

## ВСТАНОВЛЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ РІВНЯ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ ВІД КІЛЬКОСТІ НАВЧАЛЬНИХ ГОДИН, ЯКА ВИДІЛЯЄТЬСЯ НА ВИВЧЕННЯ ПРЕДМЕТА

*У статті розглядаються питання, присвячені оптимальному розподілу виділеного навчального ресурсу між предметами у школі. При цьому автором аналізується зміна рівня (ефективності) підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів в залежності від кількості пройдених ними навчальних годин у відповідності з навчальним планом.*

*Результатом дослідження є встановлена функціональна залежність, що дозволяє достатньо обґрунтовано розподілити загальний навчальний час між предметами і виділений навчальний час з конкретного предмету за періодами навчання.*

**Ключові слова:** *рівень підготовки учнів, функціональна залежність, оптимальний розподіл навчальних годин.*

На ефективність підготовки школярів у середній загальноосвітній школі впливає велика кількість об'єктивних та суб'єктивних чинників, але одне із чільних місць у цьому ряду займає кількість навчального часу, який виділяється на вивчення того чи іншого предмету. Розподіл навчального часу на вивчення предметів у середній загальноосвітній школі відбувається, в основному, емпіричним шляхом на основі великого попереднього досвіду виділення навчального часу на вивчення предметів. На основі типових навчальних планів загальноосвітнім навчальним закладом складається робочий навчальний план з конкретизацією варіативної складової і визначенням профілю навчання [1]. В умовах обмежених ресурсів та обмеженого часу навчання [2] актуальною постає задача більш ґрунтовного, враховуючи науковий підхід до цього питання, розподілення виділеного навчального ресурсу між предметами та за періодами навчання в межах одного предмету. Порівняння загального обсягу кількості навчальних годин у нашій країні та в інших європейських державах дає підстави дійти висновку про те, що при меншій тривалості навчання – 11 років – кількість навчальних годин у школах України перевищує їхню загальну кількість в окремих країнах з 12-річним терміном навчання, наприклад, у тій же Великій Британії або Португалії.

Так, при оцінюванні чинних навчальних планів і програм батьки та вчителі майже однотайні у своїх міркуваннях: навчальні програми перевантажені інформацією, а співвідношення годин та обсягу дисциплін, що вивчаються, не збалансоване [3]. Таким чином, ефективність навчання на сьогодні є досить важливим фактором, що визначає якість освіти, яку, в свою чергу, можна підвищити як новітніми технологіями, так і професійними кадрами та сучасним змістом освіти.

На сьогодні у середній загальноосвітній школі найпоширенішим інструментом визначення рівня підготовки школярів є проведення різного роду моніторингів, зрізів знань, іспитів, заліків, директорських контрольних робіт, діагностичних та річних контрольних робіт, які забезпечують досить об'єктивну оцінку рівня підготовки школярів. Результати цих перевірок застосовують під час вирішення багатьох проблемних питань загальної освіти, зокрема і при вирішенні питання щодо розподілу кількості навчальних годин, яка виділяється на вивчення того чи іншого предмету.

Вирішення питання щодо оптимального розподілення виділеного навчального ресурсу між предметами досліджувалося багатьма авторами і можливе не тільки з використанням емпіричних методів, але й математичними методами [4-8]. Саме тому, вдосконалення тих, що існують, і створення нових методик, які б більш адекватно відображали процес навчання та надавали змогу прогнозувати рівень підготовки школярів, зокрема, в залежності від кількості навчальних годин, що виділяється на вивчення того чи іншого предмету, становить достатньо складну й актуальну наукову проблему.

Тому, метою статті є ознайомлення читачів з встановленою функціональною залежністю рівня підготовки учнів від кількості навчальних годин, що виділяється на вивчення того чи іншого предмету у загальноосвітньому навчальному закладі.

За рівень (ефективність) підготовки (навчання) учнів можливо прийняти деяку функцію  $E(x)$ , яка своєрідно змінюється в залежності від кількості пройдених ними навчальних годин  $x$  у відповідності з навчальним планом (програмою). Рівень підготовки учнів, який досягається (значення цієї функції), після закінчення запланованого навчального процесу у кількості  $x = x_{пл}$  навчальних годин оцінюється за результатами перевірки (іспиту, заліку).

Аналіз зміни рівня (ефективності) підготовки (навченості)  $E(x)$  учнів загальноосвітніх навчальних закладів в залежності від кількості пройдених ними навчальних годин  $x$  у відповідності з навчальним планом виявляє деякі закономірності, які полягають в тому, що:

– підготовка учнів з будь-якого предмету містить, як правило, початковий (вступний) та основний періоди навчання;

– на початку навчального процесу ( $x = 0$ ) початковий рівень підготовки учнів вважається практично рівним нулю, тобто  $E(x = 0) = 0$ ;

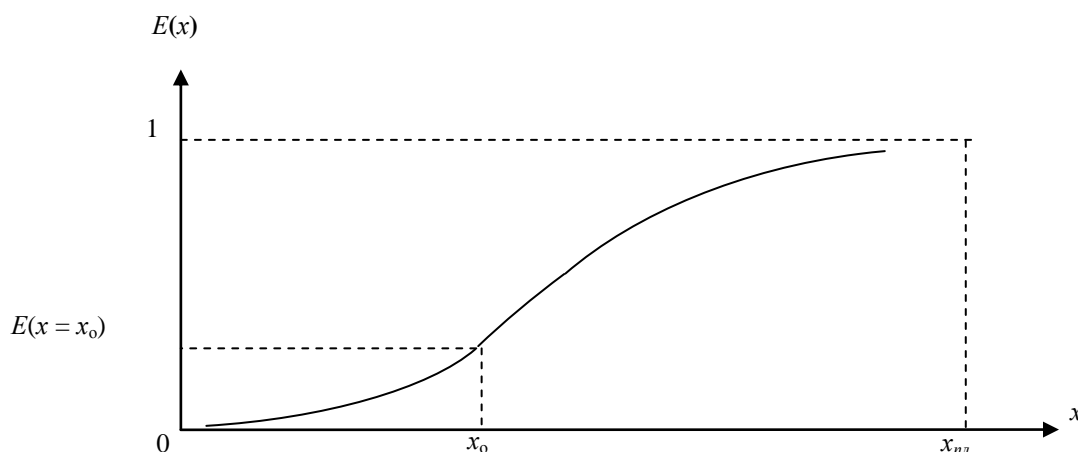
– у міру проходження учнями певної кількості навчальних годин  $x$  їх рівень підготовки підвищується, але не рівномірно (повільніше на початку та в кінці навчального процесу), і при якомусь значенні  $x \neq 0$  стає рівним  $E(x)$ ;

– у кінці запланованого навчального часу  $x = x_{nl}$  відповідно до навчального плану рівень підготовки  $E(x)$  учнів вважається досягнутим та умовно приймається за одиницю, тобто  $E(x = x_{nl}) = 1$ .

Звідси область визначення функції  $E(x)$ , яка розглядається, – це множина навчальних годин  $x$  від нуля до запланованого значення  $x_{nl}$  відповідно до навчального плану для підготовки учнів, тобто  $0 \leq x \leq x_{nl}$ .

Областю значень функції  $E(x)$  при цьому є множина усіх значень  $E(x)$  від нуля до одиниці, тобто  $0 \leq E(x) \leq 1$ .

Оскільки навчальний процес учнів середньої загальноосвітньої школи при викладанні того чи іншого предмету проходить, як правило, безперервно, то функція  $E(x)$  вважається також безперервною, причому такою, щоб вона могла бути двічі диференційована.



**Рис. 1. Можливий вигляд графіка функції  $E(x)$**

При цьому, виходячи з описаної вище динаміки рівня підготовки учнів з того чи іншого предмету залежно від пройдених ними навчальних годин  $x$ , робимо припущення, що графічно функція  $E(x)$  може мати вигляд S-подібної кривої з несиметричними гілками (рис.1).

Звідси робимо висновок, що графік  $E(x)$ , показаний на рис. 1, повинен мати точку перегину  $x = x_0$ , отже, повинна існувати друга похідна від функції  $E(x)$ , про що говорилося вище.

Положення (координати) точки перегину  $x_0$  визначається конкретним видом функції  $E(x)$ , що описує навчальний процес з того чи іншого предмету.

Відмітимо, що наявність точки перегину в поведінці функції  $E(x)$  в даному випадку якісно відображає динаміку навчального процесу:

– до точки перегину ( $x \leq x_0$ ), починаючи з  $x = 0$ , йде поступове нарощування (практично за лінійним законом) знань і умінь учнів (початковий період навчання) до рівня  $E(x = x_0)$ , що створює передумови для переходу до спеціалізованої підготовки учнів (більш вираженого прикладного аспекту навчального матеріалу) з того чи іншого предмету;

– після точки перегину ( $x > x_0$ ) відбувається посилення процесу навчання (основний період навчання), який сповільнюється наприкінці навчального процесу при  $x = x_{nl}$ , внаслідок чого досягається певний рівень підготовки учнів з того чи іншого предмету  $E(x = x_{nl})$ .

Таким чином, крива  $E(x)$ , що відображає даний навчальний процес, повинна пройти через такі точки:

$$\begin{aligned} x = 0, & \quad E(x = 0) = 0; \\ x = x_0 \approx (0,15 - 0,20) \cdot x_{nl}, & \quad E(x = x_0) = E(x_0) \approx 0,20 - 0,25; \\ x = x_{nl}, & \quad E(x = x_{nl}) = E(x_{nl}) \rightarrow 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Графіку  $E(x)$  S-подібного виду (рис. 1), а також умовам (1) може відповідати, наприклад, така залежність, що виражає функціональну залежність рівня підготовки  $E(x)$  учнів з певного предмету від кількості  $x$  пройдених ними навчальних годин і представляється аналітично подібно до розподілу Вейбулла-Гнєденко [9], таким чином:

$$E(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^k} \quad (2)$$

де  $\lambda > 0$  – деяка постійна (параметр), що впливає на форму кривої  $E(x)$  і визначається з певних передумов, наприклад, враховуючи рівень попередньої підготовки учнів, використання сучасних технічних засобів навчання та ін., або за результатами аналізу навчального процесу (безпосередньо або опитуванням) з того чи іншого предмету;  $k \geq 1$  – показник степеня (цілий або дробовий).

Як бачимо, рівняння (2) задовольняє вимогам (1), що пред'являються до графіка  $E(x)$ . Дійсно, при  $x = 0$  значення  $E(x = 0) = 0$ ; при  $x = x_{nl}$  необхідно, щоб  $E(x = x_{nl}) \rightarrow 1$  ( $e^{-\lambda \cdot x^k} \rightarrow 0$ ).

Для того, щоб функція  $E(x)$  мала точку перегину  $x_0$  необхідно і достатньо, як відомо, щоб друга похідна  $E''(x)$  функції (2) в цій точці мала локальний екстремум, який знаходять із рівняння  $E''(x_0) = 0$ . У такому випадку маємо:

$$\begin{aligned} \frac{dE(x)}{dx} &= E'(x) = k \cdot \lambda \cdot x^{k-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x^k}; \\ \frac{d}{dx} \left[ \frac{dE(x)}{dx} \right] &= \frac{d^2 E(x)}{dx^2} = E''(x) = k \cdot (k-1) \cdot \lambda \cdot x^{k-2} \cdot e^{-\lambda \cdot x^k} - k \cdot \lambda \cdot x^{k-1} \cdot k \cdot \lambda \cdot x^{k-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x^k} = \\ &= k \cdot \lambda \cdot x^{k-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x^k} \cdot \left[ (k-1) \cdot \frac{x^{k-2}}{x^{k-1}} - k \cdot \lambda \cdot x^{k-1} \right] = 0, \end{aligned}$$

відповідно  $1 - \frac{k}{k-1} \cdot \lambda \cdot x^k = 0$ , звідки

$$x^k = \frac{k-1}{k \cdot \lambda}, \quad (3)$$

тоді абсциса точки перегину визначається значеннями  $k$  і  $\lambda$ :

$$x = x_0 = \sqrt[k]{\frac{k-1}{k \cdot \lambda}} = \left( \frac{k-1}{k \cdot \lambda} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad (4)$$

а значення функції в точці перегину

$$E(x = x_0) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^k} = 1 - e^{-\frac{k-1}{k}}, \quad (5)$$

як бачимо, не залежить від значення параметра  $\lambda$ , а визначається тільки величиною показника степені  $k$ .

Аналізуючи формулу (4), можна зробити висновок, що із збільшенням параметра  $\lambda$  зменшується значення точки перегину  $x_0$ , відбувається зсув цієї точки та кривих  $E(x)$  вліво, що закономірно, оскільки, як відомо, графік функції  $E(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^k}$  (2) при збільшенні параметра  $\lambda$  стискується до осі ординат  $E(x)$ ;

при цьому значення функцій  $E(x = x_0)$  не змінюються (5) при зміні абсциси  $x_0$  точки перегину, а значить і при зміні параметра  $\lambda$ .

Зокрема, при  $k = 2$  із (2) отримаємо відомий в теорії ймовірності розподіл Релея (двовірний розподіл випадкової величини  $\tilde{x}$  за нормальним законом [10]):

$$E(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^2}, \quad (6)$$

де аналогічно попередньому (4) можна показати, що значення точки перегину цієї функції

$$x = x_0 = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \lambda}} \approx 0,707 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}, \quad (7)$$

а значення функції в цій точці (5) незалежно від значення параметра  $\lambda$  при  $x_0^2 = \frac{1}{2 \cdot \lambda}$  (3):

$$E(x = x_0) = 1 - e^{-\lambda \cdot x_0^2} = 1 - e^{-0,5} \approx 0,39.$$

Знайдена точка (7) функції дійсно є точкою перегину, оскільки при  $x < x_0$ , наприклад, при  $x = 0,6 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} < 0,707 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ ,  $E\left(x = 0,6 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^2} = 1 - e^{-0,36} \approx 0,3 < 0,39$ ;

при  $x > x_0$ , наприклад, при  $x = 0,8 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} > 0,707 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ ,  $E\left(x = 0,8 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^2} = 1 - e^{-0,64} \approx 0,47 > 0,39$ ,

що підтверджує наявність у розглянутої функції  $E(x)$  точки перегину і можливість представлення функції  $E(x)$ , графік якої наведено на рис. 1, виразом (2).

Вид функції  $E(x)$  відповідно до (2) залежно від кількості навчальних годин  $x$ , наприклад, при  $\lambda = 0,0001$ ;  $k = 1, 2, 3, 4$  представлений в табл. 1 і на рис. 2, де показано також, що при  $k = 1$  S-подібна крива  $E(x)$  перетворюється в звичайну експоненту  $E(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$ , яка, як відомо, не має екстремуму через відсутність другої похідної (координати точки перегину цієї кривої співпадають з початком координат).

Проаналізувавши розрахунки, які представлені в табл. 1, та можливі графіки функції на рис. 2, можна зробити висновок, що із збільшенням  $k \geq 1$  значення функції  $E(x)$  при одному і тому ж значенні  $x$  підвищуються, а абсциса точки перегину  $x_0$  зменшується (зміщується вліво).

Таблиця 1

**Значення функції  $E(x)$  в залежності від значень параметра  $k$**

Функція $E(x)$	Кількість годин $x = x_{пл}$ в навчальному процесі	Точка перегину	$E(x = x_0) = 1 - e^{-\frac{k-1}{k}}$
----------------	---	----------------	---------------------------------------

	10	20	30	50	100	150	200	$x_0 = \left(\frac{k-1}{k \cdot \lambda}\right)^{\frac{1}{k}}$	
$E(x) = 1 - e^{-0,0001 \cdot x}$	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01	0,015	0,02	0	0
$E(x) = 1 - e^{-0,0001 \cdot x^2}$	0,01	0,04	0,09	0,22	0,63	0,89	0,98	71	0,39
$E(x) = 1 - e^{-0,0001 \cdot x^3}$	0,10	0,55	0,93	1	1	1	1	19	0,49
$E(x) = 1 - e^{-0,0001 \cdot x^4}$	0,63	1	1	1	1	1	1	9	0,53

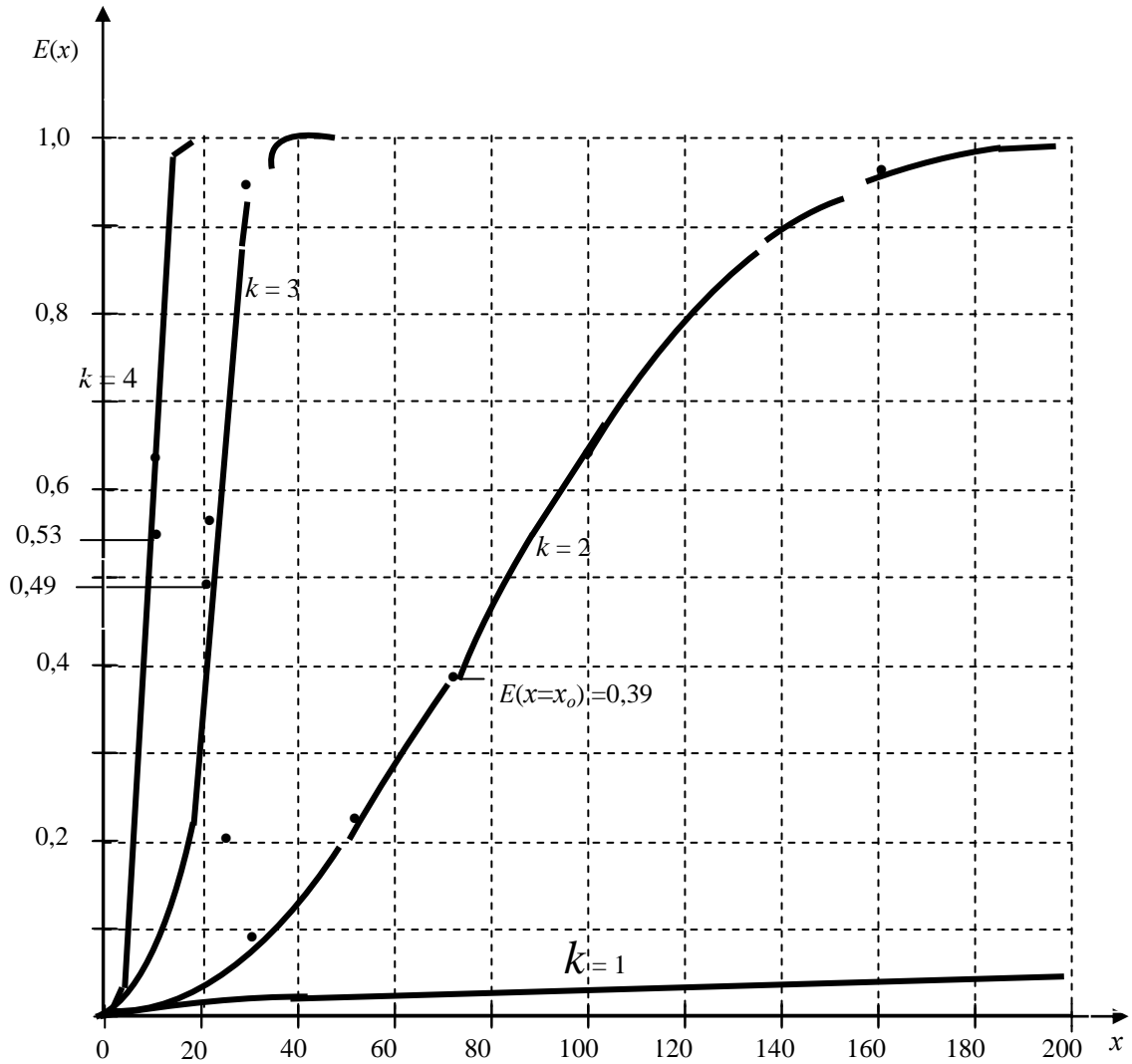


Рис. 2. Графіки  $E(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x^k}$  при різних значеннях  $k$

При зміні положення точки перегину  $x_0$  і одній і тій же величині  $k$  значення функції  $E(x = x_0)$  в точці перегину, як відзначалося раніше, залишаються незмінними (5), оскільки визначаються тільки значеннями  $k \geq 1$  і не залежать від параметра  $\lambda > 0$ .

Кількість годин на вивчення предмета може бути збільшена за рахунок варіативної частини навчального плану, що, в свою чергу, надає можливість поширення і поглиблення змісту програми. У такому разі вчитель використовує чинну програму, збільшуючи кількість годин на вивчення окремих тем програми [11].

**Висновки.** Запропонований математичний апарат (встановлена функціональна залежність), знання функції  $E(x)$  дозволить достатньо обгрунтовано з одного боку – розподілити загальний навчальний час між предметами, а з іншого боку – обгрунтовано розподілити виділений навчальний час з конкретного предмету за періодами (вступний та основний) навчання із врахуванням першопочаткового рівня ( $\lambda$ ) підготовки

школярів. При цьому необхідно враховувати, що перерозподіл навчальних годин не повинен збільшити тижневе і річне навчальне навантаження учнів.

Перспективи подальших досліджень полягають у дослідженні питання щодо формулювання оптимізаційної задачі стосовно оптимального розподілу виділених на навчання коштів між предметами навчання з метою максимізації рівня підготовки школярів з того чи іншого предмету.

### Використані джерела

1. Закон України "Про загальну середню освіту" зі змінами Відомості Верховної Ради України (ВВР), 1999, № 28, ст. 230.
2. Закон України "Про внесення змін до законодавчих актів з питань загальної середньої та дошкільної освіти щодо організації навчально-виховного процесу".
3. Дмитро Табачник "Вирішальним є не скільки років ми вчимо, а як і чого" [Текст] / Д. Табачник // Рабочая газета № 115 від 30.06.10.
4. Снапелев, Ю.М. Моделирование и управление в сложных системах [Текст] / Ю.М. Снапелев, В.А. Старосельский.– М.: Советское радио, 1974.– 263 с.
5. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации [Текст] / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров.– М.: Наука, 1986.– 325 с.
6. Ильницкий, А.Л. Оценка целевой функции одной дискретной задачи теории расписаний [Текст] // Исследование операций и АСУ.– К.: КГУ, 1979.–Вып. 13 – С. 54-58.
7. Васильев, Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф.П. Васильев.– М.: Наука, – 1980.– 518 с.
8. Турчак, Л.И. Основы численных методов [Текст] / Л.И. Турчак.– М.: Наука, – 1987.– 318 с.
9. Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности [Текст] / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьева.– М., 1965.– 318 с.
10. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель, – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962.– 564 с.
11. Волкова, Н.П. Педагогіка [Текст] / Н.П. Волкова.– К.: Академія, 2001.– 324 с.

*Movchan S.M.*

### SETTING OF FUNCTIONAL DEPENDENCY BETWEEN THE LEVEL TRAINING PUPILS AND THE NUMBER OF TEACHING HOURS WHICH IS PROVIDED TO STUDY THE SUBJECT

*The article is considered some aspects of optimal allocation of dedicated educational resources between subjects in the school. The author analyzes the changes in the level (performance) training of pupils of secondary schools based on the number of hours they passed in accordance with the curriculum.*

*The research is set functional dependence, allowing sufficient reasonably allocate the total training time between subjects and dedicated training time on a concrete subject for periods of study.*

**Key words:** *level training pupil, functional dependence, optimal allocation time of training.*

*Стаття надійшла до редакції 23.07.2013 р.*

