УДК 511:378.147

Т. В. Дідківська,
кандидат фізико-математичних наук, доцент;
І. А. Сверчевська,
кандидат педагогічних наук, доцент
(Житомирський державний університет імені Івана Франка)

ЛОГІЧНЕ ТА ІСТОРИЧНЕ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ПОРІВНЯНЬ В КУРСІ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Як дієвий засіб поєднання логічного та історичного в курсі теорії чисел розглядаються історичні задачі. Це задачі, запропоновані видатними математиками і збережені історією. Саме такі задачі пов'язують логічне та історичне, оскільки передбачається знайомство з діяльністю автора задачі, його способом розв'язання, власне розв'язання, а це сприяє набуттю логічної компетентності. Запропоновано систему визначних історичних задач для вивчення розділу "Теорія конгруенцій", що є складним з точки зору логічних обґрунтувань. Наводяться їх розв'язання різними методами.

Для засвоєння змісту навчального матеріалу необхідно організувати власну навчальну діяльність студентів. Важливим є не тільки засвоєння понять і тверджень, але і вміння доводити, проводити логічні міркування. При цьому значну роль грає формування потреби в логічних обґрунтуваннях. Досягненню поставлених цілей сприятиме навчання математики через розв'язування математичних задач. Важко переоцінити роль і місце задач для розвитку творчої діяльності та логічного мислення.

Поняття задачі, процес їх розв'язування, класифікація задач, їх роль у навчанні математики досліджували психологи, педагоги, дидакти, методисти: Г. А. Балл, Г. П. Бевз, П. П. Блонський, Ю. М. Калягін, Д. Пойя, С. Л. Рубінштейн, З. І. Слєпкань, А. А. Столяр, Н. Ф. Тализіна, М. М. Фрідман, П. О. Шеварьов.

У результаті зроблено висновки, що довільна задача є моделлю проблемної ситуації, тобто математична задача виникає, коли математик намагається знайти вихід зі складної ситуації. Тому робимо висновок, що виникнення задачі зобов'язане математичній діяльності.

Протягом усієї історії математики діяльність людей приводила до виникнення важливих математичних задач, багато з яких носять ім'я видатних математиків. На нашу думку, саме такі задачі пов'язують логічне та історичне. Тому ми пропонуємо підчас навчання теорії чисел вводити історичні задачі. Нами розроблено класифікацію історичних задач XII – XX ст. відповідно до тем, передбачених навчальним планом. Передбачається, що розв'язування таких задач включає історичну довідку, розв'язання автора та сучасне розв'язання.

Тема: Порівняння чисел за модулем, теорема Ейлера, теорема Ферма

1) Задача П. Ферма (1601 – 1665) [1: 482].

Якщо р – просте число і а – число, яке не ділиться на р, то $a^{p-1}-1$ ділиться на р.

Це твердження називається мала теорема Ферма. Її повідомив автор без доведення в листі до французького математика Френікля. На Ферма відкрита закономірність справила велике враження. Він писав: "Мене осяяло яскравим світлом".

Розв'язання. Якщо а не ділиться на р, то числа $a,\ 2a,\ 3a,\ \dots,\ (p-1)a$ також не діляться на р і при діленні на р дають різні остачі. Справді, якби ka і la (де $l \le k \le p-1$) давали при діленні на р однакові остачі, то $ka-la=(k-l)a$ ділилося б на р, що неможливо, бо р – просте число, а не ділиться на р і $k-l<p$.

Але всі можливі остачі при діленні на р вичерпуються $p-1$ числом: $1, 2, 3, \dots, p-1$. Тому має бути $a=pq_1+a_1$, $2a=pq_2+a_2$, $3a=pq_3+a_3$, … , $(p-1)a=pq_{p-1}+a_{p-1}$, де $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{p-1}$ – це числа $1, 2, 3, \dots, p-1$, взяті в певному порядку. Перемноживши всі ці рівності, дістанемо: $(1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(p-1))a^{p-1}=M\cdot p+a_1a_2\ldots a_{p-1}$, або $(1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(p-1))\cdot\left(a^{p-1}-1\right)=M\cdot p$. Звідки випливає, що $a^{p-1}-1$ ділиться на р.

Перше надруковане доведення малої теореми Ферма "Якщо р – просте, а – ціле число, що не ділиться на р, то $\left(a^p-a\right)\vdots\, p$" належить Ейлеру (1736), в рукописах Лейбніца також знайшли доведення, схоже на доведення Ейлера. Розглянемо ці два доведення.

Лейбніц використовує порівняння: $(a_1+a_2+\ldots+a_n)^p \equiv a_1^p+a_2^p+\ldots+a_n^p \pmod p$ (1).

Тоді $a^p=\Big(\underbrace{1+1+\ldots+1}_{a}\Big)^p \equiv \underbrace{1^p+1^p+\ldots+1^p}_{a} \pmod p \equiv a \pmod p$. Тобто доведено, що $a^p\equiv a \pmod p$ або $\left(a^p-a\right)\vdots\, p$.

Доведення Ейлера також використовує порівняння (1), але проводиться методом математичної індукції по а. Якщо а=0 то $a^p - a = 0,\ 0 \vdots p$, твердження істинне. Припустимо, що твердження істинне для а, тобто $\left(a^p - a\right) \vdots p$, або $a^p - a \equiv 0 (mod\ p)$. Доведемо твердження для а+1, тобто $\left((a+1)^p - (a+1)\right) \vdots p$ або $(a+1)^p - (a+1) \equiv 0 (mod\ p)$. Використаємо формулу (1) $(a+1)^p \equiv a^p + 1^p (mod\ p)$, маємо: $(a+1)^p - (a+1) \equiv a^p + 1^p - a - 1 \equiv a^p - a (mod\ p)$, за припущенням $a^p - a \equiv 0 (mod\ p)$, тому $(a+1)^p - (a+1) \equiv 0 (mod\ p)$, що й треба було довести. Отже, за методом математичної індукції доведено.

2) Задача Л. Ейлера (1707 – 1783) [1: 181].

Якщо a^λ – найменший степінь а, який при діленні на число р дає лишок 1, то всі лишки виду $1, a, a^2, a^3, \dots, a^{\lambda-1}$ не рівні між собою.

Розв'язання. Якщо два степеня a^μ і a^ν, де $\mu < \lambda, \nu < \lambda$, мають однакові лишки, то їх різниця $a^\mu - a^\nu$ буде ділитися на р, тому $a^{\mu-\nu}$ при діленні на р дає лишок 1, за умови, що $\mu - \nu < \lambda$. Це протиріччя з умовою a^λ – найменший степінь а, який при діленні на число р дає лишок 1. Отже, всі степені, показники яких менше λ, дають різні лишки.

Ця задача з роботи Ейлера "Теореми про лишки, що походять від ділення степенів", яка опублікована в 1761 р.

3) Задача К. Гаусса (1777 – 1855) [1: 121].

Сума значень функції Ейлера від дільників числа m дорівнює m. (Довести).

Розв'язання.

Позначимо шукану суму $F(m)$. Використаємо властивості функції Ейлера. Якщо $m = p^\alpha$, то $\varphi\left(p^\alpha\right) = p^\alpha\left(1 - \frac{1}{p}\right) = p^\alpha - p^{\alpha-1}$. Дільники p^α: $1, p, p^2, \dots, p^\alpha$. Шукана сума:

$$F\left(p^\alpha\right) = \varphi(1) + \varphi(p) + \varphi\left(p^2\right) + \dots + \varphi\left(p^\alpha\right) = \ = 1 + (p-1) + \left(p^2 - p\right) + \dots + \left(p^\alpha - p^{\alpha-1}\right) = p^\alpha .$$

Якщо $m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$, то $F(m) = \varphi\left(p_1^{\alpha_1}\right) \cdot \varphi\left(p_2^{\alpha_2}\right) \cdot \ldots \cdot \varphi\left(p_k^{\alpha_k}\right) = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k} = m$. Доведено.

Тема: Порівняння з невідомою величиною

1) Задача Фібоначчі (бл. 1170 – після 1228) [1: 289].

Стара жінка йшла на базар продавати яйця. Повз неї проїхав кінь і випадково наступив на кошик, розбивши всі яйця. Вершник запропонував відшкодувати збитки і запитав у жінки, скільки яєць у неї було. Вона не пам'ятала точне число, однак зауважила, що коли вона брала їх по двоє, то одне яйце лишалось у кошику. Коли брала їх по три, по чотири, по п'ять, по шість штук, теж одне лишалось; а по сім яєць – жодного не лишалось. Яку найменшу кількість яєць могла нести жінка на базар?

Розв'язання. Розв'язання зводиться до знаходження такого числа, яке ділиться на 7, а при діленні на 2, 3, 4, 5 і 6 дає в остачі 1. Якщо число зменшити на 1, то отримаємо число, що ділиться на 2, 3, 4, 5 і 6. Найменше спільне кратне цих чисел – 60. Треба знайти таке число, що ділиться на 7 та на 1 більше за число, що ділиться на 60.

Розглянемо числа 61, 121, 181, 241, 301, 361, … Перше з цих чисел, що ділиться на 7 є 301. Наступні числа, що задовольняють всі умови 721, 1141, 1561, ... Кожне з цих чисел отримаємо додаванням до попереднього числа 420, що є найменшим спільним кратним 2, 3, 4, 5, 6 та 7. Але нас цікавить найменша кількість яєць, які несла жінка на базар, тобто 301.

Можна розв'язати задачу за допомогою порівнянь.

$\begin{cases} x \equiv 1 (mod\ 2) \\ x \equiv 1 (mod\ 3) \\ x \equiv 1 (mod\ 4) \\ x \equiv 1 (mod\ 5) \\ x \equiv 1 (mod\ 6) \\ x \equiv 0 (mod\ 7) \end{cases}$. Оскільки найменше спільне кратне модулів 2, 3, 4, 5 і 6 є 60, то маємо систему:

$\begin{cases} x \equiv 1 (mod\ 60) \\ x \equiv 0 (mod\ 7) \end{cases}$. З першого порівняння $x = 1 + 60t_1$, підставимо у друге порівняння $1 + 60t_1 \equiv 0 (mod\ 7)$, $60t_1 \equiv -1 (mod\ 7)$, $-3t_1 \equiv 6 (mod\ 7)$, $t_1 \equiv -2 (mod\ 7),\ t_1 \equiv 5 (mod\ 7),\ t_1 \equiv 5 + 7t$. Тепер $x = 1 + 60(5 + 7t) = 301 + 420t$. Отже, найменша кількість яєць 301.

2) Задача Регіомонтана (німецький математик Йоган Мюллер) (1436 – 1476) [1: 416].

Знайти число, яке при діленні на 17, 13 і 10 дає відповідно остачі 15, 11 і 3. Знайдіть найменше натуральне число.

Розв'язання.

$\begin{cases} x \equiv 15(mod\ 17) \\ x \equiv 11(mod\ 13) \\ x \equiv 3(mod\ \ 10) \end{cases}$. З першого порівняння: $x = 15 + 17t_1$, підставимо в друге порівняння $15 + 17t_1 \equiv 11(mod\ 13)$, $17t_1 \equiv -4(mod\ 13)$, $4t_1 \equiv -4(mod\ \ 13)$, $t_1 \equiv -1(mod\ 13)$, $t_1 = -1 + 13t_2$, тепер $x = 15 + 17(-1 + 13t_2) = -2 + 221t_2$. Підставимо в третє порівняння: $-2 + 221t_2 \equiv 3(mod\ 10)$, $221t_2 \equiv 5(mod\ 10)$, $t_2 \equiv 5(mod\ 10)$, $t_2 = 5 + 10t$. Маємо $x = -2 + 221(5 + 10t) = 1103 + 2210t$. Отже, найменше натуральне число 1103.

3) Задача з "Арифметики" Л. Магницького (1669 – 1739) [1: 314].

Знайти число, яке при діленні на 2 дає в остачі 1, при діленні на 3 дає в остачі 2, при діленні на 4 дає в остачі 3, при діленні на 5 дає в остачі 4.

Розв'язання. Позначимо шукане число як х, тоді за умовою задачі маємо: $x = 2q_1 + 1,\quad x = 3q_2 + 2,$ $x = 4q_3 + 3,\quad x = 5q_4 + 4$. Додамо до обох частин кожної рівності одиницю та отримаємо рівності: $x + 1 = 2q_1 + 2 = 2(q_1 + 1),\quad x + 1 = 3q_2 + 3 = 3(q_2 + 1),\quad x + 1 = 4q_3 + 4 = 4(q_3 + 1),\quad x + 1 = 5q_4 + 5 = 5(q_4 + 1)$. Бачимо, що число $x + 1$ ділиться на 2, 3, 4, 5. Тому найменше значення $x + 1$ дорівнює найменшому спільному кратному чисел 2, 3, 4, 5, тобто 60. Звідки найменше значення х дорівнює 59. Задача має безліч розв'язків $x = 59 + 60k,\ k \in Z$.

Можна розв'язати задачу за допомогою порівнянь.

Тема: Застосування порівнянь

1) Задача Б. Паскаля (1623 – 1662) (загальна ознака подільності чисел) [1: 372].

Натуральне число a, задане в позиційній системі числення з основою $p\ (p \in N,\ p \geq 2)$, ділиться на число b тоді і тільки тоді, коли на нього ділиться сума добутків кожної цифри даного числа на остачу від ділення на b відповідних цифр розрядних одиниць $(1,\ p,\ p^2,\ \ldots,\ p^{n-1},\ p^n)$.

Розв'язання. Нехай $a = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0}$ задано в позиційній системі з основою p, тобто $a = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0$, і нехай при діленні $p^n, p^{n-1}, \ldots, p$ на b дістанемо в остачі $r_n, r_{n-1}, \ldots, r_1$. Тобто $p^n = bq_n + r_n$, $a_n p^n = a_n bq_n + a_n r_n$, $a_n p^n$ ділиться на b тоді і тільки тоді, коли доданок $a_n r_n$ ділиться на b. Аналогічно маємо для всіх доданків числа a. Отже, $a = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0$ ділиться на b тоді і тільки тоді, коли сума $a_n r_n + a_{n-1} r_{n-1} + \ldots + a_1 r_1 + a_0$ ділиться на b.

2) Задача з "Арифметики" Л. Магницького (1669 – 1739) [1: 314].

Довести правило перевірки правильності обчислень. Знайти суму цифр доданків (множників) лівої частини рівності, поділити з остачею на 9, знайдені остачі додати (перемножити), отримане число знову поділити на 9, остачу запам'ятати. Потім знайти суму цифр правої частини рівності, поділити з остачею на 9. Якщо отримана остача не дорівнює остачі, яку ми запам'ятали раніше, то рівність неправильна.

Розв'язання. Нехай перевіряється дія множення $P \cdot Q = M$. Використаємо, що число і сума його цифр при діленні на 9 мають однакові остачі. Нехай число $a = \overline{a_n \ldots a_2 a_1 a_0}$ задано в десятковій системі числення, тобто $a = a_n \cdot 10^n + \ldots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$. Знайдемо різницю між числом і сумою його цифр

$a_n \cdot 10^n + \ldots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 - (a_n + \ldots a_2 + a_1 + a_0) = \ a_n(10^n - 1) + \ldots + a_2(10^2 - 1) + a_1(10 - 1) =$

$= a_n \cdot \underbrace{9\ldots9}_{n} + \ldots + a_2 \cdot 99 + a_1 \cdot 9$. Оскільки кожний доданок має множник, що ділиться на 9, то і шукана різниця ділиться на 9. За допомогою порівняння можна записати так: $\overline{a_n \ldots a_2 a_1 a_0} \equiv a_n + \ldots + a_2 + a_1 + a_0(mod\, 9)$. Позначимо суми цифр чисел P, Q, M відповідно S_P, S_Q, S_M. Тоді $P \equiv S_P(mod\, 9)$, $Q \equiv S_Q(mod\, 9)$, $P \cdot Q \equiv S_P \cdot S_Q(mod\, 9)$, $S_P \cdot S_Q \equiv s(mod\, 9)$, де s – це остача при діленні на 9. $M \equiv S_M(mod\, 9) \equiv m(mod\, 9)$, де m – це остача при діленні на 9. Тоді якщо $P \cdot Q = M$, то $s \equiv m(mod\, 9)$ або остачі при діленні на 9 рівні, інакше $P \cdot Q \neq M$.Доведено.

Зауважимо, що рівність остач не означає, що обчислення правильні.

Приклад. Нехай після множення 7473 на 5432 отримали добуток 40593346. Сума цифр першого множника дорівнює 21, а другого – 14. Остачі при діленні цих чисел на 9 відповідно дорівнюють 3 і 5, їх добуток – 15, остача при діленні на 9 дорівнює 6. Тепер знаходимо суму цифр добутку 34, остача при діленні на 9 дорівнює 7. Оскільки $6 \neq 7$, то добуток обчислено неправильно.

3) Задача Лагранжа (сформульована і доведена у 1768 р.) (1736 – 1813) [1: 269].

Найбільша кількість чисел, які лежать між $-\frac{p}{2}$ і $\frac{p}{2}$ (р – просте), при яких многочлен $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + .. + a_1 x + a_0$ ділиться на р, не перевищує степеня многочлена. Довести.

Розв'язання. Йдеться про кількість розв'язків порівняння $f(x) \equiv 0(mod\ p)$, у якого старший коефіцієнт a_n не ділиться на р. Доведемо, що кількість його розв'язків не перевищує n. Використаємо метод математичної індукції. Якщо n=1, то маємо порівняння 1-го степеня $a_1 x + a_0 \equiv 0(mod\ p)$. Оскільки a_1 не ділиться на р, то порівняння має 1 розв'язок, тобто твердження виконується.

Припустимо, що твердження правильне для всіх многочленів степеня n-1, зі старшими коефіцієнтами, що не діляться на р. Розглянемо многочлен n-го степеня $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + .. + a_1 x + a_0$, де a_n не ділиться на р, і доведемо, що кількість розв'язків порівняння $f(x) \equiv 0(mod\ p)$ (1) не перевищує n.

Якщо порівняння не має розв'язків, кількість розв'язків менше ніж n. Якщо ж порівняння має розв'язок x_0, то поділимо $f(x)$ на $x - x_0$, отримаємо порівняння $(x - x_0)(b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0) \equiv 0(mod\ p)$, рівносильне даному. Його розв'язки – це x_0 та розв'язки порівняння $(b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0) \equiv 0(mod\ p)$. За припущенням довільне порівняння (n-1)-го степеня має кількість розв'язків, що не перевищує степеня, тому кількість розв'язків порівняння (1) не більше ніж 1+n-1, тобто не більше ніж n розв'язків. Що й треба було довести. Отже, за методом математичної індукції твердження доведено.

Можна виконати доведення способом, близьким до доведення Гаусса.

Нехай $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ такі, що для довільного $\alpha_i,\ i = 1, 2, ..., n,\ f(\alpha_i) \vdots p$. Або α_i є розв'язком порівняння $f(x) \equiv 0(mod\ p)$, тоді виконується тотожне порівняння $f(x) \equiv a_n(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)...(x - \alpha_n) \equiv 0(mod\ p)$ (2). Нехай β – розв'язок, відмінний від α_i, тобто β не порівняне за модулем р з α_i. Підставимо у конгруенцію (2) $x = \beta$, маємо $a_n(\beta - \alpha_1)(\beta - \alpha_2)...(\beta - \alpha_n) \equiv 0(mod\ p)$, але різниці $(\beta - \alpha_i)$ не діляться на р, тоді $a_n \vdots p$, що суперечить умові. Отже, порівняння не може більше ніж n розв'язків.

4) Задача Рачинського (1836-1902) [1: 415].

Якщо число ділиться на 7 або на 13, то різниця кубів числа десятків та числа одиниць цього числа також ділиться на 7 або 13 відповідно.

Розв'язання. Якщо $M = 10m + n$ ділиться на 7, то $10m + n \equiv 0(mod\ 7)$, а $n \equiv -10m(mod\ 7)$, $-10 \equiv -3(mod\ 7)$, $n \equiv -3m(mod\ 7)$, тоді $n^3 \equiv -27m^3(mod\ 7)$, $27 \equiv -1(mod\ 7)$, $n^3 \equiv m^3(mod\ 7)$, $m^3 - n^3 \equiv 0(mod\ 7)$, тобто $m^3 - n^3$ ділиться на 7.

Якщо $M = 10m + n$ ділиться на 13, то $10m + n \equiv 0(mod\ 13)$, а $n \equiv -10m(mod\ 13)$, $-10 \equiv 3(mod\ 13)$, $n \equiv 3m(mod\ 13)$, тоді $n^3 \equiv 27m^3(mod\ 13)$, $27 \equiv 1(mod\ 13)$, $n^3 \equiv m^3(mod\ 13)$, $m^3 - n^3 \equiv 0(mod\ 13)$, тобто $m^3 - n^3$ ділиться на 13.

Таким чином, історичні задачі здатні виконувати різні функції: навчальну, виховну, розвивальну та контролюючу. Ми підтримуємо думку В. Г. Бевз, що найкраще їх застосування у вихованні та розвитку студентів, зокрема, розвитку логічного мислення [1: 133]. Задачі дозволяють прослідкувати за розвитком математичної думки, як розвиток математики впливає на метод розв'язування задачі завдяки поєднанню логіки навчання математики з історичним аспектом.

Розв'язування історичних задач сприяє набуттю логічної компетентності в процесі навчання, тобто оволодінню практичними методами доведень та спростування тверджень. Оскільки напрямки набуття логічної компетентності передбачають відтворення дедуктивних доведень правильності розв'язань задач, проведення логічних обґрунтувань розв'язування задач, то запропоновані нами історичні задачі з теорії порівнянь якраз і сприяють зв'язку логічного та історичного.

Поряд з виробленням логічної компетентності в процесі навчання історичні задачі роблять математику в навчальному закладі цікавою та живою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Бородін О. І. Біографічний словник діячів у галузі математики / О. І. Бородін, А. С. Бугай. – К. : Вища шк. , 1973. – 552 с.
2. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх вчителів : [монографія] / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2005. – 360 с.

REFERENCES (TRANSLATED & TRANSLITERATED)

1. Borodin O. I. Bibleografichnyi slovnyk u galuzi matematyky [The Bibliographical Dictionary of Representatives in the Sphere of Mathematics] / O. I. Borodin, A. S. Bugai. – K. : Vyshcha shkola, 1973. – 552 p.
2. Bevz V. G. Istoriia matematyky u fakhovii pidgotovtsi maibutnikh vchyteliv [The History of Mathematics in the Future Teachers' Specialized Training] : [monografiia] / V. G. Bevz. – K. : NPU imeni M. P. Dragomanova, 2005. – 360 p.

Матеріал надійшов до редакції 19.03. 2012 р.

Дидковская Т. В., Сверчевская И. А. Логическое и историческое при изучении сравнений в курсе теории чисел.

Как действенное средство соединения логического и исторического в курсе теории чисел рассматриваются исторические задачи. Это задачи, предложенные выдающимися математиками и сохраненные историей. Именно такие задачи связывают логическое и историческое, так как предусматривается знакомство с деятельностью автора задачи, его способом решения, собственное решение, а это способствует приобретению логической компетентности. Предложено систему исторических задач для изучения раздела "Теория конгруэнций", являющегося сложным с точки зрения логических обоснований. Приведены их решения разными методами.

Didkivs'ka T. V., Sverchevs'ka I. A. Number Theory Problems with Historical Meaning in the Future Pedagogues' Preparation.

The paper focuses on historical tasks as an effective way to combine logical and historical aspects while studying the Number Theory course. Historical tasks were created by famous mathematicians and saved by history. These tasks combine logical and historical aspects by means of making acquaintance with the author's life and work, the author's way of solution and giving students an opportunity to find out their own way of solution, and thereby such tasks favour the development of logical competences. The paper suggests the system of notable historical tasks for studying the "Theory of Congruences" section, associated with some logical justification difficulties. Different ways of notable historical tasks solutions are also given.