УДК 620.179.16

ВКЛАД КВАДРАТИЧНЫХ СЛАГАЕМЫХ В ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ УПРУГИХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

Анисимов В.А., *к.т.н., доцент,*
Куценко А.Н., *д.т.н., профессор*
Одесский национальный политехнический университет (Украина)

Розглядається можливість лінеаризації основних розрахункових співвідношень акустичної тензометрії.

Ключові слова: *акустопружність, напруги, діагностика.*

The linearization permissibility of base equations in acoustic stress evaluation is considered in the article.

Key words: *acoustics elasticity, tension, diagnostics.*

Одним из перспективных направлений неразрушающей диагностики напряженно-деформированного состояния элементов конструкций является использование нелинейных зависимостей между напряжениями и параметрами распространяющихся упругих волн.

На основе наиболее общих физических представлений, подкрепляемых экспериментальными данными [1, с. 45], можно считать, что относительное изменение скорости распространения упругой волны в безграничной первоначально изотропной среде определяется внешними воздействиями:

$$\delta\upsilon_{ik} = f(\sigma_{\mathbf{l}n}, T, E_j, H_j),$$

где $\sigma_{\mathbf{l}n}$ – компоненты тензора напряжений;

T – абсолютная температура среды;

E_j и H_j – компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей.

Ограничиваясь случаем отсутствия электромагнитного поля, полный дифференциал $\delta\upsilon_{ik}$ можно записать, используя упомянутые величины как независимые переменные:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(\delta\upsilon_{ik}) = {} & \frac{\partial\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{\mathbf{l}n}}\mathrm{d}\sigma_{\mathbf{l}n} + \frac{\partial\delta\upsilon_{ik}}{\partial T}\mathrm{d}T + \frac{\partial^2\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{\mathbf{l}n}\partial T}\mathrm{d}T\,\mathrm{d}\sigma_{\mathbf{l}n} + \\ & + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{\mathbf{l}n}\partial\sigma_{mj}}\mathrm{d}\sigma_{\mathbf{l}n}\,\mathrm{d}\sigma_{mj} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\delta\upsilon_{ik}}{\partial T^2}\mathrm{d}T\,\mathrm{d}T + \ldots \end{aligned} \tag{1}$$

Для упрощения дальнейшего использования уравнений целесообразно ввести ряд обозначений и дополнительных терминов [1, с. 45; 2, с. 92–93]:

$\dfrac{\partial\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{\mathbf{l}n}} = \beta_{ik\mathbf{l}n}$ – матрица акустоупругих коэффициентов скорости распространения волн;

$\dfrac{\partial\delta\upsilon_{ik}}{\partial T} = \gamma_{ik}$ – матрица термоакустических коэффициентов скорости распространения волн;

$\dfrac{\partial^2\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{\mathbf{l}n}\partial T} = \gamma_{ik\mathbf{l}n}$ – матрица термоупругих коэффициентов скорости распространения волн;

$\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2\delta\upsilon_{ik}}{\partial\sigma_{n\mathbf{l}}\partial\sigma_{mj}} = \beta_{ik\mathbf{l}nmj}$ – матрица изотермических квадратичных акустоупругих коэффициентов скорости распространения волн.

Считая компоненты указанных матриц неизменными для среды и пренебрегая температурной зависимостью γ_{ik}, можно проинтегрировать (1) в линейном приближении:

$$\delta\upsilon_{ik} = \beta_{ik\mathbf{l}n}\sigma_{\mathbf{l}n} + \gamma_{ik}\,\Delta T + \gamma_{ik\mathbf{l}n}\sigma_{\mathbf{l}n}\,\Delta T + \beta_{ik\mathbf{l}nmj}\sigma_{\mathbf{l}n}\sigma_{mj} + \ldots. \tag{2}$$

Для оценки относительного вклада каждого из слагаемых в (2) сравнительно с первым, а именно,

$$\frac{\gamma_{ikln}\Delta T}{\beta_{ikln}\sigma_{ln}}, \qquad \frac{\gamma_{ikln}\sigma_{ln}\Delta T}{\beta_{ikln}\sigma_{ln}}, \qquad \frac{\beta_{iklnmj}\sigma_{ln}\sigma_{mj}}{\beta_{ikln}\sigma_{ln}},$$

необходимо определить коэффициенты γ_{ikln} та β_{iklnmj} с учетом симметричности коэффициентов γ_{ik} по индексам i, k, а коэффициентов β_{ikln} – по индексам l, n.

Представляя термоупругие коэффициенты скорости распространения γ_{ik} через коэффициенты объемного теплового расширения α и всестороннего сжатия K [2], можно получить для продольных волн $\gamma_{ik} = \alpha K \beta_p^l = \gamma_l^\upsilon$ (при $i = k$), и для сдвиговых волн $\gamma_{ik} = \alpha K \beta_p^t = \gamma_t^\upsilon$ (при $i \neq k$), де β_p^l і β_p^t – акустоупругие коэффициенты продольных волн и сдвиговых волн, определенные при условиях гидростатического сжатия.

Компоненты матрицы β_{ikln} могут бути представлены через акустоупругие коэффициенты одноосно-напряженного состояния β_{ik} (i – направление распространения волны, k – направление поляризации) таким образом [2]:

$$\beta_{1111} = \beta_{2222} = \beta_{3333} = \beta_{11}^x = \beta_{22}^y = \beta_{33}^z \equiv \beta_{33};$$

$$\beta_{1233} = \beta_{2133} = \beta_{2311} = \beta_{3211} = \beta_{1322} = \beta_{3122} = \beta_{12}^z = \beta_{21}^z \equiv \beta_{12};$$

$$\beta_{1333} = \beta_{2333} = \beta_{2111} = \beta_{3111} = \beta_{1222} = \beta_{3222} = \beta_{13}^z = \beta_{23}^z \equiv \beta_{13};$$

$$\beta_{3133} = \beta_{3233} = \beta_{1211} = \beta_{1311} = \beta_{2122} = \beta_{2322} = \beta_{31}^z = \beta_{32}^z \equiv \beta_{31};$$

$$b_{1122} = b_{2211} = b_{1133} = b_{2233} = b_{3311} = b_{3322} = b_{33}^x = b_{22}^y = b_{11}^z = b_{22}^z \equiv b_{11};$$

$$\beta_p^l = \beta_{33} + 2\beta_{11}; \qquad \beta_p^t = \beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{31}.$$

Из соображений теории размерностей $[\gamma_{ikln}]$ = 1 Па $^{-1}\cdot$ К $^{-1}$, и можно предположить, что матрицу коэффициентов γ_{ikln} следует представить в виде произведения матриц β_{ikln} и γ_{ik}. Учитывая необходимость свертки по дважды повторяющимся индексам i, k, после преобразований можно получить:

$$\gamma_{ikln} = \beta_{ikln}\gamma_{ik} = \frac{1}{4}\left[\beta_{imln}\gamma_{mk} + \beta_{imln}\gamma_{km} + \beta_{mkln}\gamma_{mi} + \beta_{mkln}\gamma_{im}\right].$$

С учетом того, что $\beta_{imln}\gamma_{mk} = \beta_{imln}\gamma_{km}$; $\beta_{mkln}\gamma_{mi} = \beta_{mkln}\gamma_{im}$, можно записать:

$$\gamma_{ikln} = \frac{1}{2}\left[\beta_{i1ln}\gamma_{1k} + \beta_{i2ln}\gamma_{2k} + \beta_{i3ln}\gamma_{3k} + \beta_{1kln}\gamma_{1i} + \beta_{2kln}\gamma_{2i} + \beta_{3kln}\gamma_{3i}\right]. \tag{3}$$

Исходя из размерности $[\beta_{iklnmj}]$ = 1 Па$^{-2}$, квадратичные акустоупругие коэффициенты β_{iklnmj} могут быть представлены в виде произведения двух акустоупругих коэффициентов типа β_{ikln}. Учитывая симметричность этих коэффициентов по индексам l, n и m, j, можно записать

$$\beta_{iklnmj} = \beta_{irln}\beta_{rkmj} = \beta_{i1ln}\beta_{1kmj} + \beta_{i2ln}\beta_{2kmj} + \beta_{i3ln}\beta_{3kmj}. \tag{4}$$

Для продольной волны, распространяющейся со скоростью υ_{33} при наличии одноосных напряжений σ_{33}, соотношения (2)–(4) упрощаются:

$$\delta\upsilon_{33} = \beta_{33}\sigma_{33} + \gamma_{33}\Delta T + \gamma_{3333}\sigma_{33}\Delta T + \beta_{333333}\sigma_{33}\sigma_{33} + \ldots,$$

$$\gamma_{3333} = (\beta_{13} + \beta_{31})\gamma_t^\upsilon + \beta_{33}\gamma_l^\upsilon,$$

$$\beta_{333333} = \beta_{33}^2 + 2\beta_{13}\beta_{31}.$$

В табл. 1 приведены относительные вклады отдельных слагаемых правой части соотношения (2), а именно, $\gamma_{33}\Delta T$, $\gamma_{3333}\sigma_{33}\Delta T$, $\beta_{333333}\sigma_{33}\sigma_{33}$, относительно первого слагаемого $\beta_{33}\sigma_{33}$, вычисленные по экспериментальным данным для некоторых конструкционных материалов [1, стр.162–168].

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о возможности пренебрежения квадратичными составляющими и безусловной допустимости линеаризации основных уравнений акустической тензометрии, что позволит существенно ускорить обработку диагностической информации и сделает теоретическое описание используемых явлений более доступным для инженеров-практиков.

Таблица 1

Относительный вклад отдельных слагаемых правой части соотношения (2)

№	Материал	$\frac{\gamma_{33}}{\beta_{33}}$, МПа· К$^{-1}$	$\frac{\gamma_{33}\Delta T}{\beta_{33}\sigma_{33}}$, при ΔT =10 К, σ_{33} =500 МПа, %	$\frac{\gamma_{3333}}{\beta_{33}}$, 10^{-4} К$^{-1}$	$\frac{\gamma_{3333}}{\beta_{33}}\Delta T$, %	$\frac{\beta_{333333}}{\beta_{33}}$, ТПа$^{-1}$	$\frac{\beta_{333333}}{\beta_{33}}\sigma_{33}$, %
1	Сталь 3	4,8	9,6	– 1,1	0,1	– 17,27	0,85
2	Сталь 35ХГСА	4,1	8,2	– 0,92	0,1	– 14,68	0,72
3	Дюраль Д16	4,5	9,0	– 0,68	0,08	– 19,75	0,99
4	Латунь ЛС59-1	11,8	23,6	– 0,38	0,04	26,93	1,35
5	Сталь 60С2Н2А	6,4	12,8	– 1,48	1,5	– 14,18	0,71

ЛИТЕРАТУРА

1. Акустическая тензометрия / В.А. Анисимов, Б.И. Каторгин, А.Н. Куценко, В.П. Малахов, А.С. Рудаков, В.К. Чванов // Неразрушающий контроль: Справочник: в 8 т. Под общ. ред. В.В. Клюева. Т. 4. Кн. 1.– Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2006. – С. 12–226.
2. Матричная методология в теории акустоупругого эффекта / В.А. Анисимов, А.Н. Куценко, В.П. Малахов, А.С. Рудаков // – Одесса: Optimum, 2002. – 221 с.

Анисимов В.О., к.т.н., доцент, завідувач кафедри фізики, Одеський національний політехнічний університет (Україна).

Куценко А.М., д.т.н., професор, Одеський національний політехнічний університет (Україна).