

УДК 796.012:796.022+612.76

Сотский Н.Б.

## ФРИКЦИОННЫЕ ТРЕНАЖЕРЫ СО МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ: КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА (ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ)

*В статье предлагается теоретическое обоснование концепции нового поколения силовых тренажеров, предполагающих обеспечение нагрузкой одновременно несколько степеней свободы суставных движений. Использован оригинальный подход, в котором тренажер рассматривается как вектор-замыкатель биокинематических цепей. Описана кинематика и динамика выполнения упражнений.*

**Ключевые слова:** тренажер, степени свободы, кинематика, динамика

**Постановка проблемы.** Данная статья связана с разработкой нового поколения силовых тренажеров – устройств, в которых одновременно нагружаются несколько степеней свободы опорно-двигательного аппарата человека, что в значительной мере приближает тренировку мышц к кинематическим и динамическим условиям, имеющим место при выполнении значительного количества физических упражнений, относящихся как к спорту, так и к повседневной жизни человека.

**Анализ последних источников и публикаций.** Предварительные исследования [1, 2] позволили проанализировать особенности использования существующих систем силовых тренажеров, использующих различные формы организации тренировочного сопротивления и сделать заключение о принципиальной невозможности обеспечения с их помощью тренировочной нагрузкой одновременно нескольких степеней свободы суставных движений, которые имеют место при выполнении большинства двигательных действий. В ходе упомянутых исследований были проанализированы различные варианты обеспечения тренировочной нагрузки с учетом ее соответствия сложным изменениям пространственной ориентации звеньев тела человека.

В результате было предложено использовать в качестве нагрузочного устройства замыкатель биокинематических цепей в виде имитатора биокинематической цепи человека, представляющего собой шарнирно-рычажное устройство, нагружаемое с помощью диссипативных сил, в частности, силы сухого трения.

**Цель настоящей работы** анализ кинематических и динамических особенностей работы тренажера-замыкателя, обеспечивающего нагрузкой одновременно несколько степеней свободы суставных движений человека.

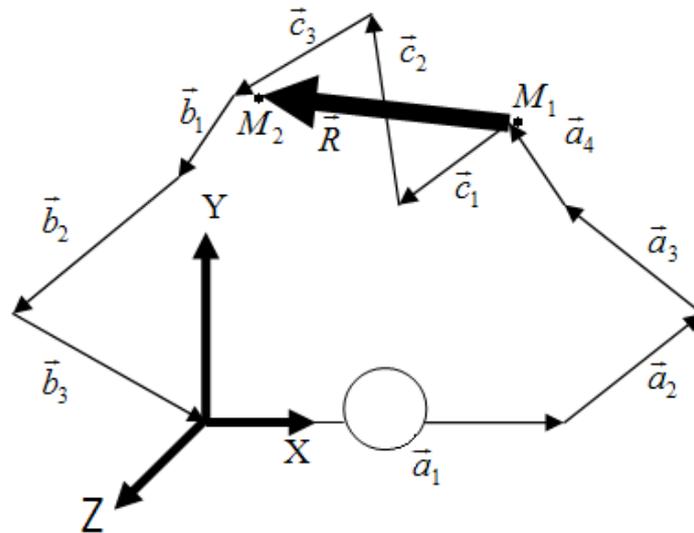
### **Результаты исследования.**

**Модель.** Представим тело человека в виде многосвязной системы, состоящей из шарнирно соединенных твердых звеньев. Это в соответствии с [3] пять биокинематических цепей. Как уже указывалось в [4], силовая тренировка сводится к созданию искусственного сопротивления изменению конфигурации биокинематических цепей. Иными словами, физическое упражнение предписывает осуществление определенной программы изменения позы при искусственно создаваемом затруднении для суставных движений.

Тренировочное воздействие организуется путем замыкания биокинематических цепей на опору или между собой. Тренировочное устройство или силовой тренажер в данном случае может быть схематически представлено в виде вектора-замыкателя, изменение которого (по длине или пространственной ориентации) сопровождается сопротивлением.

Если рассматривать в качестве объекта тренировки руки, следует учесть, что каждая из них имеет (без учета суставов пальцев) по три основных сустава (плечевые, локтевые и лучезапястные). Учет степеней свободы каждого сустава показывает, что кисти относительно туловища имеют по восемь степеней свободы, а если объединить руки в одну незамкнутую цепь – шестнадцать.

Движение рук во время физического упражнения можно представить как изменение пространственного положения двух точек ( $M_1$  и  $M_2$ ), расположенных на кистях (рисунок 1). Относительные их координаты, в соответствии с количеством степеней свободы, зависят от 16 параметров, что позволяет осуществлять достаточно широкий диапазон пространственных движений. Если теперь соединить указанные точки с помощью вектора  $\mathbf{R}$ , получается замкнутая цепь, в которой длина и пространственное положение указанного вектора определяется параметрами суставных движений рук.



**Рис. 1. Биокинематические цепи (руки) замкнутые с помощью шарнирно-рычажного устройства:**  $\vec{a}_1 - \vec{a}_4$  - звенья: туловище и правая рука;  
 $\vec{b}_1 - \vec{b}_3$  - звенья левой руки;  $\vec{c}_1 - \vec{c}_3$  - звенья устройства;  
 $\vec{R}$  - вектор-замыкатель (тренажер)

Как было обосновано в вышеупомянутых работах, для создания эффективного сопротивления изменению вектора  $\mathbf{R}$  предпочтительно использовать шарнирно-рычажную систему, которая позволяет обеспечить шесть степеней свободы относительного движения звеньев тела (в данном случае кистей) друг относительно друга. В таком случае крайним звеньям оказываются доступными практически любые пространственные движения, приводящие к изменению вектора-замыкателя  $\mathbf{R}$  и возникновению соответствующего сопротивления, следовательно, минимальное число степеней свободы для устройства – замыкателя равняется шести. Это соответствует трехзвенной конструкции с двумя сферическими шарнирами.

**Кинематика.** Кинематика такого устройства определяется длинами рычагов и возможной амплитудой движений в шарнирах. Вектор-замыкатель  $\mathbf{R}$  может быть рассмотрен как сумма векторов, представляющих собой звенья рассматриваемого устройства.

$$\vec{R} = \sum \vec{c}_i \tag{1}$$

При осуществлении пространственного движения, вектор  $\mathbf{R}$  определяется шестью переменными, представляющими собой углы Эйлера, образованные звеньями, сочлененными в каждом шарнире. С другой стороны, этот же вектор может быть представлен через шестнадцать углов, образованных суставами рук.

В результате, используя условие замкнутости образованной руками и тренажером-замыкателем цепи, (в соответствии с обозначениями, представленными на рис. 1) можно составить кинематическое описание такого движения:

$$\sum \vec{c}_i + \sum \vec{a}_i + \sum \vec{b}_i = 0 \tag{2}$$

Данное векторное уравнение, являющееся условием замыкания цепей, может быть представлено в виде трех соотношений в проекциях на оси координат. В результате получается система с 24 переменными три из которых можно выразить через остальные 21.

В соответствии с подходами, применяемыми в механике управляемого тела [5], для решения таких систем используют принцип дополнения. В данном случае это может быть связано с заданием закона изменения суставных углов биокинематических цепей во времени. Это представляется вполне логичным, поскольку величина суставных углов и их изменение управляется мышцами и может быть обусловлена заранее в виде описания тренировочного упражнения.

Таким образом, радиус-векторы  $\vec{R}_{M1}$ , и  $\vec{R}_{M2}$ , соответственно, координаты точек  $M_1$  и  $M_2$  могут быть выражены через суставные углы, задаваемые в виде функции времени:

$$\vec{R}_{M1} = \sum \vec{a}_i[\alpha_{i1}(t), \alpha_{i2}(t), \alpha_{i3}(t)] \quad (3)$$

$$\vec{R}_{M2} = \sum \vec{b}_i[\beta_{i1}(t), \beta_{i2}(t), \beta_{i3}(t)], \quad (4)$$

где  $\vec{a}_i$  – звенья одной из рук, представленные в виде векторов,  $\alpha_{ij}(t)$  – углы Эйлера, образованные ее звеньями относительно рассматриваемой системы координат,  $\vec{b}_i$  и  $\beta_{ij}(t)$  – аналогичные параметры второй руки.

Суставные углы, управляемые человеком могут быть заданы аналитически, например, в виде гармонического приближения [3]:

$$\Phi = (\Phi^K + \Phi^H) / 2 - (\Phi^K - \Phi^H) \cos(\pi t / \tau) / 2, \quad (5)$$

где  $\Phi$  – суставной угол;  $\Phi^K$  – конечное значение суставного угла;  $\Phi^H$  – начальное значение суставного угла;  $\tau$  – время выполнения суставного движения.

С другой стороны, вектор-замыкатель, соединяющий указанные точки, может быть выражен через параметры шарнирно-рычажного устройства – длины звеньев и углы в шарнирах:

$$\vec{R} = \sum \vec{c}_i[\gamma_{i1}(t), \gamma_{i2}(t), \gamma_{i3}(t)], \quad (6)$$

где  $\vec{c}_i$  – звенья рычажно-шарнирного замыкателя, представленные в виде векторов,  $\gamma_{ij}(t)$  – углы Эйлера, образованные его звеньями относительно рассматриваемой системы координат.

Учитывая, что вектор-замыкатель  $\vec{R}$  может быть определен как разность радиусов-векторов  $\vec{R}_{M2}$  и  $\vec{R}_{M1}$ , может быть получено уравнение кинематики системы руки-тренажер:

$$\vec{R}_{M2} - \vec{R}_{M1} = \vec{R} \quad (7)$$

В результате решения такого уравнения получается зависимость углов Эйлера, образованных звеньями шарнирно-рычажного замыкателя от управляемых человеком углов в сочленениях биокинематических цепей (в данном случае рук) в виде:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ij}[\alpha_{i1}(t), \beta_{i1}(t)] \quad (8)$$

**Динамика.** Динамические характеристики предложенной тренажерной системы можно рассмотреть, используя энергетический подход. Здесь следует учесть, что в качестве тренировочного сопротивления используется сила сухого трения в шарнирах. Момент такой силы для вращательного движения в шарнире определяется произведением коэффициента трения на силу нормального давления и плечо данной силы относительно оси шарнира. В таком случае работа  $A$  силы сопротивления при изменении угла в шарнирах устройства определяется как сумма скалярных произведений моментов силы  $M$  на угловое перемещение  $\Delta\varphi$ :

$$A = M \Delta\varphi \quad (9)$$

Работа по преодолению силы сопротивления одновременно в двух шарнирах определяется суммой работ, затраченных в каждом шарнире. С другой стороны, можно рассматривать процесс изменения конфигурации устройства-замыкателя с точки зрения отнимаемой у тренирующегося мощности. Так, мощность, затрачиваемую на преодоление сопротивления устройства-замыкателя при изменении длины и пространственной ориентации вектора  $\mathbf{R}$  можно представить как скалярное произведение развиваемой силы на скорость изменения положения вектора, что, в свою очередь является мгновенной скоростью изменения относительного положения точек  $M_1$  и  $M_2$ . С другой стороны эта же

мощность может быть получена через моменты сил сопротивления в шарнирах и мгновенные угловые скорости относительного движения сочлененных звеньев:

$$(FdR/dt) = (M_1\omega_1) + (M_2\omega_2) \quad (10)$$

Если предположить, что сила сопротивления направлена строго противоположно изменению вектора  $R$ , то можно определить величину силы сопротивления:

$$F = [(M_1\omega_1) + (M_2\omega_2)] / |dR/dt| \quad (11)$$

В последней формуле угловые скорости изменения углов в шарнирах устройств определяются дифференцированием формулы (8) как функция суставных углов, которые, в свою очередь, задаются описанием упражнения, как и скорость изменения вектора  $\vec{R}$ . Таким образом может быть оценено тренировочное сопротивление, обеспечиваемое при изменении конфигурации шарнирно-рычажного устройства,

Для оценки силовых параметров тренировки с использованием предложенной схемы можно исходить из того, что рассмотренные выше соотношения, описывающие кинематику, позволяют задать все углы пространственной ориентации каждого звена (вектора) системы. В результате для любого конкретного упражнения могут быть получены зависимости компонент вектора-замыкателя от времени. В частности, если рассматривать только силу сопротивления  $\vec{F}$ , возникающую при изменении заданным образом (через изменение вектора  $R$ ) конфигурации шарнирно-рычажного устройства (рисунок 1), то условие осуществления заданной деформации представляет собой систему двух векторных неравенств:

$$\begin{aligned} \vec{F} \times \vec{r}_1 &\geq \vec{M}_1 \\ \vec{F} \times (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) &\geq \vec{M}_2 \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\vec{M}_1$  – момент силы сопротивления изменению пространственных углов в первом шарнире,  $\vec{M}_2$  – аналогичный момент для второго шарнира.

Для обеспечения произвольного пространственного изменения вектора-замыкателя момент внешней силы должен обеспечить одновременное выполнение обоих неравенств. В то же время направление и величина вектора внешней силы в общем случае образует неравные моменты относительно шарниров устройства. Тем не менее, движение должно происходить одновременно в обоих шарнирах. Следовательно, заданное движение начнется только в случае, если момент внешней силы превзойдет момент силы сопротивления шарнира, расположенного так, его что сопротивление данному моменту внешней силы максимально. Такая ситуация может быть обусловлена как значительной величиной сопротивления шарнира, так и его расположением относительно направления внешнего воздействия при котором оно образует минимальный момент.

Очевидно, что для начала движения, учитывая приведенные соображения, оказывается достаточным использовать одно из приведенных соотношений. Соотношение, относящееся ко второму шарниру, в таком случае будет выполнено автоматически.

Таким образом, имея полученные динамические соотношения (три уравнения проекций) мы получим три компоненты силы. Это позволяет оценить как силу, обеспечиваемую спортсменом при заданной траектории и моментах сил сопротивления шарниров, так и обратную задачу – по траектории и силе определить степень зажатия шарниров.

#### Выводы

1. Получены общие кинематические соотношения, связывающие суставные движения человека с углами, определяющими пространственную конфигурацию силового тренажера, со многими степенями свободы выполненного в форме шарнирно-рычажного устройства с регулируемой степенью сопротивления изменению положения в шарнирах. Полученные кинематические соотношения, позволяют описывать силовые упражнения в виде зависимости пространственных параметров позы тренирующегося от времени

2. Получены уравнения динамики, включающие оценку мощности и величины силового сопротивления, имеющего место в ходе тренировки, а также связь вектора силы тренировочной нагрузки с траекторией крайних звеньев устройства и степенью сопротивления устройства.

3. Показана возможность синтеза упражнений с заранее заданными свойствами: задание силы по траектории крайних точек и степени сопротивления шарниров или задание траектории и степени задание сопротивления шарниров при обеспечении силового сопротивления изменению положения крайних точек устройства.

### Использованные источники

1. Сотский Н.Б. Кинематика и динамика выполнения упражнений на стационарных силовых тренажерах / Н.Б. Сотский // Наука и техника. – 2014. – № 4. – С. 87–94.
2. Сотский Н.Б. О концепции фрикционных тренажеров со многими степенями свободы / Н.Б. Сотский // Материалы, технологии, инструменты. – 2014. – Т 19. – №4. – С. 18-23.
3. Сотский Н.Б. Поза спортсмена: Определение и измерение / Н.Б. Сотский // Метрология и приборостроение. – 2014. – № 2. – С. 37–40.
4. Сотский Н.Б. Биомеханика: учебник для студентов специальности спорт.-пед. деятельность / Н.Б. Сотский; Белорус. гос. ун-т физ. культуры. – Минск: БГУФК, 2005. – 192 с.
5. Корнев Г.В. Введение в механику человека / Г.В. Корнев. – М. : Наука, 1977. – 264 с.

Sotsky M.

### FRictional EXERCISERS WITH MANY DEGREES OF FREEDOM: KINEMATICS AND DYNAMICS (THEORETICAL ASPECT)

*The article gives theoretical basis of the new generation power exercisers' concept. The exercisers provide load for several degrees of freedom simultaneously. With original approach the exerciser is viewed as a contactor vector of biokinematic chains. The kinematic and dynamic are described from the analytic point of view, which helped to get the basic equations of the moves of self-contained system of human body sections, containing power exerciser. The article acquired general kinematic correlations, that connect body's movements with angles, determining spatial configuration of the power exerciser with many degrees of freedom, made in form of hinged-lever device with the adjustable degree of resistance. Kinematic correlations make it possible to describe the power exercisers as dependency between spatial parameters of the position and the time. The equalities of dynamics are acquired: they include power evaluation and magnitude evaluation of power resistance that take place in training. Also connection between the force vector of the training load and the trajectory of the device's extreme links and also the degree of resistance. The possibility of synthesis of the exercises is described: setting power with extreme points trajectory and hinge's degree of resistance, or setting the trajectory and degree of resistance of the joints while providing power to the resistance change of the position of the extreme points of the device*

**Key words:** exercisers, degrees of freedom, kinematics, dynamics.

Стаття надійшла до редакції 08.09.2015 р.