



## Про одну модель фінансової діяльності банківської установи

Василь Петрович Яцишин,  
професор кафедри математики і статистики  
Львівського інституту банківської справи  
Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ),  
кандидат фізико-математичних наук, професор

**Анотація.** Запропоновано одну модель фінансової діяльності банківської установи щодо отримання прибутку. Ідейною основою запропонованої моделі є спільність поведінки клієнтів банку та ідеальної системи магнетиків, яку вивчає фізика. У рамках моделі отримано формулу прибутку як різницю середніх чисел клієнтів – тих, що внесли депозити, і тих, що взяли кредити. Дії клієнтів банку розглядаються як деякі випадкові величини з певними ймовірностями. Знайдено і проаналізовано формули, які описують прибуток і функцію розподілу густини ймовірності за прибутком.

**Ключові слова:** депозит, кредит, ймовірність реалізації депозиту, середній прибуток, густина розподілу ймовірності за прибутком.

**Актуальність та аналіз досліджень.** Останнім часом набуває розвитку такий напрям в економіці, як «фізична економіка» [1]. Назву «фізична економіка» запропонував економіст Лінден Ларуш [2], відомий як соратник колишнього президента США Р. Рейгана і творець так званої рейганоміки, в якій роль держави суттєво посилюється. Під словом «фізична економіка» Л. Ларуш розуміє економіку, яка побудована за аналогом і подібністю до точних і природничих наук, зокрема з фізикою.

Першим ученим, який вказав на тісний зв'язок між економікою і фізикою, як зазначають Л. Ларуш [3], Д. Конторов [4] та інші, був Готтфрід Лейбніц (1646–1716, нім. учений, математик). Розвиток Г. Лейбніцем економічної науки почався з роботи «Суспільство і економіка», опублікованої 1671 року і присвяченої питанням реальної вартості й оплати продуктивної праці. Ці роботи виникли у процесі вивчення принципів роботи теплових машин. Дослідження функціональної залежності між збільшенням спожитої тепловими машинами енергії і ростом продуктивної сили робітників, тобто їхньою здатністю виконувати певну роботу, дозволило Г. Лейбніцу дати визначення таким фундаментальним поняттям фізики, як «потужність», «робота» і «технологія».

Розвинутий підхід синтезу фізики і економіки станом на нинішній день став окремою наукою, яка дістала назву «фізична економіка». Суть цієї науки полягає, за Л. Ларушем [2], у тому, що вона пропонує відійти від монетарних поглядів на сутність речей і перейти до фізичних параметрів оцінки економічної діяльності людства. Фізична економіка в багатьох своїх аспектах спирається на аналогії між процесами, які протікають у неживій природі та вивчаються фізикою, і процесами, які протікають у людському соціумі і вивчаються економікою.

Великий вклад у розвиток фізичної економіки вніс П. Кузнецов [1], який запропонував використовувати таку одиницю, як енергокарбованець («енергорубль»), за аналогією з нафтодоларом Сороса. А також він запропонував використовувати одиницю транспортної

послуги (Тран), яку можна зіставити з кінетичною енергією.

Методологія фізичної економіки полягає в модельному дослідженні економічних процесів. Гносеологічною основою фізичної економіки є єдність світу.

Паралельно з вказаною методологією у фізичній економіці отримали широке застосування також і раніше вживані математичні методи дослідження й аналізу, які успішно використовуються у фізиці та кібернетиці. Усе це разом привело до формування в 90-х роках минулого століття нового наукового напрямку – «екофізики».

**Постановка завдання дослідження.** У роботі ми досліджуємо одну досить ідеальну модель діяльності банківської установи щодо можливості отримання прибутку. Як відомо, на величину прибутку банку впливає або різниця між кількістю клієнтів, які вносять депозити, і кількістю клієнтів, які беруть кредити, або через різниці кредитних і депозитних процентних ставок, або обох факторів одночасно. Ми обмежилися розглядом того варіанта, коли прибуток зумовлений лише різницею клієнтів і за однакових інших умов щодо депозитів і кредитів. В основу наших міркувань і розрахунків покладено аналогію між досліджуваною системою і фізичною моделлю ідеального магнетика. Ми спробували перенести добре розроблені та апробовані методи дослідження ідеального магнетика, оскільки ці методи дають добре якісне узгодження з практикою. Нагадаємо, що під моделю ідеального магнетика у фізиці розуміють сукупність незважених однакової величини магнетиків, які можуть мати лише дві просторові орієнтації – уздовж зовнішнього поля і в протилежному напрямку. У нашому варіанті – це сукупність незалежних клієнтів, кожний з яких вносить депозит або бере кредит рівних грошових величин.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо банківську установу як сукупність  $N$  незалежних клієнтів. Нехай кожний клієнт вкладає депозит або отримує кредит. Для простоти подальших розрахунків будемо вважати, по-перше, кожен клієнт вносить або отримує однакову суму грошей, по-друге, депозитні і кредитні



процентні ставки однакові, а це означає, що величини відсоткових грошей будуть однакові як і у варіанті кредиту, так і депозиту. Прибуток банківської установи за таких припущень буде повністю визначатися різницею між кількістю клієнтів, які вносять депозити, і кількістю клієнтів, які отримують кредити. Позначимо через  $N_1$  – число клієнтів, які внесли депозити, а через  $N_2$  – число клієнтів, які отримали кредити. Зрозуміло, що має місце умова  $N = N_1 + N_2$ .

Прибуток (збиток)  $M$  банківської установи буде визначатися рівністю

$$M = (N_1 - N_2) \cdot A_1, \quad (1)$$

де  $A_1 = kA_0$ ;

$A_0$  – початкова сума грошей депозиту (кредиту);

$k$  – депозитна (кредитна) процентна ставка.

Числа  $N_1$  і  $N_2$  є випадковими величинами тому і величина прибутку  $M$ , згідно з (1), є також випадковою величиною. Спостережувальною величиною є середнє значення  $\bar{M}$  прибутку. Для обчислення  $\bar{M}$  треба знати ймовірності реалізації: чи взяв клієнт кредит, чи вніс депозит. Позначимо через  $p_1$  – імовірність того, що клієнт вніс депозит, а через  $p_2$  – імовірність того, що клієнт узяв кредит, причому  $p_1 + p_2 = 1$ . Остання умова означає, що клієнт одну з двох банківських операцій обов'язково здійснив.

Будемо вважати, що величини відповідних імовірностей – як  $p_1$  так і  $p_2$  залежать від величини процентної грошової суми  $A_1 = kA_0$ , а також від «працездатності»  $F$  банківської установи.

Спинимось дещо докладніше на терміні «працездатність» банківської установи. Цей термін запозичений нами із праць І. Юхновського [5]. Величина  $F$  має вартісний (грошовий) вимір і несе інформацію про здатність системи (банківської установи) сприймати інформацію від зовнішнього середовища (резервуара). Ця величина залежить від загальної зовнішньої політичної, економічної та фінансової ситуації як у

$$\bar{M} = A_1(\bar{N}_1 - \bar{N}_2) = A_1(2\bar{N}_1 - N) = A_1 N \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{e^\alpha + e^{-\alpha}} = NA_1 th \alpha, \quad (5)$$

де  $th \alpha = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{e^\alpha + e^{-\alpha}}$  – гіперболічний тангенс.

4. Середньоквадратичне відхилення (флуктуація) прибутку:

$$w(N_1) = \frac{N!}{N_1!(N - N_1)!} p^{N_1} (1 - p)^{N - N_1} = \frac{N!}{N_1!(N - N_1)!} \frac{e^{\alpha(2N_1 - N)}}{(2ch \alpha)^N}. \quad (7)$$

Зробимо деякий аналіз отриманих формул.

Розглянемо варіант  $\alpha = 0$ , який може виконуватися у двох випадках:

1)  $\alpha = 0$  тоді, коли процентна ставка  $k = 0$ , тобто відсутні нарахування процентних грошей;

2)  $\alpha = 0$  тоді, коли  $F \rightarrow \infty$ , тобто банківська установа перебуває в нестабільних умовах, що еквівалентне глибокій фінансовій кризі, спричиненій різноманітними як зовнішніми, так і внутрішніми впливами.

У цьому разі з формул (3) – (7) отримуємо:

державі, так і в галузі зокрема. Дещо іншу інтерпретацію параметрові  $F$  дає М. Гончар [6], один із провідних фахівців у галузі математичної і фізичної економіки, а саме, що  $F$  характеризує ступінь невизначеності споживача у своїх інтересах. Уважний аналіз вказує на тотожність цих інтерпретацій. Якщо порівнювати досліджувану систему з фізикою магнетиків, то у фізиці їй відповідає такий параметр, як температура.

За аналогією з фізикою магнетиків будемо вважати, що ймовірності  $p_1$  і  $p_2$  задають формулами:

$$p_1 = \frac{e^\alpha}{2ch \alpha}, p_2 = 1 - p_1 = \frac{e^{-\alpha}}{2ch \alpha}, \quad (2)$$

де  $\alpha = \frac{kA_0}{F}$ ;

$$ch \alpha = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} - \text{гіперболічний косинус.}$$

У разі, якщо  $k = 0$ , що відповідає відсутності нарахувань процентної суми, маємо  $p_1 = p_2 = 1/2$ , це означає, що клієнт з імовірністю 0,5 може як вкласти депозит, так і взяти кредит.

Нагадаємо, наше завдання – знайти середнє значення прибутку  $\bar{M}$ . Для цього використовуючи методи теорії ймовірностей, обчислимо ряд інших допоміжних і одночасно самостійних величин.

1. Середнє число клієнтів, які поклали гроші на депозит:

$$\bar{N}_1 = N p_1 = N \frac{e^\alpha}{2ch \alpha}. \quad (3)$$

2. Середньоквадратичне відхилення числа клієнтів-депозиторів від середнього значення (флуктуацію числа клієнтів-депозиторів):

$$(\overline{\Delta N_1})^2 = N p_1 p_2 = N p_1 (1 - p_1) = \frac{N}{4ch^2 \alpha}. \quad (4)$$

3. Середній прибуток (збиток) банківської установи:

$$(\overline{\Delta M})^2 = 4 A_1^2 N p (1 - p) = \frac{NA_1^2}{ch^2 \alpha}. \quad (6)$$

5. Імовірність того, що із  $N$  клієнтів  $N_1$  є клієнтами-депозитерами:

$$\bar{N}_1 = \frac{N}{2}, (\overline{\Delta N_1})^2 = \frac{N}{4}, \bar{M} = 0, (\overline{\Delta M})^2 = NA_1^2. \quad (8)$$

Це означає, що в середньому половина клієнтів може вкласти депозити або взяти кредити, при цьому середній прибуток  $\bar{M}$  банківської установи дорівнює нулю. Іншими словами, в умовах фінансової кризи банківській установі стає дуже не вигідно працювати.

У разі ідеальної організації банківської установи, що формально в наших формулах відобразиться тим, що  $F \rightarrow 0$ , за умови  $k = \text{const}$ , маємо:



$$\overline{N_1} = \frac{N}{2}, \overline{(\Delta N_1)^2} = 0, \overline{M} = NA_1, \overline{(\Delta M)^2} = 0. \quad (9)$$

Отже, маємо так званий стан насичення, банківська установа має максимальний прибуток  $M_{\max} = NA_1 = kA_0N$ .

З практичного погляду цікавим є випадок, коли  $\alpha \neq 0$ , але  $\alpha \ll 1$ . Цей варіант реалізується тоді, коли відносно низька процентна ставка і відносно висока

$$w(M) = \frac{1\alpha}{\sqrt{2\pi N 4A_1^2 p_1 (1-p_1)}} \exp\left\{-\frac{(M-\overline{M})^2}{2N 4A_1^2 p_1 (1-p_1)}\right\} = \sqrt{\frac{ch^2}{2\pi NA_1^2}} \exp\left\{-\frac{M-NA_1\alpha}{2NA_1^2} ch^2\alpha\right\}. \quad (10)$$

При виведенні формули (10) із (7) ураховано, що  $dN_1 = \frac{dM}{2A_1}$ . У разі, коли  $\alpha = 0$ , формула (10) буде такою:

$$w(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi NA_1^2}} \exp\left\{-\frac{M^2}{2NA_1^2}\right\}. \quad (11)$$

Вираз  $NA_1^2$  має зміст дисперсії. Нагадаємо, що дисперсія випадкової величини характеризує ступінь розсіювання значень випадкової величини навколо середнього значення. У нашому варіанті вираз  $NA_1^2$  характеризує ступінь розсіювання прибутку  $M$  навколо  $M = 0$ . Те, що дисперсія розсіювання прибутку  $M$  залежить від процентної ставки  $k$ , а точніше від  $A_1^2$ , легко пояснюється. За високої процентної ставки клієнти починають сумніватися в доцільності як вкладати гроші на депозит, так і отримувати кредити. Про що свідчать факти під час останньої фінансової кризи.

**Висновки.** У роботі зроблено спробу перенести один із методів дослідження, який знайшов місце у

неорганізованість роботи банківської установи або, за М. Гончаром [6], відносно високий ступінь невизначеності споживача у своїх інтересах. Для такого випадку після простих, але дещо громіздких викладок отримаємо, що  $p_1 \approx 1/2$ ,  $p_2 \approx 1/2$ , а функція густини розподілу ймовірності щодо прибутку  $M$  навколо середнього значення  $\overline{M}$  набуває гауссівського рівняння:

фізиці для опису процесу в ідеальній системі магнетиків у зовнішньому полі. Ми ж розглянули систему незалежних клієнтів банку, які вносять гроші на депозити або отримують кредити за певних досить ідеальних умов: за однакової вихідної суми грошей і однакових процентних ставок, але кількість клієнтів-депозиторів і клієнтів-кредиторів різна, у результаті чого банківська установа буде мати або прибуток, або збиток. Для розрахунку середнього прибутку ми запропонували вирази для ймовірностей, які характеризують один із двох можливих станів клієнта банку. У цих виразах нам вдалося врахувати як величину процентних грошей, так і вплив невизначеності банківської установи (кризові умови) щодо реалізації інтересів клієнта. Показано, за яких умов банківська установа може мати максимальний прибуток і за яких прибуток дорівнюватиме нулю. Отримано формулу розподілу густини ймовірності реалізації прибутку як випадкової величини. Знайдено величину дисперсії (флуктуації) прибутку як функцію процентної ставки.

#### Список використаної літератури

1. Чернавский Д. С., Старков Н. И., Щербаков А. В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук. – 2002. – № 9. – Т. 172. – С. 1045–1066.
2. Ларуш Л. Физическая экономика как платоновская эпистемологическая основа всех отраслей человеческого знания. – М.: Научная книга, 1997. – 341 с.
3. Ларуш Л. Вы на самом деле хотели бы знать все об экономике?: Пер. с англ. – М.: Шиллеровский институт, 1992. – 540 с.
4. Конторов Д. С., Михайлов Н. В., Саврасов Ю. С. Основы физической экономики (Физические аналоги и модели в экономике). – М.: Радио и связь, 1999. – 184 с.
5. Юхновський І. Р. Економіка: Вибрані праці. – Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2005. – 864 с.
6. Гончар М. С. Фондовый рынок і економічний ріст. – К.: Обереги, 2001. – 826 с.

**Summary.** One profit-oriented model of a banking institution financial activity is offered. The ideological basis of the offered model is the same behavior of both bank clients and ideal magnetic system, studied by physics. Within the model the formula of profit is obtained which is the difference of average numbers of clients who deposited and those who took credit. Actions of bank clients are considered as some random values with certain probabilities. Formulas describing profit as well as distribution function of probability density by profit are found and analyzed.

**Keywords:** deposit, credit, deposit realization probability, average profit, distribution function of probability density by profit.