar{\varphi}e^{i\alpha\varphi} \left[ -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{py}) - i\omega(b_{xl}L_{ly} + b_{xp}L_{py}) \right] = -m_k \omega^2 E_x; \\ \bar{Y}e^{i\alpha_y} \left[ (-M^* \omega^2 + C_{yl} + C_{yp}) + i\omega(b_{yl} + b_{yp}) \right] + \\ \quad + \bar{\varphi}e^{i\alpha\varphi} \left[ (C_{yp}L_{px} - C_{yl}L_{lx}) + i\omega(b_{yp}L_{px} - b_{yl}L_{lx}) \right] = i\omega^2 E_y; \\ \bar{\varphi}e^{i\alpha\varphi} \left[ (-I^* \omega^2 + C_{xl}L_{ly}^2 + C_{yl}L_{lx}^2 + C_{xp}L_{px}^2 + C_{yp}L_{py}^2) + \right. \\ \quad \left. + i\omega(b_{xl}L_{ly}^2 + b_{yl}L_{lx}^2 + b_{xp}L_{py}^2 + b_{yp}L_{px}^2) \right] + \\ \quad + \bar{X}e^{i\alpha_x} \left[ -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{py}) - i\omega(b_{xl}L_{ly} + b_{xp}L_{py}) \right] + \\ \quad + \bar{Y}e^{i\alpha_y} \left[ (C_{yp}L_{px} - C_{yl}L_{lx}) + i\omega(b_{yp}L_{px} - b_{yl}L_{lx}) \right] = \\ \quad = -\omega^2 m_k \left[ E_x (L_{ky} + z_0) - iE_y L_{kx} \right]. \end{array} \right. \quad (5)$$

Позначимо через  $z = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ \varphi \end{pmatrix}$  – вектор-стовпець

узагальненої координати, тоді  $z = i\omega z$ ,  $\ddot{z} = -\omega^2 z$ ,  
через  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  матриці

$$A_1 = \begin{vmatrix} M^* & 0 & 0 \\ 0 & M^* & 0 \\ 0 & 0 & I^* \end{vmatrix}, \quad (6)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} b_{xl} + b_{xp} & 0 & -(b_{xl}L_{ly} + b_{xp}L_{py}) \\ 0 & (b_{yl} + b_{yp}) & (b_{yp}L_{px} - b_{yl}L_{lx}) \\ -(b_{xl}L_{ly} + b_{xp}L_{px}) & (b_{yp}L_{px} - b_{yl}L_{lx}) & (b_{xl}L_{ly}^2 + b_{yl}L_{lx}^2 + b_{xp}L_{py}^2 + b_{yp}L_{px}^2) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} C_{xl} + C_{xp} & 0 & -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{py}) \\ 0 & (C_{yl} + C_{yp}) & (C_{yp}L_{px} + C_{yl}L_{lx}) \\ -(C_{xl}L_{ly} + C_{xp}L_{px}) & (C_{yp}L_{px} - C_{yl}L_{lx}) & (C_{xl}L_{ly}^2 + C_{yl}L_{lx}^2 + C_{xp}L_{py}^2 + C_{yp}L_{px}^2) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

та через  $BB$  – вектор – рядок:

$$BB = \left\{ -\omega^2 E_x m_k e^{i\omega t}; \right. \quad \left. z = \bar{z} \cos \alpha_z + i\bar{z} \sin \alpha_z. \quad (12) \right.$$

$$\begin{aligned} & -\omega^2 E_y e^{-i\pi/2} m_k e^{i\omega t}; \\ & \left. -\omega^2 m_k \left[ \dot{E}_x (L_{ky} + z_0) + E_y e^{-i\pi/2} L_{kx} \right] e^{i\omega t} \right\} = \\ & = BB^* e^{i\omega t}, \end{aligned}$$

де

$$BB^* = \left\{ -\omega^2 E_x m_k; \right. \quad (9) \\ \left. -\omega^2 E_y e^{-i\pi/2} m_k; \right. \\ \left. -\omega^2 m_k \left[ E_x (L_{ky} + z_0) + E_y e^{-i\pi/2} L_{kx} \right] \right\}.$$

Тоді матричне рівняння запишеться:

$$A_1 \dot{z} + A_2 \ddot{z} + A_3 z = BB. \quad (10)$$

Підставивши відповідні значення  $\dot{z}$  та  $\ddot{z}$  в рівняння (10), отримаємо:

$$\begin{aligned} & -\omega^2 A_1 z + i\omega A_2 z + A_3 z = BB \\ & \left[ (-\omega^2 A_1 + A_3) + i\omega A_2 \right] z = BB. \quad (11) \end{aligned}$$

Прийнявши комплексну матрицю  $AA$  у вигляді  $ReAA = (-\omega^2 A_1 + A_3)$ ,  $ImAA = \omega A_2$ ,  $z^*$  та  $BB^*$  у вигляді  $z^* e^{i\omega t} = z$ ;  $BB^* e^{i\omega t} = BB$ , після скорочення на  $e^{i\omega t}$  отримаємо матричне рівняння,  $AA \cdot z^* = BB^*$ .

Підставляючи відповідні значення  $t_0$  в рівняння (3), отримаємо значення координати  $z = \bar{z} e^{i(\omega t_0 + \alpha_z)} = \bar{z} [\cos(\omega t_0 + \alpha_z) + i \sin(\omega t_0 + \alpha_z)]$ .

У момент часу  $t_0 = 0$ ,

Для визначення переміщень  $(X^*, Y^*)$  довільної точки  $K$  розглянемо систему координат (рис. 2). Нехай точка  $K$  задана полярними координатами  $d$ ,  $\varphi_0$  і є початком координат системи  $X^* K Y^*$ , паралельній системі  $XOY$ .

Збурення  $(X, Y)$  в точці  $0$  таке ж, як в точці  $K$ , додатковим збуренням є зміна координати  $\varphi$ .

Амплітуда цього збурення –  $d\varphi$ , кут з віссю  $KY^*$  дорівнює  $\varphi_0$ . Тоді проекція  $d\varphi$  на вісь  $KY^*$  буде  $d\varphi \cos \varphi_0$ , проекція  $d\varphi$  на вісь  $KX^*$  буде  $-d\varphi \sin \varphi_0$ . Отже,

$$X^* = X - d\varphi \sin \varphi_0, \quad Y^* = Y + d\varphi \cos \varphi_0. \quad (13)$$

Уявімо збурення  $z$  у вигляді суми синусів і косинусів з відповідними амплітудами.

Для координати  $z$ , фізичний зміст має тільки  $Rez$   $z = z \cos(\omega t + \alpha_z)$ , звідки  $z = z(\cos \omega t \cos \alpha_z - \sin \omega t \sin \alpha_z)$ , тоді,  $z = z \cos \alpha_z \cos \omega t - z \sin \alpha_z \sin \omega t$ .

З рівняння (12) отримаємо:

$$\begin{aligned} z \cos \alpha_z &= Rez_{(t=0)} = A_z, \\ -z \sin \alpha_z &= -Im z_{(t=0)} = B_z. \end{aligned}$$

Тоді  $z = A_z \cos \omega t + B_z \sin \omega t$ , де  $z \in \{X, Y, \varphi\}$ .

Отже, з рівняння (13) отримаємо:

$$X^* = \bar{A}_x \cos \omega t + \bar{B}_x \sin \omega t;$$

$$Y^* = \bar{A}_y \cos \omega t + \bar{B}_y \sin \omega t,$$

де  $\bar{A}_x = A_x - dA_\phi \sin \phi_0$ ,  $\bar{B}_x = B_x - dB_\phi \sin \phi_0$ ,  
 $\bar{A}_y = A_y + dA_\phi \cos \phi_0$ ,  $\bar{B}_y = B_y + dB_\phi \cos \phi_0$ .

З теорії розв'язання лінійних диференціальних рівнянь відомо, що траєкторію руху точки  $K$  є форма еліпса.

Знайдемо його параметри: довжину піввісї і кут нахилу більшої піввісї до осї  $KX^*$ .

Якщо позначити через  $l$  – відстань від центру еліпса до кривої його траєкторії, то для головних піввісї виконується умова  $\frac{dl}{dt} = 0$ , а, отже,  $\frac{dl^2}{dt} = 0$ .

Знайдемо моменти часу, коли  $\frac{dl^2}{dt} = 0$ . У ці моменти одне значення  $l$  буде дорівнювати довжині більшої піввісї, а друге – меншої:

$$l^2 = X^{*2} + Y^{*2} = (\bar{A}_x \cos \omega t + \bar{B}_x \sin \omega t)^2 + (\bar{A}_y \cos \omega t + \bar{B}_y \sin \omega t)^2 = (\bar{A}_x^2 + \bar{A}_y^2) \cos^2 \omega t + (\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2) \sin^2 \omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) \sin 2\omega t;$$

$$\frac{dl^2}{dt} = -(\bar{A}_x^2 + \bar{A}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) 2\omega \cos 2\omega t = (\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2 - \bar{A}_x^2 - \bar{A}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) \times 2\omega \cos 2\omega t;$$

$$\frac{dl^2}{dt} = -(\bar{A}_x^2 + \bar{A}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) 2\omega \cos 2\omega t = (\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2 - \bar{A}_x^2 - \bar{A}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) \times 2\omega \cos 2\omega t.$$

Прирівнюємо  $\frac{dl^2}{dt} = 0$ , тоді

$$(\bar{B}_x^2 + \bar{B}_y^2 - \bar{A}_x^2 - \bar{A}_y^2) \omega \sin 2\omega t + (\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) 2\omega \cos 2\omega t = 0$$

Далі  $\omega t = \frac{1}{2} \arctg \frac{2(\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y)}{(\bar{A}_x^2 + \bar{A}_y^2 - \bar{B}_x^2 - \bar{B}_y^2)}$ , при

$$(\bar{A}_x^2 + \bar{A}_y^2 - \bar{B}_x^2 - \bar{B}_y^2) \neq 0.$$

Якщо  $(\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) > 0$ ,

$$\text{то } \tg 2\omega t = +\infty \rightarrow 2\omega t = \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4}.$$

Якщо  $(\bar{A}_x \bar{B}_x + \bar{A}_y \bar{B}_y) < 0$ ,

$$\text{то } \tg 2\omega t = -\infty \rightarrow 2\omega t = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \omega t = -\frac{\pi}{4}.$$

Значення  $\omega t = \alpha_1$  відповідає довжині однієї з піввісї, друга піввісь  $\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ , так як осі взаємно перпендикулярні.

Найбільшу з довжин вважатимемо довжиною більшої піввісї, а відповідний їй кут позначимо  $\alpha^*$ . Тоді кут  $\alpha$  між більшою піввіссю і віссю координат  $KX^*$  буде  $\alpha = \alpha^* - (\omega t)_S$ , де  $(\omega t)_S$  – кут відповідний положенню точки  $S$ , лежить на вісї  $KX^*$ .

Знайдемо кут  $(\omega t)_S$ . Для точки  $S$   $Y^* = 0 \rightarrow Y^* = \bar{A}_y \cos \omega t + \bar{B}_y \sin \omega t = 0$  при  $\bar{B}_y \neq 0$ ,  $\tg \omega t = -\frac{\bar{A}_y}{\bar{B}_y} \rightarrow (\omega t)_S = \arctg \left( -\frac{\bar{A}_y}{\bar{B}_y} \right)$ .

Якщо  $\bar{B}_y = 0$ , то при  $\bar{A}_y > 0$ ,  $(\omega t)_S = -\frac{\pi}{2}$ ;  $\bar{A}_y < 0$ ,  $(\omega t)_S = \frac{\pi}{2}$ .

Таким чином, знайдені довжини піввісї і кут  $\alpha$  між більшою піввіссю еліпса траєкторії і віссю  $KX^*$  для будь-якої точки робочої поверхні резервуару.

**Перевірка адекватності моделі.** З метою перевірки математичної моделі були проведені розрахунки траєкторій рухів точок резервуару реального лабораторного віброверстату. Для цього було прийнято 15 точок, розташованих на торцевій стінці резервуару, згідно зі схемою (рис. 3).

Розташування точок вибиралося з умови охоплення найбільш характерних зон поперечного перерізу резервуару. При цьому фізичні величини визначалися безпосередньо для реального віброверстату (табл. 1).

Далі на віброверстаті в прийнятих 15 точках, при незавантаженому резервуарі, були проведені вимірювання амплітуд, кутів нахилу більшої піввісї еліпса траєкторії і зафіксовані руху цих точок шляхом фотографування.

Показані (рис. 4) фактичні траєкторії руху точок резервуару для віброверстату з наведеними параметрами (табл. 1).

Також дані результати розрахункових параметрів траєкторії  $A_{yp}$ ,  $A_{xp}$ ,  $\phi_p$  та їх фактичні виміряні значення  $A_{y\phi}$ ,  $A_{x\phi}$ ,  $\phi_\phi$  (табл. 2), (рис. 5).

Порівняльний аналіз показав, що відхилення розрахункових значень від фактичних знаходиться в межах 11 %.

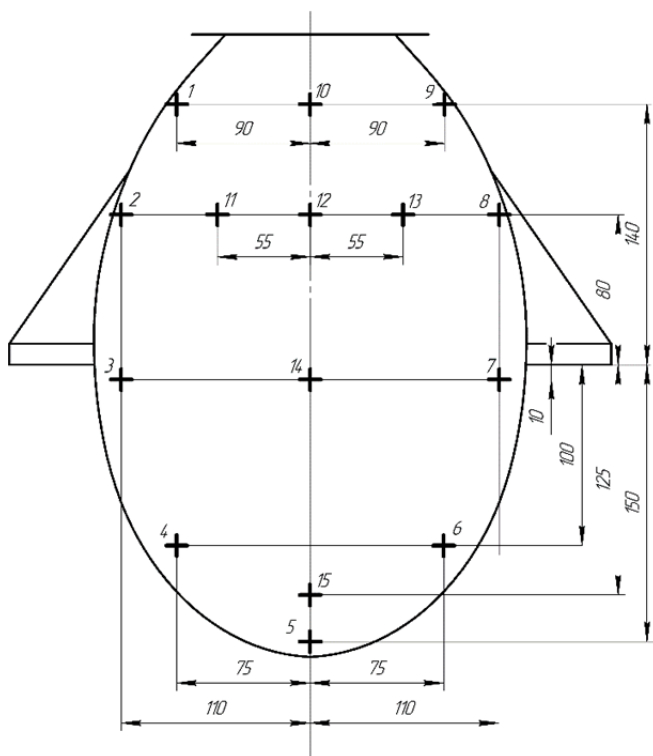


Рис. 3. Схема розташування досліджуваних точок на торцевій стінці резервуару

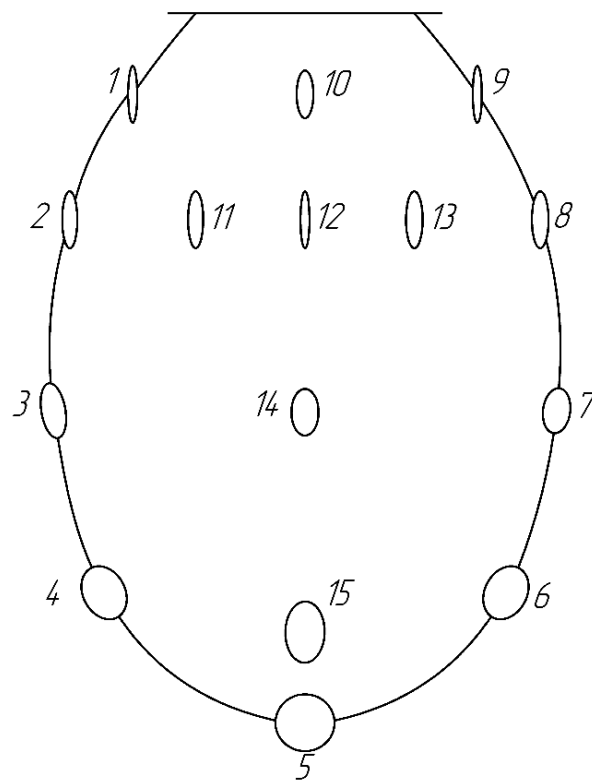


Рис. 4. Траєкторії руху точок резервуару реального незавантаженого вібростату

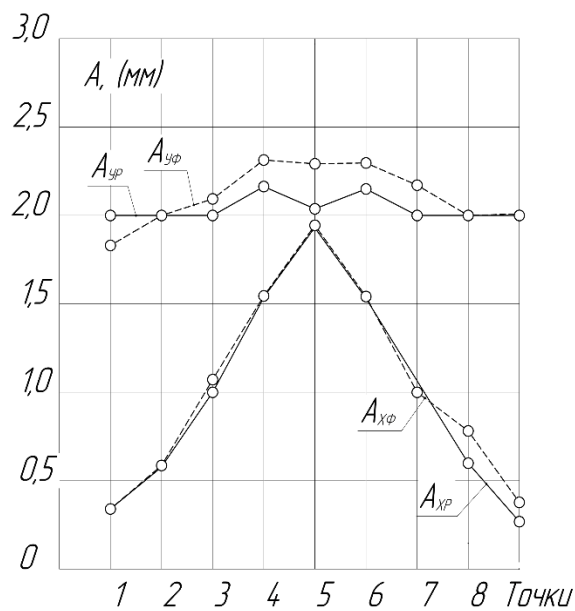
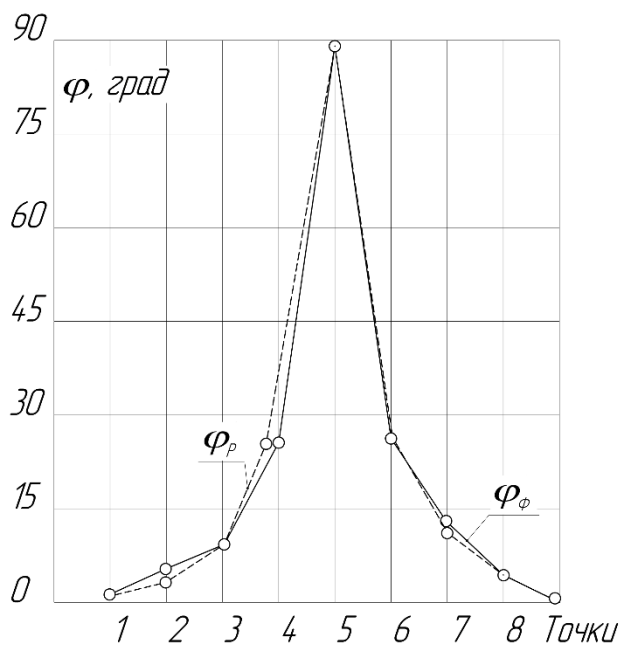


Рис. 5. Порівняння розрахункових і вимірюваних параметрів траєкторій руху точок робочих поверхонь реального вібростату: (а) кут нахилу  $\varphi$  ; (б) довжини піввісей  $A_y, A_x$

Таблиця 1

Значення фізичних величин які входять в математичну модель

$M$ , кг	$m_k$ , кг	$I_0$	$L_{kx}$ , мм	$L_{ky}$ , мм	$L_{kz}$ , мм	$L_{px}$ , мм	$L_{py}$ , мм	$L_{pz}$ , мм	$B_{xp}$ , Нс/мм	$B_{xl}$ , Нс/мм	$B_{yp}$ , Нс/мм	$B_{yl}$ , Нс/мм	$B_{zp}$ , Нс/мм	$C_{xp}$ , Н/мм	$C_{xl}$ , Н/мм	$C_{yp}$ , Н/мм	$C_{yl}$ , Н/мм	$C_{zp}$ , Н/мм
104	4,43	$0,7 \cdot 10^7$	0	130	195	125	125	195	125	0	0	0	0	$0,108 \cdot 10^3$	$0,108 \cdot 10^3$	$0,156 \cdot 10^3$	$0,156 \cdot 10^3$	$0,156 \cdot 10^3$

Таблиця 2

Параметри траєкторій руху точок резервуара

№ з/п	Найменування параметру	Номери точок на торцевій стінці резервуара															Середнє відхилення розрахункових значень		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			
I	$A_{yp}$ , мм	2,0	2,0	2,0	2,1	2,0	2,1	2,0	2,0	2,0	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	3,7
	$A_{y\phi}$ , мм	1,9	2,0	2,1	2,3	2,3	2,3	2,2	2,0	2,0	1,9	1,9	1,8	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	3,7
	$\Delta A_y$ , %	5,3	0	4,8	8,7	13	8,7	9	0	0	0	0	5,6	0	0	0	0	0	3,7
II	$A_{xp}$ , мм	0,3	0,6	1,1	1,6	1,9	1,6	1,1	0,6	0,3	0,3	0,7	0,7	0,7	1,2	1,9	1,9	10,9	
	$A_{x\phi}$ , мм	0,3	0,6	1,0	1,6	1,9	1,6	1,0	0,8	0,4	0,3	0,5	0,6	0,6	1,1	1,7	1,7	10,9	
	$\Delta A_x$ , %	0	0	10	0	0	0	10	25	25	25	40	16,6	16,6	9,1	11,7	11,7	10,9	
III	$\phi_p$ , град	-0,5	-2,3	-9	-26,1	90	26,1	8,9	2,3	0,5	0	-1,4	0	1,4	0	0	0	10,7	
	$\phi_\phi$ , град	-1,0	-3	-9	26	90	26	9	3	1	0	-1,5	0	1,5	0	0	0	10,7	
	$\Delta\phi$ , %	50	23,3	0	0,4	0	0,4	1,1	22,3	50	0	6,6	0	6,6	0	0	0	10,7	



**Висновки.** Встановлено, що розроблена математична модель інтенсифікації процесу вібраційної оздоблювально-зачищувальної обробки, створена на основі аналізу траєкторії руху центру мас і точок на робочих поверхнях резервуара, адекватна реальним умовам протікання процесу та придатна для проведення досліджень, так як отримані розбіжності між теоретичними і фактичними значеннями  $A_y$ ,  $A_x$ ,  $\varphi$ , пояснюються похибкою фактичних вимірювань,  $A_{yf}$ ,  $A_{xf}$ ,  $\varphi_f$ , на працюючому віброверстаті, а також тим, що при теоретичних розрахунках коефіцієнт дисипації енергії в підшипниках, пружинах і гнучкій муфті, прирівнювався до нуля.

### Л і т е р а т у р а

- Обработка деталей свободными абразивами в вибрирующих резервуарах: моногр. / И.Н. Карташов, М.Е. Шаинский, В.А. Власов и др. – К.: Вища школа, 1975. – 188 с.
- Бабичев А.П. Основы вибрационной технологии / А.П. Бабичев, И.А. Бабичев. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008. – 694 с.
- Мицьк А.В., Федорович В.А. Оцінка ефективності вібраційної оздоблювально-зачищувальної обробки у резервуарах з мультиенергетичним впливом і різною формою поперечного перерізу // Резание и инструменты в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. / Под общ. ред. проф. А.И. Грабченко. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2019. – Вып. 90. – С. 51 – 63.
- Медяник В.А. Исследование эффективности процесса виброобработки в зависимости от некоторых технологических параметров виброустановок: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08 / Виктор Александрович Медяник. – М., 1988. – 189 с.
- Николаенко А.П. Формирование поверхности изделия при вибрационной обработке / Вібрації в техніці та технологіях №2 (58). – Вінницький національний аграрний університет, 2010 – С. 167-184.
- Романченко А.В. Разработка технологического процесса изготовления длинномерного контейнера вибрационного станка из композиционных материалов / А.В. Романченко // Журнал «Технологический аудит и резервы производства». – 2015. – №6/3 (26). – С. 31-37 DOI: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2015.56619>
- Романченко А.В. Выбор системы синхронизации электропривода длинномерных вибрационных станков / А. В. Романченко // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ": сб. науч. тр. Темат. вып.: Механико-технологические системы и комплексы. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2015. – № 52 (1161). – С. 71-75.
- Шумакова Т.А. Исследование влияния на производительность процесса виброобработки основных факторов / Т.А. Шумакова // Журнал «Технологический аудит и резервы производства». – 2014. – №6/1 (20). – С. 4-8 DOI: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2014.34768>
- Шумакова Т.А. К вопросу исследования процесса съема металла при вибрационной обработке / Т.А. Шумакова // Научный международный журнал «ScienceRise» – 2014. – №5/2(5). – С. 49 –54. DOI: <https://doi.org/10.15587/2313-8416.2014.32108>
- Shevchenko S., Muhovaty A., Krol O. Gear Clutch with Modified Tooth Profiles / Procedia Engineering 206 (2017) 979–984. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.581>
- Krol O., Sukhorutchenko I. 3D-modeling and optimization spindle's nodemachining centre/Teka Komisji Motoryzacji I Energetyki in Rolnictwa. – OLPAN, 2013, Vol.13, is.3, Lublin, Poland. – P. 114–119.
- Кріль О.С., Хмеловский Г.Л. Оптимизация и управление процессом резания: учебное пособие. – К: УМК ВО, 1991. – 140 с.
- Sokolov, V., Krol, O.: Determination of Transfer Functions for Electrohydraulic Servo Drive of Technological Equipment. In.: Advances in Design, Simulation and Manufacturing. DSMIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 364-373. Springer, Cham (2019). DOI:[https://doi.org/10.1007/978-3-319-93587-4\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-319-93587-4_38).
- Sokolov, V., Rasskazova, Y.: Automation of control processes of technological equipment with rotary hydraulic drive. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 2(2(80)), 44–50 (2016). DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.63711>
- Sokolov, V., Krol, O.: Installations criterion of deceleration device in volumetric hydraulic drive. Procedia Engineering 206, 936–943 (2017). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.575>

### References

- Obrabotka detalej svobodnymi abrazivami v vibrirujushih rezervuarah: monogr. / I.N. Kartashov, M.E. Shainskij, V.A. Vlasov i dr. – K.: Vishha shkola, 1975. – 188 s.
- Babichev A.P. Osnovy vibracionnoj tehnologii / A.P. Babichev, I.A. Babichev. – Rostov n/D: Izdatel'skij centr DGTU, 2008. – 694 s.
- Micyk A.V., Fedorovich V.A. Ocinka efektyvnosti vibracijnoi' ozdobljuval'no-zachyshhuval'noi' obrobky u rezervuarah z mul'tyenergetychnym vplyvom i riznoju formoju poperechnogo pererizu // Rezanye y ynstrumenty v tehnologicheskych systemah: Mezhdunar. nauch.-tehn. sb. / Pod obshh. red. prof. A.Y. Grabchenko. – Har'kov: NTU «HPY», 2019. – Vyp. 90. – S. 51 – 63.
- Medjanyk V.A. Yssledovanye efektyvnosty processa vybroobrabotky v zavysymosty ot nekotoryh tehnologicheskych parametrov vybroustanovok: dys. ... kand. tehn. nauk: 05.02.08 / Vykktor Aleksandrovych Medjanyk. – M., 1988. – 189 s.
- Nykolaenko A.P. Formyrovanye poverhnosty yzdeylja pry vybracyonnoj obrabotke / Vibracii' v tehnicii ta tehnologijah №2 (58). – Vinnyc'kyj nacional'nyj agrarnyj universytet, 2010 – S. 167-184.
- Romanchenko A.V. Razrabotka tehnologicheskogo processa izgotovlenija dlinnomernogo kontejnera vibracionnogo stanka iz kompozicionnyh materialov / A.V. Romanchenko // Zhurnal «Tehnologicheskij audit i rezervy proizvodstva». – 2015. – №6/3 (26). – S. 31-37 DOI: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2015.56619>
- Romanchenko A.V. Vybory sistemy sinhronizacii jelektroprivoda dlinnomernyh vibracionnyh stankov / A. V. Romanchenko // Vestnik Nac. tehn. un-ta "HPI": sb. nauch. tr. Temat. vyp.: Mehaniko-tehnologicheskie sistemy i kompleksy. – Har'kov: NTU "HPI". – 2015. – № 52 (1161). – S. 71-75.
- Shumakova T.A. Issledovanie vlijaniya na proizvoditel'nost' processa vybroobrabotki osnovnyh faktorov / T.A. Shumakova // Zhurnal «Tehnologicheskij

- audit i rezervy proizvodstva». – 2014. – №6/1 (20). – S. 4-8  
DOI: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2014.34768>
9. Shumakova T.A. K voprosu issledovaniya protsessa s'ema metalla pri vibratsionnoy obrabotke / T.A. Shumakova // Naukoviy mlzhnarodniy zhurnal «ScienceRise» – 2014. – #5/2(5). – S. 49–54. DOI: <https://doi.org/10.15587/2313-8416.2014.32108>
  10. Shevchenko S., Muhovaty A., Krol O. Gear Clutch with Modified Tooth Profiles / Procedia Engineering 206 (2017) 979–984. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.581>
  11. Krol O., Sukhorutchenko I. 3D-modeling and optimization spindle's nodemachining centre/Teka Komisji Motoryzacji I Energetyki in Rolnictwa. – OLPAN, 2013, Vol.13, is.3, Lublin, Poland. – P. 114–119.
  12. Krol' O.S., Hmelovskij G.L. Optimizacija i upravlenie processom rezanija: uchebnoe posobie. – K: UMK VO, 1991. – 140 s.
  13. Sokolov, V., Krol, O.: Determination of Transfer Functions for Electrohydraulic Servo Drive of Technological Equipment. In: Advances in Design, Simulation and Manufacturing. DSMIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 364-373. Springer, Cham (2019). DOI:[https://doi.org/10.1007/978-3-319-93587-4\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-319-93587-4_38).
  14. Sokolov, V., Rasskazova, Y.: Automation of control processes of technological equipment with rotary hydraulic drive. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 2(2(80)), 44–50 (2016). DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.63711>
  15. Sokolov, V., Krol, O.: Installations criterion of deceleration device in volumetric hydraulic drive. Procedia Engineering 206, 936–943 (2017). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.575>

**Мицьк А.В. Повышение интенсивности воздействия колеблющегося резервуара на рабочую среду при достижении требуемого технологического результата вибрационной отделочно-зачистной обработки**

*Дана оценка эффективности вибрационной отделочно-зачистной обработки и степень ее зависимости от воздействия поверхностей резервуара на рабочую среду. Указано направление интенсификации процесса обработки абразивной средой в резервуаре, рабочие поверхности которого обеспечивают получение интенсивности динамического воздействия. Разработана математическая модель движения резервуара. Получены траектории движения центра масс и точек, расположенных на рабочих поверхностях резервуара. Установлена адекватность математической модели полученным расчетным данным.*

**Ключевые слова:** виброобработка, движение резервуара, рабочая среда, траектория центра масс, математическая модель.

**Mitsyk A. Increasing of impact intensity of oscillating reservoir on working medium when achieving required technological result of vibration finishing-grinding treatment**

*An assessment of effectiveness of vibration finishing-grinding treatment and degree of its dependence from influence of effect of reservoir surfaces on working medium have been given. The direction of intensification of process of treatment by abrasive medium in reservoir, the working surfaces of which provide intensity of dynamic effect, has been indicated. A mathematical model of reservoir movement has been designed. The trajectories of center of mass and points located on working surfaces of reservoir have been obtained. The adequacy of mathematical model to calculated data has been established.*

**Keywords:** vibration treatment, reservoir movement, working medium, of trajectory of center of mass, mathematical model.

**Мицьк Андрій Володимирович** – к.т.н., доц., доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк) [an.mitsyk@gmail.com](mailto:an.mitsyk@gmail.com)

*Рецензент:* д.т.н., проф. **Соколов В.І.**

Стаття подана 12.02.2019.