УДК 591.713
УДК 621.3.049.77

АНАЛІЗ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ МУЛЬТИПЛЕКСОРНОЇ ФОРМИ ПРЕДСТАВЛЕННЯ КОМБІНАЦІЙНИХ СХЕМ

Кочкарьов Ю.О., *д.т.н., професор,*
Синько І.В.,
Кущ С.О.
Черкаський державний технологічний університет

В статье рассматривается реализация логических функций в мультиплексорной форме представления. Приведены результаты анализа эффективности данной формы представления сравнительно с другими формами представления. Показана перспективность использования мультиплексорной формы представления при реализации комбинационных схем.

***Ключевые слова**: форма представления, комбинационная схема, сложность реализации, мультиплексорная форма, оценка эффективности.*

The multiplex representative form of boolean functions is considered in this article. The results of its efficiency compared to other forms of representation are shown. The availability of multiplex form use representative at the combination circuit implementation is demonstrated.

***Key words:** representative form, combinational circuit, complexity factor, multiplex form, performance evaluation.*

Комбінаційні схеми (КС), як відомо, є інформаційним ядром цифрових вузлів, блоків ЕОА та РЕА. Вони реалізують системи з m логічних функцій (ЛФ), кожна з яких має до n незалежних аргументів. Кожен вихід КС є в математичному сенсі незалежним, тому без суттєвого обмеження загальності результатів, які розглядаються нижче, можна застосовувати $m=1$, тобто розглядати далі окремі ЛФ.

Відомі [1-3] три фундаментальні форми представлення (ФП) ЛФ:

– класична ФП (КФП) – у вигляді диз‘юнктивних нормальних форм

$$f(x_i)=\sum_{i=0}^{2^n-1} c_i\tilde{x}_1\tilde{x}_2...\tilde{x}_n\,, \qquad (1)$$

де $c_i=\{0,1\}$ – коефіцієнти;

$\tilde{x}_1\tilde{x}_2...\tilde{x}_n$ – повні або неповні кон‘юнкції, які містять до n змінних в прямій або інверсній формі;

– алгебраїчна ФП (АФП) – алгебраїчна форма представлення (АФП) – у вигляді алгебраїчних поліномів

$$f(x_i)=\sum_{i=0}^{2^n-1} c_iS_i \qquad (2)$$

де S_i – спеціальні кусково-постійні базисні $\boldsymbol{S}$-функції [2];

c_i – коефіцієнти $\boldsymbol{S}$-ряда;

– Ріда-Мюлерівська ФП (РМФП) – у вигляді суми по $\bmod 2$ тих самих $\boldsymbol{S}$-функцій

$$f(x_i)=\sum_{i=0}^{2^n-1} c_iS_i\,,\ \bmod 2\,, \qquad (3)$$

де $c_i=\{0,1\}$.

Дослідження, проведені в [4], показали, що повна множина ЛФ від n аргументів, яка позначається далі як $L(n)$, і яка містить 2^{2^n} елементів, складається з трьох так званих підмножин пріоритетів (ПП), які, важливо відмітити, слабо перетинаються:

– С – підмножина, для якої найбільш прийнятною з точки зору реалізації ЛФ є КФП;
– А – підмножина, для якої найбільш прийнятною з точки зору реалізації ЛФ є АФП;
– R – підмножина, для якої найбільш прийнятною з точки зору реалізації ЛФ є РМФП.

Кількісні оцінки потужності зазначених ПП за сучасними показниками складності реалізації ЛФ, проведені в [4, 5], показали, що повсюдно використовувана в наш час КФП є відносно малоефективною формою.

Наприклад, для $n=4$ та $n=5$ питома вага підмножини С по основному показнику S_s – площі мікросхеми, необхідної для формування кон‘юнкцій ЛФ, конкретно, підмножини $CLASSIC = C \cup CA \cup CR \cup CAR$, складає менше 10% від загальної кількості ЛФ.

Така ситуація слугувала відправною точкою для формулювання в [4] так званої “концепції ОФП”, яка полягає в тому, що кожну задану ЛФ доцільно реалізовувати саме в тій формі, яка забезпечує найкращий показник складності реалізації.

В останні роки з‘явився ряд робіт [6, 7], присвячених порівняно новій ФП – так званій ***мультиплексорній формі*** (МФП). ***Метою*** даної роботи є з‘ясування конкурентоспроможності МФП в порівнянні з іншими ФП ЛФ.

Опускаючи другорядні деталі, зауважимо, що МФП полягає в тому, що аргументи заданої ЛФ від n змінних, які попередньо розбиті на підмножину X_0 від $n-k$ аргументів та X_1 від k аргументів, представляються у вигляді набору 2^k ЛФ F_i від $n-k$ аргументів ($1 \le k \le n-2$), а також дешифратора і мультиплексора зі структурою “2^k в 1”. Узагальнена схема реалізації ЛФ в МФП показана на рис. 1.

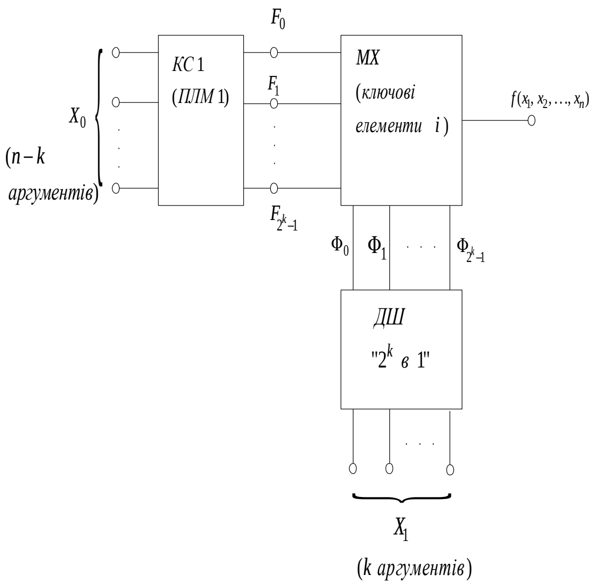

Рис. 1. Узагальнена схема реалізації ЛФ в МФП

МФП відповідає представленню ЛФ $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в ортогональній формі, тобто у вигляді суми

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=0}^{2^k-1} F_i \Phi_i \,, \qquad (4)$$

де F_i – ЛФ від множини аргументів X_0 на виході ПЛМ1;

Φ_i – базисні ортогональні ЛФ від підмножини X_1 на вході ДШ.

МФП відповідає представленню ЛФ $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в ортогональній формі, тобто у вигляді суми

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=0}^{2^k-1} F_i \Phi_i \,, \qquad (4)$$

де F_i – ЛФ від множини X_0 на виході ПЛМ1;

Φ_i – базисні ортогональні ЛФ від підмножини X_1 на виході ДШ.

Враховуючи ортогональність (в даному випадку відсутність перетинів) функцій Φ_i додавання в (4) може бути як логічним (на елементах OR), так і алгебраїчним.

В [4] автором запропонована об‘єктивна схема порівняння ефективності різних ФП між собою, яка базується на порівнянні існуючих ФП з ідеальною модельною формою представлення ЛФ. На рис. 2 представлена суть вказаної системи порівняння.

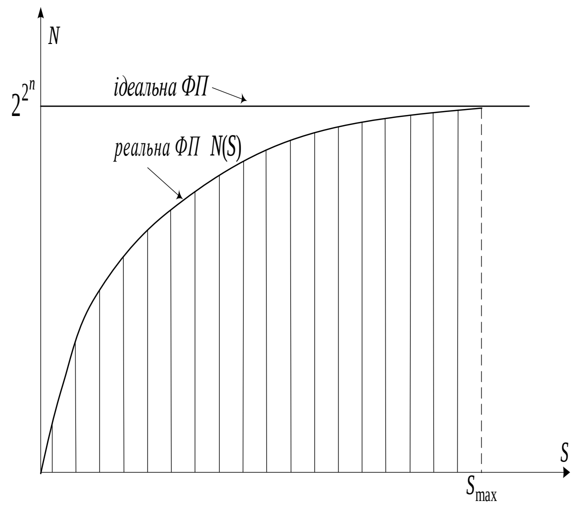

Рис. 2. Схема визначення ефективності ФП ЛФ

Для будь-якої ФП може бути розрахована монотонно зростаюча залежність $N(S)$ кількості ЛФ N від показника складності реалізації S, яка починається з $N = 0$ при $S = 0$ і закінчується значенням 2^{2^n} при деякому $S = S_{\max}$.

Вказана залежність, точніше, інтеграл $\int_0^{S_{\max}} N(S)ds$, порівняно з гіпотетичною ідеальною ФП, у якої $N = 2^{2^n}$ при всіх значеннях S, може бути об‘єктивною мірою ефективності обраної ФП для заданого значення n і показника складності S. Більш докладне обґрунтування і результати порівняння відомих на той час базисних Φ_i представлено в [4].

Для співставлення ефективності МФП з іншими відомими ФП пропонується скористатися запропонованою системою, для чого необхідно визначити в порівнянні з іншими ФП залежності $N(S)$ показників кількості ЛФ в МФП для різних значень n і різних показників S.

В даній роботі наводяться результати аналізу нижньої оцінки ефективності МФП порівняно з вище вказаними ФП, а також запропоновані деякі шляхи збільшення ефективності МФП. В якості показників складності реалізації обрані:

– S_{ad} (важливий показник при використанні ПЛМ) – кількість доданків в МДНФ, тобто кількість кон‘юнкцій або вихідних шин в ПЛМ1;
– S_s (найбільш важливий показник) – площа, в умовних одиницях, мікросхеми, яка необхідна для формування кон‘юнкцій ЛФ – $S_s = 2nS_{ad}$ для КФП, $S_s = nS_{ad}$ для АФП і РМФП.

Складність реалізації ЛФ в МФП, наприклад, по показнику S_s, може бути подана у такому вигляді:

$$S_s = S_{s1} + S_{s2} + S_{s3},$$

де S_{s1} – складність ПЛМ1, де формуються складові ЛФ F_i з (4) (рис. 1);

S_{s2} – складність дешифратора “ 2^k в 1”;

S_{s3} – складність мультиплексора *MX* (рис. 1).

Аналогічно знаходяться інші показники, наприклад, S_{ad}.

При заданій кількості аргументів n складність реалізації ЛФ в МФП суттєво залежить від параметра k, тобто від того, яким чином розбита множина аргументів на підмножини X_0 та X_1, а також від необхідної кількості різних виходів ПЛМ1, тобто від характеру ЛФ, яка реалізується.

Для оцінки конкурентності МФП скористаємось засобами технології *EDM* (Extended Data Mining), запропонованої в [7], та проаналізуємо, наприклад, множину $L(3)$.

При $n = 3$ мають місце практично тільки два варіанта:

– однорозрядний мультиплексор ($k = 1$) і доданки F_i являють собою ЛФ від 2-х аргументів;
– дворозрядний мультиплексор ($k = 2$) і доданки F_i являють собою ЛФ від 1-го аргумента.

Для порівняння нижньої оцінки складності реалізації ЛФ в МФП використаємо розгорнуту структуру ПЛМ, орієнтовану на МФП, яка показана на рис. 3. На цьому рисунку представлені обидва варіанти реалізації будь-якої ЛФ з $n = 3$ ($k = 1$ та $k = 2$). Для вказаної структури показники складності реалізації представлені наступним чином:

$$S_{ad} = 2^k, \tag{5}$$

$$S_s = 2^k(2(n-k)+1). \tag{6}$$

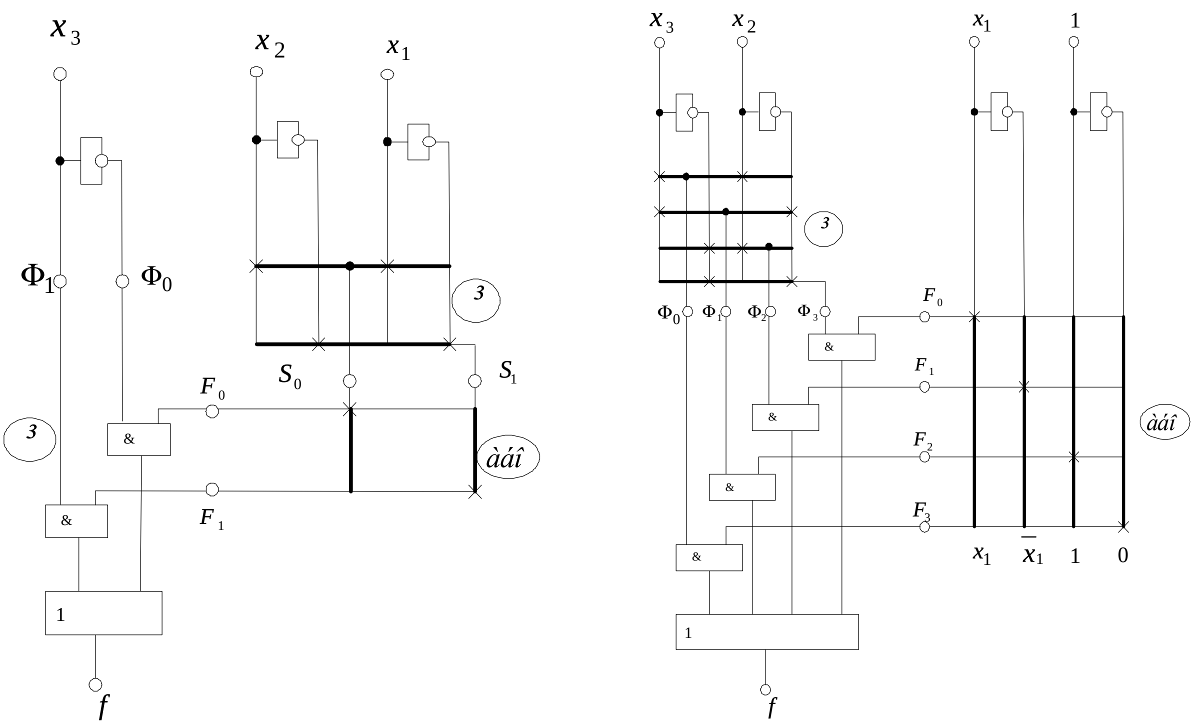

Рис. 3. Верхня оцінка складності реалізації ЛФ з $n = 3$ в КФП $k = 1$ (а), $k = 2$ (б)

Для коректності порівняння з показниками S_{ad} в КФП, АФП і РМФП, які наведені в [4], враховується частина схеми, в якій реалізуються елементи І.

Для порівняння ефективності МФП з відомими КФП, АФП та РМФП побудуємо залежності $N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ та $N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ при $n=3$, які представлені зростаючим підсумком в табл. 1 та табл. 2.

Показники ефективності МФП в порівнянні з відомими ФП наведені в табл. 3.

Таблиця 1.

S_{ad}	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ КФП	0	28	158	246	**256**				
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ АФП	0	28	96	218	234	254	254	255	**256**
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ РМФП	0	28	114	208	244	**256**			
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ МФП ($k=1$)	0	28	**256**						
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_{ad})$ МФП ($k=2$)	0	28	-	-	**256**				

Таблиця 2.

S_s	0	3	6	9	12	15	18	21	24
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ КФП	0	2	28	28	158	158	246	246	**256**
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ АФП	0	28	96	218	234	254	254	255	**256**
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ РМФП	0	28	114	208	244	**256**			
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ МФП ($k=1$)	0	-	-	**256** ($S_s=10$)					
$N_{\ddot{E}\hat{O}}(S_s)$ МФП ($k=2$)	0	-	128	-	**256**				

Таблиця 3.

Показники ефективності ФП ($n=3$)

Форми представлення ЛФ	Показники ефективності	
	S_{ad}	S_s
КФП [4]	0,74	0,45
АФП [4]	0,69	0,67
РМФП [4]	0,70	0,68
МФП ($k=1$)	0,68	0,56
МФП ($k=2$)	0,57	0,84

З наведених таблиць видно, що по найбільш важливим показникам S_{ad} та S_s складності реалізації ЛФ ефективність МФП є достатньо конкурентоспроможною для подальших, більш розгорнутих, досліджень. Відмітимо, що наведені в роботі дані відповідають оцінці нижньої границі ефективності МФП. Розробка сучасних ефективних методів мінімізації ЛФ в МФП дозволить помітно покращити наведені оцінки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Самофалов К.Г. Прикладная теория цифровых автоматов. К.: Вища школа, 1987. – 375 с.
2. Кочкарев Ю.А. Теория, техническая реализация и использование ортогонального уплотнения информации в вычислительных устройствах. / Диссертация на соискание доктора технических наук, защищена в Таганрогском радиотехническом институте им. В.Д. Калмыкова. – Таганрог, 1983.
3. T. Sasao, P. Besslich. On the Complexity of Mod 2 Sum PLA's, IEEE Transaction on Comp., Vol. 39, № 2, P. 262–266, February, 1990.
4. Кочкарев Ю.А., Пантелеева Н.Н., Казаринова Н.Л., Шакун С.А. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Каталог-справочник // Черкасский институт управления, 1999, 193 с.
5. Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А. Настраиваемые модули для управляющих логических устройств. – Л.: Энергоиздат, 1981.
6. Шалыто А.А. Логическое управление. Методы аппаратной и программной реализации. СПГ, Наука, 2000. – 780 с.
7. Кочкарев Ю.А., Бузько В.В., Кучерова Н.С. Информационная технология EXPANDED DATA MINING в совершенствовании структуры цифровых узлов и блоков // Сборник научных трудов НГУ. – Днепропетровск: НГУ. – № 12. – 2006.

Кочкарьов Ю.О., д.т.н., професор кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету.

Синько І.В., аспірант кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету.

Кущ С.О., аспірант кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету.