УДК 336.713, 330.45, 51-77

ВПЛИВ РОЗПОДІЛУ СТРОКІВ ПОВЕРНЕННЯ НА ПРОГРАМУ ЗАЛУЧЕННЯ БАНКІВСЬКИХ ДЕПОЗИТІВ

Воронін Анатолій Віталійович,
доцент, кандидат технічних наук,
доцент кафедри вищої математики і економіко-математичних методів
Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця
e-mail: kafmath@hneu.edu.ua

Волошин Ігор Владиславович,
кандидат технічних наук,
здобувач наукового ступеня доктора наук
ДВНЗ «Університет банківської справи»
e-mail: center@nctbpu.org.ua

Анотація. Показано, що програма залучення банком строкових депозитів суттєво залежить від структури строків повернення нових депозитів. Використовуючи методи рішення лінійного інтегрального рівняння Вольтерра з різницевим ядром, отримано явне аналітичне рішення для програми залучення нових депозитів із довільним розподілом Ерланга, яке має аналітичну спільність. Отримані рішення дають змогу банкам ідентифікувати режими залучення нових депозитів, розробляти програми залучення депозитів з довільними розподілами строків повернення і налагоджувати відповідні комп'ютерні програми.
Ключові слова: роздрібні строкові депозити, банк, залишки, кредитовий оборот, дебетовий оборот, строки повернення, інтегральне рівняння Вольтерра, розподіл Ерланга.
Формул: 25; рис.: 4; табл.: 0; бібл.: 12.

AN IMPACT OF MATURITY DISTRIBUTION ON DYNAMICS OF BANK'S TERM DEPOSITS

Voronin Anatoliy,
Candidate of Engineering Sciences (Ph. D.), Associated Professor,
Associated Professor of the Department of Higher Mathematics
and Economic and Mathematical Methods
of the Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics
e-mail: kafmath@hneu.edu.ua

Voloshyn Ihor,
Candidate of Engineering Sciences (Ph. D.),
Doctoral Candidate
SHEI «Banking University»
e-mail: center@nctbpu.org.ua

Abstract. It is shown that the program of attracting the banking term deposits essentially depends on the term structure of new deposits. Using the methods of solution of linear integral Volterra equations with difference kernel, it was received the explicit analytical solution for a program of attracting new deposits with an arbitrary Erlang distribution which has the analytical community. The obtained solution enables to identify the modes of attracting new deposits, to develop effective program of attracting the banking term deposits and to debug the respective computer programs.
Keywords: retail term deposit, bank, balance, credit turnover, debit turnover, term to maturity, Volterra integral equation, Erlang distribution.
Formulas: 25; fig.: 4; tabl.: 0; bibl.: 12.

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОКОВ ВОЗВРАТА НА ПРОГРАММУ ПРИВЛЕЧЕНИЯ БАНКОВСКИХ ДЕПОЗИТОВ

Воронин Анатолий Витальевич,
доцент, кандидат технических наук,
доцент кафедры высшей математики и экономико-математических методов
Харьковского национального экономического университета имени Семена Кузнеца
e-mail: kafmath@hneu.edu.ua

Волошин Игорь Владиславович,
кандидат технических наук,
соискатель ученой степени доктора наук
ГВУЗ «Университет банковского дела»
e-mail: center@nctbpu.org.ua

Аннотация. Показано, что программа привлечения банком срочных депозитов существенно зависит от структуры сроков возврата новых депозитов. Используя методы решения линейного интегрального уравнения Вольтерра с разностным ядром, получено явное аналитическое решение для программы привлечения новых депозитов с произвольным распределением Эрланга, которое имеет аналитическую общность. Полученные решения позволяют банкам идентифицировать режимы привлечения новых депозитов, разрабатывать программы привлечения депозитов с произвольными распределениями сроков возврата и налаживать соответствующие компьютерные программы.

Ключевые слова: розничные срочные депозиты, банк, остатки, кредитный оборот, дебетовый оборот, сроки возврата, интегральное уравнение Вольтерра, распределение Эрланга.
Формул: 25; рис.: 4; табл.: 0; библ.: 12.

Вступ. Роздрібні строкові депозити є важливим джерелом фінансування українських банків. Так, за станом на 01 червня 2015 року частка строкових коштів фізичних осіб у загальних зобов'язаннях банків України становила 25,1% (кошти фізичних осіб – 33,3%) [5]. Тому конкуренція між банками за вклади населення завжди є напруженою. Між собою банки конкурують, установлюючи привабливі процентні ставки, впроваджуючи нові продукти та програми лояльності тощо. Для розроблення ефективних програм залучення роздрібних депозитів важливо чітко розуміти механізми формування депозитної бази банків, що дає змогу знайти нові шляхи до поліпшення управління депозитною діяльністю.

На рівні всього банку метою управління є досягнення планового обсягу депозитного портфеля. Щоб досягти поставленої мети, потрібно встановити депозитному підрозділу план щодо потоків залучення: який потік депозитів треба залучати, тобто який кредитовий оборот треба мати. При цьому управління ускладнюється тим, що зміна часової структури портфеля депозитів змінює й потоки повернення, що, у свою чергу, впливає на необхідні потоки залучення. Як показано в роботі [12], орієнтація виключно на зміну депозитних залишків і нехтування часовою структурою портфеля може призводити до прийняття помилкових рішень.

Слід визнати, що управління депозитною діяльністю банку через потоки залучення є складнішим, проте має й більші перспективи для збільшення його керованості. Складність такого процесу викликана тим, що обсяги залучення чутливі до зміни ринкових умов і поведінки вкладників. Фактична динаміка залишків та кредитового і дебетового оборотів за депозитним портфелем банку на *рис. 1* ілюструє таку складність. Задача полягає у правильній інтерпретації поведінки депозитів та у відповідному обґрунтуванні управлінських рішень. У реальній динаміці необхідно вміти виокремлювати різні режими залучення депозитів і знаходити границі їх існування.

Аналіз досліджень і постановка завдання. Для вирішення поставлених вище задач, на думку авторів, доцільно скористатися безперервними в часі детермінованими моделями депозитної динаміки, які є малодослідженими. Можна знайти обмежену кількість робіт, присвячених цій темі [1–3; 9; 10; 12]. Такі моделі є привабливими тому, що вони дають змогу застосувати розвинений інструментарій методів функціонального аналізу, виявити якісну картину депозитної діяльності, установити загальні закономірності динаміки банку і в такий спосіб поглибити розуміння механізмів формування залишків.

У роботах [1–3; 12] було досліджено вплив зміни кредитового обороту і середнього строку повернення депозитів на формування залишків за умови, якщо розподіл строків повернення депозитів є експоненційним.

Основними висновками робіт [1–3] є те, що банки працюють у перехідних режимах, і саме такі режими мають бути об'єктом дослідження. Крім того, сформульовано граничні закони збереження грошових коштів при переході від одного стаціонарного розподілу до іншого, які корисні для розуміння довгострокових тенденцій руху депозитів. Важливим висновком є те, що середній строк повернення депозитів є необхідним, але недостатнім індикатором раннього попередження кризи ліквідності (early warning liquidity indicator), який рекомендується Базельськими документами [7]. Установлено, що динаміка депозитів визначається середніми початковим та новим строками повернення, початковим і новим кредитовими оборотами. Ці параметри вичерпно описують динаміку депозитів.

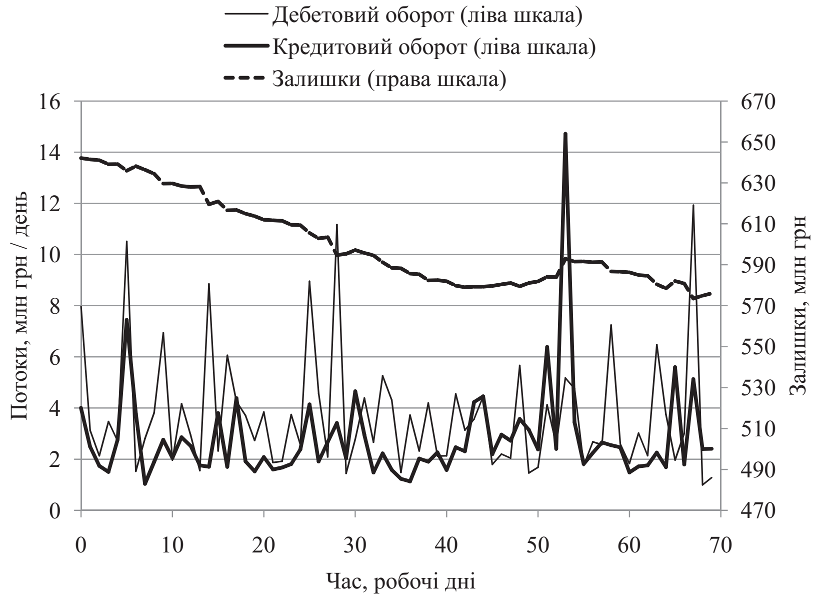

Рис. 1. Приклад фактичної динаміки залишків, кредитового і дебетового оборотів за депозитним портфелем (*розроблено авторами*)

У роботі [12] установлено, що динаміка депозитів може бути неочевидною та призводити до прийняття помилкових управлінських рішень. Так, скорочення кредитового обороту разом із збільшенням середнього строку повернення може спричинити спочатку падіння залишків, а потім їх зростання. Таке тимчасове падіння залишків може спонукати банк підвищити процентні ставки для збільшення пропозиції депозитів, що призведе до небажаного збільшення процентних витрат і до перевиконання плану залучення.

Навпаки, збільшення кредитового обороту разом із скороченням середнього строку повернення може спричинити спочатку зростання залишків, а потім їх падіння. Під час зростання банк може намагатися зменшити ставки, що згодом призведе до скорочення пропозиції депозитів і подальшого падіння залишків [12].

Проте вплив часової структури строків повернення на динаміку депозитів не було досліджено.

Метою статті є оцінка впливу розподілу строків повернення на програми залучення строкових депозитів.

Результати дослідження. Розподіл депозитів за строками повернення запропоновано авторами описувати розподілом Ерланга за формулою (1) [8] (*рис. 2*).

$$f(t)=\frac{\alpha^{n}\cdot t^{n-1}\cdot e^{-\alpha\cdot t}}{(n-1)!}. \tag{1}$$

Розподіл Ерланга має всього два параметри: масштаб 1/α і форма *n*. Середній строк повернення дорівнює $\mu = n/\alpha$. Розподіл Ерланга описує як опуклий, так і спадний розподіли, що характерні для реальних розподілів строків повернення депозитів. Водночас такий розподіл має зручне аналітичне представлення, що дає змогу отримати замкнуті аналітичні рішення задачі.

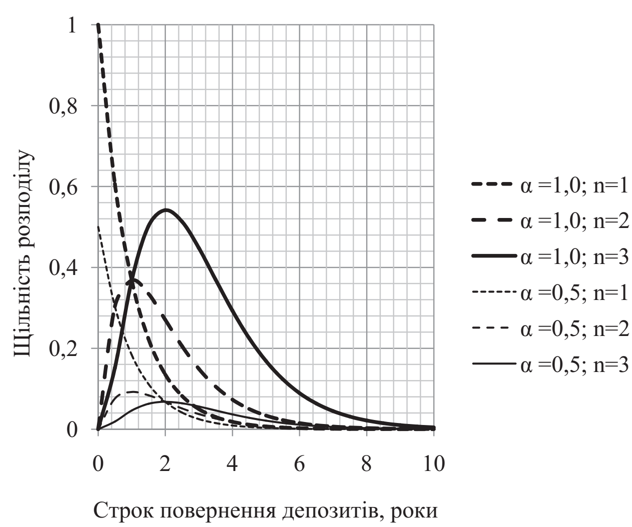

Рис. 2. Щільність розподілу строків повернення депозитів для різних значень параметрів α та *n* (*розроблено авторами*)

Нехай на момент часу $t = 0$ банк залучав депозити з таким розподілом строків повернення:

$$f_0(t)=\frac{\alpha_0^{n}\cdot t^{n-1}\cdot e^{-\alpha_0\cdot t}}{(n-1)!}, \tag{2}$$

У момент часу $t > 0$ розподіл стає таким:

$$f_1(t)=\frac{\alpha_1^{n}\cdot t^{n-1}\cdot e^{-\alpha_1\cdot t}}{(n-1)!}, \tag{3}$$

Таким чином, змінюється тільки масштаб розподілу з $1/\alpha_0$ з $1/\alpha_1$, а форма розподілу залишається однаковою $n = \text{const}$.

Як показано в роботі [3], для задачі підтримки постійного обсягу депозитного портфеля:

$$B = \text{const}, \tag{4}$$

динаміка кредитового обороту $Ct(t)$ описується інтегральним рівнянням Вольтерра другого роду [3]:

$$Ct(t) = \varphi(t) + \int_0^t Ct(u) \cdot f_1(t-u) \cdot du, \tag{5}$$

де початковий профіль повернення депозитів:

$$\varphi(t) = Ct_0 \cdot e^{-\alpha_0 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\alpha_0 \cdot t)^i}{i!}, \tag{6}$$

а Ct_0 – початковий кредитовий оборот.

Зауважимо, що залишки на депозитних рахунках дорівнюють:

$$B = \int_0^{\infty} \varphi(u) \cdot du, \tag{7}$$

Отже, задача полягає в тому, щоб знайти таку програму залучення нових депозитів із розподілом строків повернення (3), щоб залишки на депозитних рахунках залишалися на постійному рівні $B = \text{const}$ [див. умову (4)].

Інтегральне рівняння (5) має рішення [4]:

$$Ct(t) = \varphi(t) + \int_0^t R(t-u) \cdot \varphi(u) \cdot du, \tag{8}$$

де для $k = 0, \ldots, n-1$:

$$R(t) = \frac{1}{n} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot t} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} e^{-\sigma_k \cdot t} \cdot \left[\sigma_k \cdot \cos(\beta_k \cdot t) - \beta_k \cdot \sin(\beta_k \cdot t)\right], \tag{9}$$

$$\sigma_k = \alpha_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot k}{n}\right), \tag{10}$$

$$\beta_k = \alpha_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot k}{n}\right), \tag{11}$$

Підставляючи вирази (10) та (11) у формулу (9) для $R(t)$, після алгебраїчних перетворень отримаємо:

$$R(t) = \frac{\alpha_1}{n} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} e^{(\sigma_k - \alpha_1) \cdot t} \cdot \cos\left(\beta_k \cdot t + \frac{2\pi \cdot k}{n}\right), \tag{12}$$

Тоді наступний інтеграл буде таким:

$$\int_0^t R(t-u) \cdot \varphi(u) \cdot du = \frac{Ct_0 \cdot \alpha_1}{n} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\alpha_0{}^i}{i!} \cdot e^{(\sigma_k - \alpha_1) \cdot t} \cdot \left[I_1 \cdot \cos\left(\beta_k \cdot t + \frac{2\pi k}{n}\right) + I_2 \cdot \sin\left(\beta_k \cdot t + \frac{2\pi k}{n}\right)\right], \tag{13}$$

де

$$I_1 = \int_0^t u^i \cdot e^{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0) \cdot u} \cdot \cos(\beta_k \cdot u) \cdot du, \tag{14}$$

$$I_2 = \int_0^t u^i \cdot e^{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0) \cdot u} \cdot \sin(\beta_k \cdot u) \cdot du. \tag{15}$$

Інтеграли I_1 та I_1 мають такі рішення [6]:

$$I_1 = e^{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0) \cdot t} \cdot \sum_{j=1}^{i+1} \frac{(-1)^{j+1} \cdot i! \cdot t^{i-j+1} \cdot \cos(\beta_k \cdot t + \varphi \cdot j)}{(i-j+1)! \cdot \left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right]^{\frac{j}{2}}} - \frac{(-1)^i \cdot i! \cdot \cos\left[\varphi \cdot (i+1)\right]}{\left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right] \cdot \frac{i+1}{2}}, \tag{16}$$

$$I_2 = e^{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0) \cdot t} \cdot \sum_{j=1}^{i+1} \frac{(-1)^{j+1} \cdot i! \cdot t^{i-j+1} \cdot \sin(\beta_k \cdot t + \varphi \cdot j)}{(i-j+1)! \cdot \left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right]^{\frac{j}{2}}} - \frac{(-1)^i \cdot i! \cdot \sin\left[\varphi \cdot (i+1)\right]}{\left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right] \cdot \frac{i+1}{2}}, \tag{17}$$

де φ визначають із таких рівнянь:

$$\sin(\varphi) = \frac{-\beta_k}{\sqrt{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2}}, \tag{18}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0}{\sqrt{(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2}}. \tag{19}$$

Підставляючи (16) і (17) у (13), а отриманий вираз у (8), одержимо шукане рішення для довільного n:

$$Ct(t) = Ct_0 \cdot e^{-\alpha_0 \cdot t} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\alpha_0 \cdot t)^i}{i!} + \frac{Ct_0 \cdot \alpha_1}{n} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_0{}^i \cdot$$
$$\cdot \left\{ e^{-\alpha_0 \cdot t} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \frac{(-1)^{j+1} \cdot t^{i-j+1} \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{n} - \varphi \cdot j\right)}{\left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right] \cdot \frac{j}{2}} - \frac{e^{(\sigma_k - \alpha_1) \cdot t} \cdot (-1)^i \cdot \cos\left[\beta_k \cdot t + \frac{2\pi k}{n} - \varphi \cdot (i+1)\right]}{\left[(\alpha_1 - \sigma_k - \alpha_0)^2 + \beta_k^2\right] \cdot \frac{i+1}{2}} \right\}. \tag{20}$$

Для спрощення, але без втрати узагальненості, розглянемо випадок, коли $\alpha_0 = 1$ та позначимо $\alpha_1 = \alpha$. Тоді для випадку $n = 1$ рішення (20) набуває вигляду, який збігається з рішенням, отриманим у [3]:

$$Ct(t) = Ct_0 \cdot (\alpha + (1 - \alpha) \cdot e^{-t}). \tag{21}$$

Для випадку $n = 2$:

$$Ct(t) = Ct_0 \cdot (A_0 + A_1 \cdot e^{-2 \cdot \alpha \cdot t} + A_2 \cdot e^{-t} + (A_3 - A_2) \cdot t \cdot e^{-t}), \tag{22}$$

де $A_0 = \alpha$, $A_1 = (1 + \alpha) / 4\alpha$, $A_2 = (-4\alpha^2 + 3\alpha - 1) / 4\alpha$, $A_3 = (-3\alpha^2 + 3\alpha - 1) / 2\alpha$.

Для випадку $n = 3$:

$$Ct(t)=Ct_0\cdot\left\{A_0+\frac{A_1\cdot\sqrt{\frac{9\cdot\alpha^2}{4}+\left(\frac{\sqrt{3}\cdot\alpha}{2}-\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}{\frac{3\alpha}{2}}\cdot e^{\frac{-3\cdot\alpha\cdot t}{2}}\cdot\sin\left(\frac{\sqrt{3}\cdot\alpha\cdot t}{2}-\theta\right)+e^{-t}\cdot\left[A_3+\left(A_4-2A_3\right)\cdot t+\left(A_5-A_4+A_3\right)\cdot\frac{t^2}{2}\right]\right\}, \quad (23)$$

де

$$\theta=\operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{3}{2}\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha-\frac{A_2}{A_1}}\right), \quad (24)$$

$A_0 = \alpha$, $A_1 = 1 - \alpha - A_3$, $A_2 = 6\alpha^2 - 6\alpha^3 - 3\alpha^2 A_5$. Невідомі коефіцієнти A_3, A_4 і A_5 визначають із матричного рівняння: $X = B^{-1} \cdot C$, де матриці X, B та C мають вигляд:

$$X=\begin{pmatrix}A_3\\A_4\\A_5\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-1 & 3\alpha^2 & 3\alpha-9\alpha^2\\ 3\alpha^2-3 & 3\alpha & 1-9\alpha^2\\ 3\alpha-3 & 1 & -3\alpha^2\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1+9\alpha-18\alpha^2+10\alpha^3\\ 9\alpha-24\alpha^2+15\alpha^3\\ 3\alpha-9\alpha^2+6\alpha^3\end{pmatrix}. \quad (25)$$

Як видно з формули (22), для $n = 3$ у рішенні виникають коливальні компоненти.

Результати розрахунків представлено на *рис. 3* та *4* для випадку $Ct_0 = 1$.

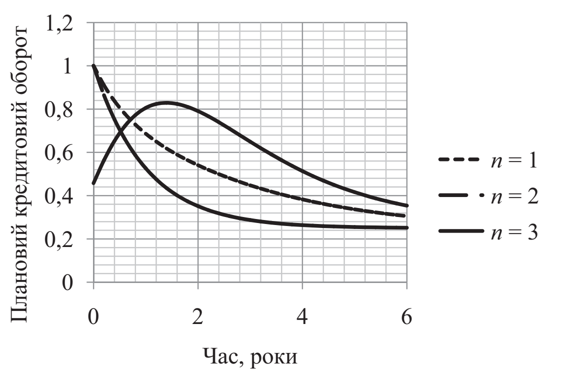

Рис. 3. Програма залучення депозитів за умови зміни α з 1 до 1/4 (*розроблено авторами*)

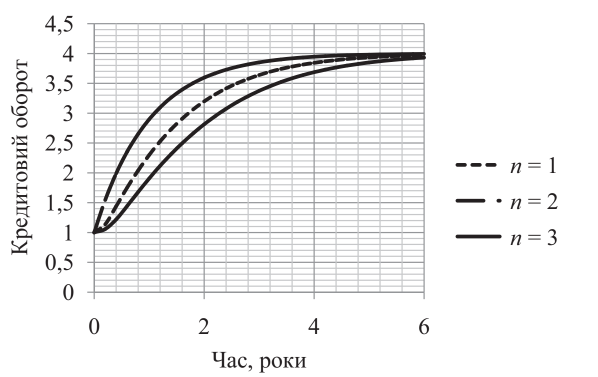

Рис. 4. Програма залучення депозитів за умови зміни α з 1 до 4 (*розроблено авторами*)

У програмі залучення депозитів, представленій на *рис. 3*, середній строк повернення депозитів у момент часу $t = 0$ збільшується з n до $4n$. Збільшення середнього строку повернення уповільнює повернення депозитів і допускає скорочення обсягів залучення, тобто зменшення кредитового обороту, але тільки для випадків, коли $n = 1$ та 2. Для розподілу строків повернення з $n = 3$ програма залучення депозитів (динаміка кредитового обороту), яка потрібна для підтримки депозитних залишків на постійному рівні [див. умову (4)], стає неочевидною. Депозитний підрозділ банку має спочатку збільшувати обсяги залучення, а потім їх знижувати.

У програмі залучення, представленій на *рис. 4*, середній строк повернення скорочується з n до $n/4$. Скорочення середнього строку прискорює повернення депозитів і вимагає збільшення обсягів залучення, тобто кредитового обороту. Проте виявилося, що скорочення середнього строку для розподілу з $n = 3$ вимагає темпів зростання кредитових оборотів, менших ніж для розподілів із $n = 1$ та 2.

Таким чином, наведені приклади програм залучення депозитів для розподілу строків повернення з $n = 3$ показують важливість урахування форми розподілу при розробленні програм залучення депозитів.

Висновки. Розподіл Ерланга описує як опуклий, так і спадний розподіли, які характерні для реальних розподілів строків повернення депозитів. Водночас такий розподіл має зручне аналітичне представлення, яке дає змогу отримати замкнуті аналітичні рішення задачі. Отримано явні рішення для визначення програми залучення депозитів за зміни розподілу строків повернення. Починаючи з параметра форми $n = 3$ у рішенні виникають коливальні компоненти.

Програма залучення депозитів суттєво залежить від того, як змінюється розподіл строків повернення. Тому підготовка ефективної програми залучення депозитів, а отже, і ефективне управління депозитною діяльністю банків неможливе без урахування розподілу строків повернення депозитів.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розроблення дискретних моделей залучення депозитів та аналізу їх поведінки.

Список використаної літератури

1. Волошин И. В. Оценка банковских рисков: новые подходы / И. В. Волошин. – Киев : Эльга, Ника-Центр, 2004. – 216 с.
2. Волошин І. Перехідна динаміка розривів ліквідності банку / І. Волошин // Вісник Національного банку України. – 2005. – № 9. – С. 26–28.
3. Волошин І. Динаміка розривів ліквідності банку за умов змінної програми розміщення та залучення коштів / І. Волошин // Вісник Національного банку України. – 2007. – № 8. – С. 24–26.
4. Манжиров А. В. Справочник по интегральным уравнениям / А. В. Манжиров. – Москва : Физматлит, 2003. – 608 с.
5. Основні показники діяльності банків України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=36807&cat_id=36798.
6. Прудников А. П. Интегралы и роды. Элементарные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. – Москва : Физматлит, 2003. – 623 с.
7. Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision. (2008) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bis.org/publ/bcbs144.pdf.
8. Erlangdistribution [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://en.wikipedia.org/wiki/Erlang_distribution.
9. Freedman B. (2004). An Alternative Approachto Asset-Liability Management. 14-th Annual International AFIR Colloquium (Boston) [Електронний ресурс] / B. Freedman.– Режим доступу : http://www.actuaries.org/AFIR/Colloquia/Boston/Freedman.pdf.
10. Selyutin V. (2013). Mathematical Model of Banking Firmas Tool for Analysis, Management and Learning [Електронний ресурс] / V. Selyutin, M. Rudenko. – Режим доступу : http://ceur-ws.org/Vol-1000/ICTERI-2013-p-401-408-ITER.pdf.
11. Volterra integral equation [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://en.wikipedia.org/wiki/Volterra_integral_equation.
12. Voloshyn I. (26.12.2014). Anunobvious dynamics of rolled overtime banking deposits under a shift in depositors'preferences: whether a decrease of weight edaverage maturity of deposits is indeed an early warning liquidity indicator? [Електронний ресурс] / I. Voloshyn. – Режим доступу : http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2553732.

References

1. Voloshin, I. V. (2004). Ocenka bankovskih riskov: novye podhody [Assessment of banking risks, new approaches]. Kyiv : Ehl'ga, Nika-Centr [in Ukrainian].
2. Voloshyn, I. (2005). Perekhidna dynamika rozryviv likvidnosti banku [Transitional dynamics of bankliquidity gaps]. Visnyk Natsionalnoho banku Ukrainy – Bulletin of the National Bank of Ukraine, 9, 26–28 [in Ukrainian].
3. Voloshyn, I. (2007). Dynamika rozryviv likvidnosti banku za umov zminnoi prohramy rozmishchennia ta zaluchennia koshtiv [Dynamics of bank liquidity gaps under conditions of variable placement programs and fundraising]. Visnyk Natsionalnoho banku Ukrainy – Bulletin of the National Bank of Ukraine, 8, 24–26 [in Ukrainian].
4. Manzhirov, A. V. (2003). Spravochnik po integral'nym uravneniyam [Handbook of Integral Equations]. Moscow : Fizmatlit [in Russian].
5. Osnovni pokaznyky diialnosti bankiv Ukrainy [Basic indicators activity of banks Ukraine]. (n. d.). www.bank.gov.ua. Retrieved from http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=36807&cat_id=36798 [in Ukrainian].
6. Prudnikov, A. P., Brychkov, Yu. A., & Marichev, O. I. (2003). Integraly i rody. Ehlementarnye funkcii [Integrals and labors. Elementary functions]. Moscow : Fizmatlit [in Russian].
7. Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision. (2008). bis.org. Retrieved from http://www.bis.org/publ/bcbs144.pdf.
8. Erlang distribution. (n. d.). en.wikipedia.org. Retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Erlang_distribution.
9. Freedman, B. (2004). An Alternative Approach to Asset-Liability Management. 14-th Annual International AFIR Colloquium (Boston). Retrieved from http://www.actuaries.org/AFIR/Colloquia/Boston/Freedman.pdf. [in USA].
10. Selyutin, V., & Rudenko, M. (2013). Mathematical Model of Banking Firm as Tool for Analysis, Management and Learning. ceur-ws.org. Retrieved from http://ceur-ws.org/Vol-1000/ICTERI-2013-p-401-408-ITER.pdf.
11. Volterra integral equation. (n. d.). en.wikipedia.org. Retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Volterra_integral_equation.
12. Voloshyn, I. (2014). An unobvious dynamics of rolled overtime banking deposits under a shift in depositors'preferences: whether a decrease of weighted average maturity of deposits is in deed an early warning liquidity indicator? papers.ssrn.com. Retrieved from http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2553732.