УДК 681.518

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Алпатов А.П., *д.т.н., профессор,*
Институт технической механики НАНУ и НКАУ
Прохоренков А.М., *к.т.н., профессор,*
Качала Н.М., *доцент*
Мурманский государственный технический университет

Розглядаються питання побудови й аналізу прогнозуючої моделі для забезпечення безпечної роботи системи керування рівнем живильної води в паровому котлі.

Ключові слова: *прогнозуюча модель, часовий ряд, експоненціальне згладжування, паровий котел, управління об'єктами.*

The problems of design and analysis of forecasting model for the safe work of control system of supply water level in the steam copper are considered.

Key words: *predicting model, an hour number, exponential smoothing, a steam copper, management of objects.*

Введение

Для решения проблем, связанных с недостаточностью априорной информации об объекте, наличием влияющих друг на друга параметров процесса, а также с изменением технологических характеристик объекта в условиях функционирования и большим временем запаздывания используются методы управления с прогнозирующими моделями – Model Predictive Control (MPC) [1, с.215, 3, с.311]. Этот подход характеризуется высокими адаптивными свойствами разработанных систем управления.

Модель может быть построена на основе использования физических законов или быть эмпирической. В первом случае математическая модель (1) и прогнозирующая модель (2), представляют собой систему дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathrm{f}\left(t,\mathbf{x}(t),\mathrm{u}(t)\right),\ \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0; \quad (1)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t)=\bar{\mathrm{f}}\left(t,\bar{\mathbf{x}}(t),\bar{\mathrm{u}}(t)\right),\ \bar{\mathbf{x}}\big|_{t=t}=\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{x}\in\mathbf{E}^n$, $\bar{\mathbf{x}}\in\mathbf{E}^n$ – вектора состояний объекта и модели, $\mathbf{u}\in\mathbf{E}^m$, $\bar{\mathbf{u}}\in\mathbf{E}^m$ – вектора управления, $t\in[0,\infty)$. Начальными условиями для модели служит текущее состояние объекта.

Эмпирические модели разрабатываются на основе текущих данных о процессах. В силу этого можно предположить, что они являются более точными. Такие модели представляют собой модели с конечной импульсной характеристикой (КИХ) или модели авторегрессии и скользящего среднего (АРСС) [8, с. 52, 5, с. 167].

Модели АРСС прогнозируют будущее состояние выходов на основании измеренных прошлых значений регулируемых переменных и измеренных переменных внешних воздействий в прямом канале управления и позволяют учесть стохастических характер представляющих интерес параметров. Прогнозирующая модель для одномерного объекта управления имеет следующий вид:

$$y(k)=\sum_{i=1}^{p}c_i y(k-i)+\sum_{j=1}^{q}d_j u(k-j)+e(k), \quad (3)$$

где $y(k)$ – значение регулируемой переменной в k-й момент времени и $u(k)$ – входная координата объекта, $e(k)$ – последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; c_i – параметры авторегрессии; d_j – параметры скользящего среднего. Частными случаями АРСС (p,q) – процессов является процесс АР(p) авторегрессии порядка p и процесс скользящего среднего СС(q) порядка q.

Свойства объекта управления

Котел как объект управления представляет собой сложную динамическую систему с несколькими взаимосвязанными входными и выходными величинами. Однако, явно выраженная направленность отдельных участников по основным каналам регулирования позволяет осуществить стабилизацию регулируемых величин с помощью независимых одноконтурных систем, связанных через объект управления. При этом регулирующее воздействие того или иного участка служит основным способом стабилизации его выходной величины, а другие воздействия являются по отношению к этому участку внутренними или внешними возмущениями.

Динамические свойства котла, как объекта регулирования уровня воды в барабане котла описываются уравнением материального баланса:

$$\frac{d}{dt}\left(r_{\text{в}}V_{\text{в}} + r_{\text{п}}V_{\text{п}}\right) = G_{\text{пв}} - G_{\text{пп}}, \qquad (4)$$

где $r_{\text{в}}, V_{\text{в}}$ – плотность и объем воды, $r_{\text{п}}, V_{\text{п}}$ – плотность и объем насыщенного пара, $G_{\text{пв}}, G_{\text{пп}}$ – расходы воды и пара соответственно. Из (4) следует, что при принятых допущениях уровень воды в барабане парового котла есть интеграл от материального баланса $\left(G_{\text{пв}} - G_{\text{пп}}\right)$. В этом случае расход пара является возмущением, а расход воды – управляющее воздействие.

В общем случае уравнение (4) более сложное, так как плотности воды и пара зависят от температуры воды и давления пара в котле. Кроме того, в барабане котла регулируется уровень двухфазной среды (смесь пара и воды), плотность которой меньше плотности воды. Это приводит к тому, что отклонение уровня в переходных режимах может не соответствовать знаку математического небаланса. Поскольку практически невозможно учесть в модели все особенности физических и технологических процессов, то синтез регуляторов выполняется по упрощенной модели объекта [8, с. 389].

Поддержание уровня воды в барабане парового котла в допустимых пределах является одной из главных задач обеспечения безопасной работы котлоагрегата. Поэтому актуальным является обеспечение закона регулирования в соответствии с текущей динамической моделью процесса и прогнозируемых значений регулируемой величины.

Идентификация структуры модели технологических процессов систем теплоснабжения

В системах управления технологическими процессами регулируемая переменная y зависит от множества случайных параметров различной природы – $x_1, x_2, \ldots, x_p$. В силу этого наблюдаемые переменные нельзя описать классической нормальной линейной моделью наблюдений:

$$y_t = j_1 x_{1t} + j_2 x_{2t} + \ldots + j_p x_{pt} + e_t,$$

$$t = 1, 2, \ldots, n,$$

в которой предполагается, что значения независимых переменных $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{pt}$ – фиксированы, а случайные составляющие $e_1, e_2, \ldots, e_n$ («ошибки») являются независимыми случайными величинами, имеющими одинаковое нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Измерение таких параметров, как температура, давление и расход пара, воды или топлива, а также уровень воды в барабане котла производится непрерывно. Однако при обработке их в цифровых системах контроля и управления используются значения, которые соответствуют дискретному множеству моментов времени, поэтому последовательность наблюдений одно и того же параметра можно рассматривать как временной ряд. На основании анализа свойств временного ряда можно сделать выводы о свойствах наблюдаемого случайного процесса. Чтобы сделать задачу статистического анализа временных рядов доступной для практического решения, обычно ограничивают класс рассматриваемых моделей временных рядов, вводя некие предположения относительно структуры ряда и структуры его вероятностных характеристик [4, с. 267].

С целью выбора классов моделей для описания тенденций изменения технологических параметров были проанализированы и обработаны в пакете статистических программ Statgraphics 5.1 временные ряды, полученные как результаты измерений технологических параметров системы теплоснабжения. По итогам анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций временных рядов, а также проверки рядов остатков с использованием тестов на случайность, был сделан вывод о возможности описания каждого из исследуемых случайных процессов несколькими альтернативными моделями. Наряду с этим, проведенный анализ показал, что для технологических процессов нельзя однозначно определить модель для прогноза. Это объясняется тем, что исследуемые временные ряды соответствуют различным эксплуатационным режимам объектов (пуск, останов, изменение нагрузки в течение суток и года), а также стохастической природой наблюдаемых процессов.

Учитывая тот факт, что имеются сезонное, месячное, а также суточное колебания теплопотребления пользователями, возникает необходимость оперативного управления производством и транспортированием тепловой энергии. Изменение нагрузки системы теплоснабжения следует рассматривать как случайный нестационарный процесс. Только в отдельных случаях изменение нагрузки может рассматриваться как стационарный процесс в широком смысле.

В этих условиях целесообразно выбрать методы прогнозирования, которые удовлетворяли бы следующим требованиям:

1) возможность корректировки модели в процессе оперативного прогнозирования;
2) возможность вычисления прогноза в реальном масштабе времени;
3) несложный вычислительный алгоритм;
4) минимально возможное число параметров модели, подлежащих оценке по наблюдениям временного ряда.

Проведенный анализ методов прогнозирования показал, что преимущество некоторых методов определяются в основном временными характеристиками программ и точностью прогнозов. Так как экспоненциальное сглаживание и метод авторегрессии для одномерных процессов сводятся один к другому, и можно найти соответствующие соотношения между дисперсией шума разных моделей [3, с. 165, 7, с. 91]. Поэтому точность этих методик вряд ли будет значительно отличаться. С точки зрения простоты реализации и времени расчёта на первое место следует поставить метод экспоненциального сглаживания, а затем модели авторегрессии.

С учетом предъявленных требований к методам прогнозирования и, исходя из результатов анализа, предлагается выбрать метод, основанный на алгоритме экспоненциального сглаживания. Сущность метода экспоненциального сглаживания заключается в том, что временной ряд сглаживается с помощью взвешенной скользящей средней, в которой веса подчиняются экспоненциальному закону [7, с. 128].

Постановка задачи прогноза

Сформулируем задачу прогноза: необходимо по данным ряда y_t $\left(t=\overline{1,n}\right)$ составить прогноз на моменты времени $t=n+t$, $(t=1, 2,..., \Theta)$ путем взвешивания наблюдений ряда y_t таким образом, чтобы последним наблюдениям придавались большие веса, чем более ранним.

Для решения задачи прогнозирования методом экспоненциального сглаживания предполагается, что исходный временной ряд содержит случайную компоненту (e_t) и детерминированную компоненту, которую можно описать полиномом $p-й$ степени:

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2}{2!}t^2 + ... + \frac{a_p}{p!}t^p + e_t = \sum_{i=0}^{p}\frac{a_i}{i!}t^i + e_t. \qquad (5)$$

Экспоненциальная средняя k-го порядка для ряда y_t имеет вид

$$S_t^{[k]} = a\sum_{i=0}^{n}(1-a)^i S_{t-i}^{[k-1]}\ , \qquad (6)$$

где a – параметр (коэффициент) сглаживания $(0<a<1)$.

Исследование метода экспоненциального сглаживания

Использование модели экспоненциального сглаживания предполагает решение четырех задач:

1) выбор степени прогнозирующего полинома;
2) выбор параметр сглаживания a;
3) выбор начального уровня сглаживания;
4) выбор начального момента сглаживания (длины базы сглаживания или прогноза).

В настоящее время ответ на поставленные вопросы основан на экспериментальных данных и осуществляется для каждого временного ряда индивидуально.

Наблюдаемые в системе теплонасбжения временные ряды можно разбить на два класса процессов:

- процессы, в которых значение регулируемой величины должно поддерживаться постоянным независимо от теплопотребления (например, давление в главной паровой магистрали, уровень в барабане парового котла);
- процессы, в которых значение регулируемой величины зависит от теплопотребления (расход пара, расход воды, температура горячей воды).

Процессам первого класса соответствует модель временного ряда

$$y_t = a_{0,t} + e_t\ , \qquad (7)$$

где $a_{0,t}$ – варьирующий во времени средний уровень ряда, e_t случайные неавтокоррелированные отклонения e_t с нулевым математическим ожиданием и дисперсией s_e^2. Прогнозная модель определяется равенством:

$$\hat{y}_{t+t} = \hat{a}_{0,t}\,, \tag{8}$$

где $\hat{y}_{t+t}$ – прогноз, сделанный в момент t на t единиц времени (шагов) вперед; $\hat{y}_{t+t}$ – оценка $a_{0,t}$. Единственный параметр модели $\hat{a}_{0,t}$ определяется экспоненциальной средней: $\hat{a}_{0,t} = S_t$.

Экспоненциальное сглаживание ряда осуществляется по рекуррентной формуле

$$S_t = a x_t + b S_{t-1}\,, \tag{9}$$

где S_t – значение экспоненциальной средней в момент t, a – параметр сглаживания, $a = const$, $0 < a < 1$, $b = 1 - a$

Выражение (9) можно представить в следующем виде:

$$S_t = S_{t-1} + a\left(x_t - S_{t-1}\right). \tag{10}$$

Для краткосрочного прогнозирования можно использовать экспоненциальную среднюю [2, с.512, 6, с. 306]. В этом случае предполагается, что временной ряд генерируется моделью вида

$$x_t = a_{1,t} + e_t\,,$$

где $a_{1,t}$ – изменяющийся во времени средний уровень ряда; e_t – случайные неавтокоррелированные отклонения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией s^2.

Прогнозная модель имеет вид

$$\hat{x}_t\left(t\right) = \hat{a}_{1,t}$$

где $\hat{x}_t\left(t\right)$ – прогноз, сделанный в момент времени t на t шагов вперед, $\hat{a}_{1,t}$ – оценка $a_{1,t}$. Средством оценки единственного параметра модели служит экспоненциальная средняя, т.е. $\hat{a}_{1,t} = S_t$. Если S_{t-1} рассматривать как прогноз на один шаг вперед, то в выражении (10) величина $\left(x_t - S_{t-1}\right)$ определяет погрешность этого прогноза, а новый прогноз S_t получается в результате корректировки предыдущего прогноза с учетом его ошибки.

При краткосрочном прогнозировании желательно как можно быстрее отразить изменения $a_{1,t}$ и в тоже время как можно эффективнее очистить ряд от случайных колебаний [6, с. 231].. Таким образом, с одной стороны, следует увеличивать вес последних наблюдений ряда, что может быть достигнуто повышением a, а с другой стороны, для сглаживания случайных отклонений величину a нужно уменьшать. Поиск компромиссного значения a требует постановки и решения задачи оптимизации модели.

Свойства наблюдаемого ряда измерений могут меняться во времени. Используемая для прогноза модель должна реагировать на колебания ряда данных, что в случае экспоненциального сглаживания должно отражаться на величине коэффициента сглаживания a. В качестве такой модели можно использовать модель адаптивной скорости реакции Тригга и Лича, согласно которой коэффициент сглаживания определяется по формуле [2, с. 462]:

$$a_t = \left|K_t\right| = \frac{\hat{e}_t}{\tilde{e}_t}\,,$$

где $\hat{e}_t$ – сглаженная ошибка прогнозирования, определяемая из выражения

$$\hat{e}_t = \left(1 - g\right)\hat{e}_{t-1} + g e_t\,,$$

где $\tilde{e}_t$ – сглаженное абсолютное значение ошибки, которая имеет вид:

$$\tilde{e}_t = \left(1 - g\right)\tilde{e}_{t-1} + g\left|\tilde{e}_t\right|.$$

Коэффициент экспоненциального сглаживания ошибки $0 < g < 1$.

Влияние величины коэффициента сглаживания a наглядно иллюстрируется графиками, приведенными на рис. 1.

Как видно, из рис. 1, процесс изменения уровня питательной воды в барабане парового котла в реальных условиях эксплуатации (кривая 1) носит случайный характер. На графике наглядно проявляется влияние величины a на подвижность экспоненциальной средней.. Чем меньше значениях a, тем в большей степени подавляются колебания исходного ряда (кривая 2). При увеличении значений a фильтрующие способности скользящего среднего ослабевают.

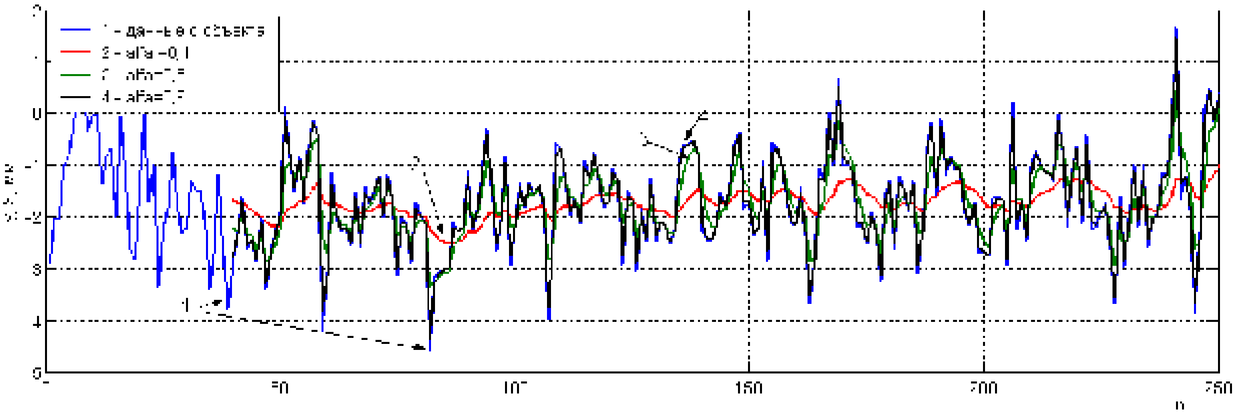

Рис. 1. Прогнозирование изменения уровня в барабане парового котла на шаг вперед по модели Брауна

На рис. 2 представлены: исходный временной ряд (кривая 1) и результаты прогноза на шаг вперед при использовании модели Р. Брауна [2, с. 385], (кривая 2) и модели Тригга-Лича (кривая 3) с адаптивным изменением коэффициента сглаживания a. Для исследуемого ряда начальное значение коэффициента сглаживания в модели Тригга-Лича равно коэффициенту сглаживания при прогнозировании по модели Брауна, $a = 0{,}1$. Сравнение графиков свидетельствует о преимуществе модели Тригга-Лича перед моделью Брауна. Использование метода Тригга-Лича позволяет обойти проблему определения оптимального значения a. Однако возникает задача выбора наилучшего значения g для подсчета сглаженных значений ошибок. В приведенном примере моделирования величина $g = 0{,}3$.

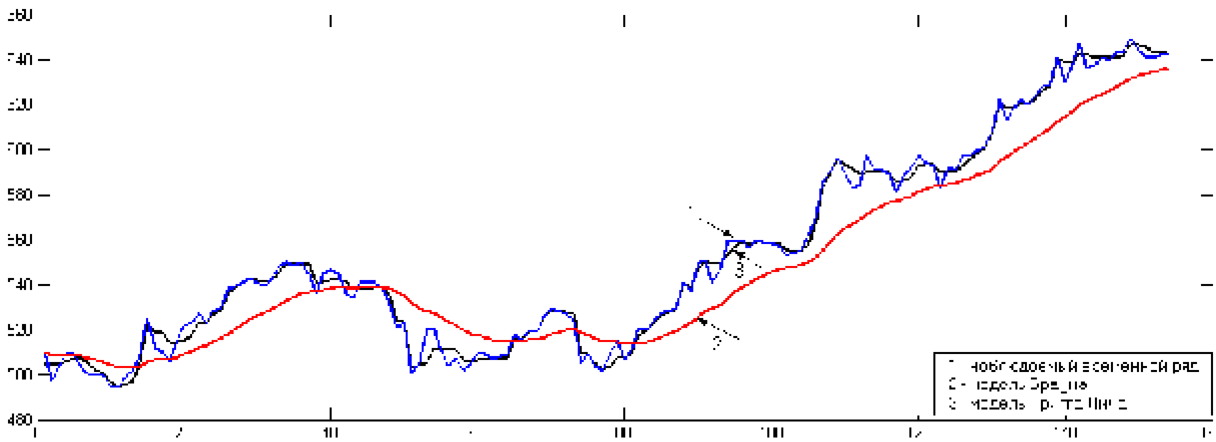

Рис. 2. Сравнение модели Р. Брауна и модели Тригга-Лича

Эффективность использования различных методов прогнозирования регулируемой величины можно оценить по результатам, приведенным рис. 3. Кривая 1 отражает изменение уровня воды в барабане парового котла. Поскольку уровень воды является функцией расхода пара и расхода воды, то была построена модель с двумя входами. Для оценки коэффициентов модели была сформирована матрица экспериментальных данных из трех столбцов: один столбец содержал данные по изменению уровня, второй – расход пара, третий – расход воды. Экспериментальные данные были записаны с интервалом дискретизации 20 с. Вторая линия отражает результаты прогнозирования, сделанные с помощью фильтра скользящего среднего. Линия 3 – прогноз изменения уровня воды, построенный с использованием метода экспоненциального сглаживания. Прогнозные значения привязаны к концу интервала сглаживания. Кривая 4 – прогноз изменения уровня воды, построенный с использованием модели Тригга-Лича.

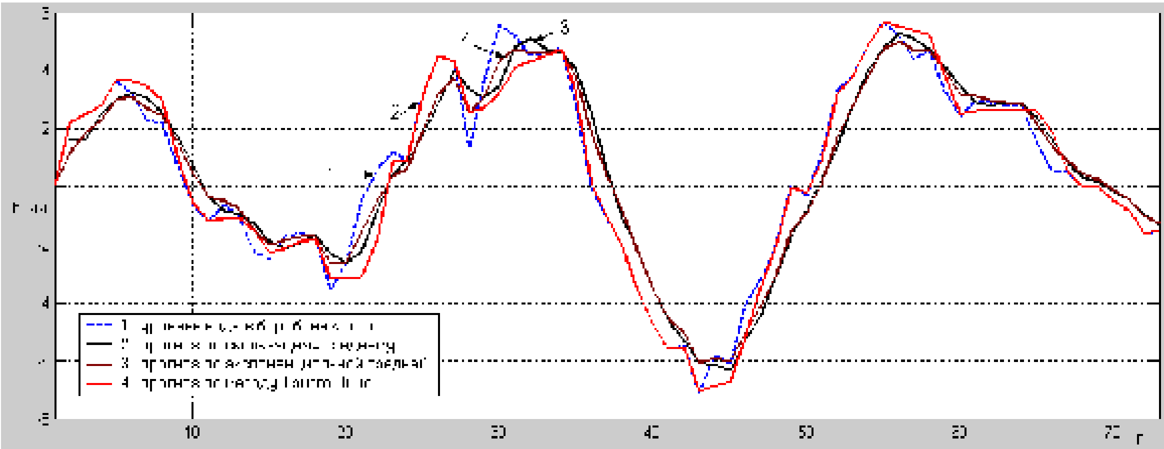

Рис. 3. Сравнение методов прогнозирования уровня воды в барабане котла

Заключение

Основные достоинства метода экспоненциального сглаживания состоят в возможности учета весов исходной информации, в простоте вычислительных операций, использовании рекурсии, в гибкости описания различных динамик процессов и сопоставимое с моделями авторегрессии и скользящего среднего качество прогнозирования. Кроме того, метод экспоненциального сглаживания дает возможность получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения. Эти свойства позволяют использовать метод для реализации эффективной коррекции параметров регуляторов систем управления многосвязными объектами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудвин Г.К., Гребе С.Ф., Сальгадо М.Э. Проектирование систем управления. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с.
2. Brown R.G. Smoothing forecasting and prediction of discrete time series. – N.Y., 1963. – 653 p.
3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Выпуск 1. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
5. Афанасьев В.Н. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 228 с.
6. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.:Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
7. Боровиков В.П., "STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов". – СПб., "Питер", 2001. – 656 с.
8. Прохоренков А.М., Солодов В.С., Татьянченко Ю.Г. Судовая автоматика. – М.: Колос, 1992. – 448 с.

Алпатов А.П., д.т.н., професор, завідувач відділу, Інститут технічної механіки НАНУ і НКАУ.

Прохоренков О.М., професор кафедри АіОТ, к.т.н., професор, Мурманський державний технічний університет.

Качала Н.М., доцент кафедри інформаційних систем і прикладної математики, Мурманський державний технічний університет.