УДК 519.714

С. В. Бурмістров, *аспірант*
Черкаський державний технологічний університет
б-р Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006, Україна
sergijburmistrov@yandex.ua

ПАРАЛЕЛЬНА ДЕКОМПОЗИЦІЯ ЯК ОСНОВНИЙ МЕТОД МІНІМІЗАЦІЇ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ В ОРТОГОНАЛЬНІЙ ФОРМІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ

Обоснован один из вариантов применения основного метода минимизации булевых функций в ортогональной форме представления – параллельной декомпозиции систем частично или слабоопределенных булевых функций, суть которого заключается в направленном доопределении булевых функций с целью получения наименьшего суммарного значения коэффициента сложности реализации системы в целом.

Ключевые слова: *метод параллельной декомпозиции, системы булевых функций (СБФ), частично определенная булевая функция (ЧО БФ), ортогональная форма представления (ОРФП) БФ.*

Постійне інтенсивне вдосконалення мікроелектроніки приводить до необхідності розробки нових методів синтезу дискретних структур. До важливого класу дискретних структур відносяться комбінаційні схеми (КС) цифрових блоків (ЦБ), математичною моделлю функціонування яких є булеві функції (БФ).

Синтез комбінаційних логічних схем із складних елементів базується на теорії декомпозиції БФ [1], основи якої були закладені в роботах Шеннона, Ріда, Поварова, Ашенхерста, Кертіса, Закревського, Карпа і Рота [2]. Досить довго методи декомпозиції не знаходили практичного застосування, тому що для схем малого ступеня інтеграції вони були неконкурентоспроможні порівняно з традиційними.

Для забезпечення надійності передачі сигналу в радіоелектроніці, як правило, використовується надлишкова розрядність цифрового сигналу. Тому **актуальною проблемою**, що становить практичний інтерес при розробці різних цифрових систем, є необхідність синтезу КС ЦБ, заданих системами, не повністю або частково визначених БФ (ЧО СБФ), за допомогою яких описують цифрові системи надлишкової розрядності. Незважаючи на вже розроблені принципи і методи вирішення зазначеного завдання [3, 4], воно залишається досить складним у реалізації та протяжним в часі.

Одним із шляхів вирішення зазначеної проблеми є використання ортогональної форми представлення (ОРФП) БФ як перспективної форми представлення для БФ з великою кількістю аргументів, запропонованої в [6]. Ця форма є багатоваріантним, еволюційним узагальненням відомих форм представлення (ФП) БФ. Так, загальновідомі класична ФП (КФП), алгебраїчна ФП (КФП) та поліноміальна ФП Ріда-Мюллера (РМФП) є одним із окремих крайових випадків форм представлення в ОРФП.

БФ $y = f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ в ОРФП представляють у вигляді кінцевого ряду сум кон'юнкцій (1), кожний член якого складається з Φ_i – базисної частини БФ від k аргументів $(0 \le k \le n-1)$, та Q_i – інформаційної частини від n-k аргументів:

$$y = \bigcup_{i=0}^{2^k-1} Q_i \wedge \hat{O}_з . \qquad (1)$$

Співвідношення між кількістю аргументів кожного члену ряду в базисній частині Φ_i та інформаційній частині Q_i регулюється базисним коефіцієнтом K [5], що вказує на кількість аргументів, що належить Φ_i. Наприклад, при $K = 1$ базисна частина складається з одного будь-якого i-го аргументу, де $i = 1,2,...,n$. У цьому випадку інформаційні частини членів ряду БФ Q_{0i} і Q_{1i} (2) є вторинними БФ від аргументів, які не попали в базисну частину. Строго кажучи, $Q_{0i} \ne Q_{1i}$,

інакше відпадає необхідність у розкладанні БФ на члени ряду, тоді:

$$y = \overline{x_i} \wedge Q_{0i}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n) \vee x_i \wedge Q_{1i}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n). \quad (2)$$

Будь-яку вторинну БФ Q_i, що виступає як незалежна БФ від *n*-1 аргументу і присутня у виразі (2), можна аналогічно розкласти по одному будь-якому *j*-му аргументу ($j = 1,2,...,i-1,i+1,...,n$). Так при розкладанні інформаційної частини Q_{0i} рівняння (2) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} y = \overline{x_i} \wedge (\overline{x_j} \wedge Q_{0i0j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n) \vee x_j \wedge Q_{0i1j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n)) \\ \vee x_i \wedge Q_{1i}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n) = \overline{x_i}\,\overline{x_j} \wedge Q_{0i0j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n) \vee \\ \overline{x_i}x_j \wedge Q_{0i1j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n) \vee x_i \wedge Q_{i1}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n). \end{aligned} \quad (3)$$

В результаті декомпозиції БФ отримано три члени ряду. Для перших двох $K = 2$, а для третього – значення базисного коефіцієнта $K = 1$. Аналогічно, в результаті подальших декомпозицій БФ можна отримати члени ряду, в яких $K = 3, 4, 5, ..., n$.

Для отримання мінімальної ФП БФ потрібно зробити певну кількість розкладань, інакше кажучи, вибрати для кожного члена ряду таке значення *K* (назвемо це значення оптимальним значенням базисного коефіцієнта для конкретного члена ряду – $K_{опт}$, а форму БФ, в якій всі члени ряду мають таке значення, оптимальною формою – $БФ_{опт}$), при якому сумарні показники складності реалізації КС [5], побудованої на основі цієї БФ, були б мінімальними.

Дослідження з визначення значення $K_{опт}$ показали, що кращим є не єдине значення, загальне для всієї БФ, а різне для кожного члену ряду $K_{îïò_m}$.

Особливий інтерес становить випадок, при якому в результаті декомпозиції інформаційна частина члена ряду $Q_i = 1$ або $Q_i = 0$.

Якщо $Q_i = 1$, то $\Phi_i \wedge Q_i = \Phi_i \wedge 1 = \Phi_i$ – весь член ряду дорівнює значенню базисної частини, а якщо $Q_i = 0$, то $\Phi_i \wedge Q_i = \Phi_i \wedge 0 = 0$ – член ряду дорівнює нулю. Наприклад, в (3) при $Q_{0i0j} = 1$ та $Q_{0i1j} = 0$ рівняння набуде вигляду:

$$\begin{aligned} y = \overline{x_i}\,\overline{x_j} \wedge Q_{0i0j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n) \vee \overline{x_i}x_j \wedge Q_{0i1j}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_{j-1},x_{j+1},...,x_n) \\ \vee x_i \wedge Q_{1i}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n) = \overline{x_i}\,\overline{x_j} \wedge 1 \vee \overline{x_i}x_j \wedge 0 \vee x_i \wedge Q_{i1}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n) = \\ = \overline{x_i}\,\overline{x_j} \vee x_i \wedge Q_{1i}(x_1,...,x_{i-1},x_{i+1},...,x_n) \end{aligned} \quad (4)$$

Як наслідок, булева функція, в якій кожний член ряду (1) в результаті тотожних перетворень має інформаційну частину $Q_i = 1$ або $Q_i = 0$, є $БФ_{опт}$

Теорема. *В результаті мінімізації повністю визначеної булевої функції, заданої в ортогональній формі представлення, шляхом скорочення інформаційних частин членів ряду отримують мінімальну диз'юнктивну нормальну форму булевої функції, що є* $БФ_{опт}$.

Згідно з визначенням мінімальної диз'юнктивної нормальної форми (МДНФ) результат мінімізації БФ є диз'юнктивним рядом імплікант, що не підлягають подальшому скороченню між собою за допомогою тотожних перетворень. Кожна БФ може бути представлена у вигляді однієї або декількох МДНФ. Всі члени ряду в МДНФ є взаємоортогональними між собою – вони відрізняються один від одного більш ніж одним аргументом.

Нехай задана деяка довільна БФ, що містить *n* аргументів. Виконаємо декомпозицію БФ згідно з формулою (1) і домовимося, що перший раз $Q_{0i} \neq Q_{1i}$:

$$y = \overline{x_i} \wedge Q_{0i} \vee x_i \wedge Q_{1i}. \quad (5)$$

Оскільки $Q_{0i} \neq Q_{1i}$ і $\bar{x}_i \neq x_i$, обидва члени ряду можна вважати взаємоортогональними. Вони мають більше однієї розбіжності і не підлягають мінімізації.

Якщо в результаті тотожних перетворень $Q_i = 1$, то відповідний член ряду стане рівним тільки значенню базисної частини і при цьому залишиться взаємоортогональним до іншого члена ряду. Відповідно, для даного члена ряду значення базисного коефіцієнта стане рівним $K = K_{опт}$. Він вже не підлягає наступній декомпозиції.

Якщо в результаті тотожних перетворень $Q_i = 0$, то відповідний член ряду стане рівним нулю – скоротиться.

Якщо в результаті тотожних перетворень $Q_i \neq 1$ або $Q_i \neq 0$, інформаційну частину потрібно розглядати як незалежну БФ від *n*-1 аргументу і аналогічно розкласти її по деякому *j*-му аргументу ($j = 1,2,...,i-1,i+1,...,n$). Якщо при цьому $Q_{i0j} = Q_{i1j}$, то *j*-й аргумент потрібно вважати паразитним (паразитним називається такий аргумент, від значення якого не залежить результат БФ) і просто скоротити його на підставі аксіоми $\overline{x_j} \vee x_j = 1$, а інформаційну частину вважати незалежною БФ, що містить *n*-2 аргументи.

Якщо в результаті декомпозиції $Q_{j0} \neq Q_{j1}$, отримуємо з одного члена ряду два нових, які згідно з попередніми міркуваннями також є взаємоортогональними до всіх членів ряду БФ.

Процес декомпозиції потрібно проводити над кожним із новостворених членів ряду доти, поки не виконається одна з трьох можливих умов:

1) інформаційна частина $Q_{ij...k} = 1$;

2) інформаційна частина $Q_{ij...k} = 0$;

3) в результаті послідовних декомпозицій всі аргументи члена ряду належать тільки базисній частині $\Phi_{i...k}$.

▼ У результаті зазначених перетворень з БФ утворено ряд, який складається тільки з взаємоортогональних членів, які вже не можуть бути мінімізовані за допомогою логічних перетворень, а, отже, отримано МДНФ БФ.

Наслідки з теореми:

1. Оптимальне значення базисного коефіцієнта становить $K_{опт} = r$ для кожного члена ряду БФ, де *r* – число літерал (аргументів та інверсій аргументів) базисної частини $\Phi_{i...k}$ члена ряду.

2. Повна множина $БФ_{опт}$ зазначеної БФ є її повною множиною мінімальних ДНФ.

Якщо уявити БФ з точки зору оптимальної форми у вигляді деякої моделі, легко побачити, що базисні частини $\hat{O}_i$ є своєрідним кістяком БФ, що залишається в результаті мінімізації, а об'єктом мінімізації є не вся БФ повністю, а лише інформаційні частини Q_i членів ряду. Для того щоб мінімізувати БФ, потрібно позбавити кожний член ряду від інформаційної частини Q_i. Цей висновок привів до створення нового методу мінімізації БФ, суть якого зводиться до визначення значення $K_{опт}$ для кожного члену ряду БФ [5], в результаті якого для будь-якої БФ, заданої таблицею істинності (ТІ), отримують МДНФ.

Ця властивість дає можливість зробити метод універсальним, з успіхом використовуючи його для мінімізації повністю визначених БФ [5], довизначення та мінімізації частково або слабо визначених БФ [7], мінімізації систем повністю визначених БФ [8]

Метою статті є розкриття суті застосування методу паралельної декомпозиції для довизначення і мінімізації систем частково або слабо визначених БФ (ЧО СБФ). Пропонується удосконалений метод, побудований на основі методу мінімізації БФ в ОРФП [5] та призначений для отримання булевих функцій, що належать системі, у вигляді МДНФ з мінімальним значенням узагальненого коефіцієнта S_Σ (6) складності реалізації комбінаційної схеми, побудованої на основі СБФ. Під узагальненим коефіцієнтом складності реалізації S_Σ потрібно розуміти пріоритетний коефіцієнт складності реалізації для конкретного завдання, який обирається безпосередньо розробником.

Задача мінімізації ЧО СБФ, незважаючи на велику кількість наукових робіт [2–4], залишається досить актуальною. В літературі вже визначено оптимальну послідовність кроків мінімізації та довизначення ЧО СБФ:

1. Довизначення кожної ЧО БФ зі складу системи так, щоб вона мала мінімальне по складності рішення у вигляді МДНФ з усієї множини БФ, що охоплює зазначена ЧО БФ.

2. Побудова повного списку МДНФ для кожної довизначеної ЧО БФ і сортування їх за ступенем мінімізації.

3. Пошук у всіх рішеннях однакових фрагментів, наявних в різних БФ системи, та позначення їх.

4. Формування кінцевого результату (або кількох рівноцінних результатів) у вигляді системи БФ у формі МДНФ, кожна з наявністю максимальної кількості спільних фрагментів з іншими БФ системи.

Ця задача, незважаючи на вже побудований загальний шлях розв'язку, є досить складною при її вирішенні та протяжною в часі реалізації. При цьому потрібно враховувати особливості одержуваного результату – завдання не можна звести до мінімізації та довизначення кожної їй окремої ЧО БФ та побудови набору ізольованих комбінаційних підсхем у вигляді єдиної загальної схеми. Як результат, у схемі з'являться паралельні однакові ділянки – дублюючі ланцюжки, що використовуються різними БФ системи.

Задача обробки ЧО СБФ полягає в такому довизначенні рядків ТІ кожної БФ, при якому система БФ в процесі мінімізації у вигляді комбінаційної схеми мала б найменші показники складності реалізації узагальненого коефіцієнта S_{Σ} . Ним можуть бути коефіцієнти:

▪ $S_{l.}$ – кількість літерал у записі БФ [6]; для ОРФП $S_l = \sum_{i=1}^{m} K_{\text{ïîò}_i}$, де m – кількість членів ряду МДНФ, $K_{\text{ïîò}_i}$ – значення $K_{\text{ïîò}}$ для i-го члену ряду;

▪ S_{AD} – кількість доданків у записі БФ [7]; для ОРФП $S_{AD} = m$;

▪ S_S – габаритна площа ЦБ [7]; для ОРФП $S_{AD} = 2 \cdot n \cdot m$, де n – кількість аргументів БФ.

Для прискорення процесу мінімізації пошук однакових паралельних ділянок потрібно виконувати серед повністю мінімізованих складових членів кожної БФ. У цьому випадку схема має більш компактний і оптимальний вид, ніж у випадку неповної мінімізації окремих БФ на користь однакових фрагментів. Інакше кажучи, пошук однакових фрагментів потрібно виконувати тільки серед членів ряду різних БФ, які мають однаковий коефіцієнт $K_{опт}$.

Основним відмінним критерієм мінімізації ЧО СБФ є отримання комбінаційної схеми, яка б мала мінімальне значення узагальненого коефіцієнта S_{Σ} складності реалізації СБФ, а не мінімальну суму значень узагальнених коефіцієнтів S_{Σ} складності реалізації кожної БФ, що належить системі.

Сума значень узагальнених коефіцієнтів складності реалізації БФ $\sum_{i=1}^{mm} S_{\Sigma i}^{BF}$ відрізняється від значення узагальненого коефіцієнта складності реалізації СБФ S_{Σ}^{SBF} тим, що при визначенні узагальненого коефіцієнта також підсумовують коефіцієнти складності реалізації БФ, але, починаючи з другої БФ, при обчисленні коефіцієнта складності реалізації зазначеної БФ не враховуються дублюючі ланцюжки, враховані в попередніх БФ $S_{\Sigma j}^{BF_\text{ур}}$ ($j<i$). Тому:

$$S_{\Sigma}^{SBF} = \sum_{i=1}^{mm} S_{\Sigma i}^{BF_\text{ур}} \le \sum_{i=1}^{mm} S_{\Sigma i}^{BF}, \quad (6)$$

де mm – кількість БФ в СБФ, $S_{\Sigma i}^{BF}$ – значення узагальненого коефіцієнта складності реалізації для i-ї БФ, $S_{\Sigma i}^{BF_\text{ур}}$ – значення узагальненого коефіцієнта складності реалізації для i-ї БФ з урахуванням вирахування однакових фрагментів (дублюючих ланцюжків), які зустрічаються в попередніх БФ.

Шлях мінімізації в [7], при якому отримують направлено шляхом паралельної декомпозиції одночасно по всіх аргументів в порядку зростання значення коефіцієнта, має суттєві переваги для довизначення та мінімізації ЧО СБФ. Властивість методу мінімізації [5], при якому відразу отримують повністю мінімізовані члени ряду в МДНФ в порядку зростання, дає можливість модернізувати весь алгоритм довизначення та мінімізації ЧО СБФ і істотно його спростити та прискорити:

▪ використовуючи метод мінімізації ЧО БФ в ОРФП [7], є можливість паралельно на етапі мінімізації направлено довизначати кожну ЧО БФ;

▪ паралельно на етапі мінімізації одночасно знаходити спільні фрагменти різних БФ системи для кожного конкретного значення $K_{опт_i}$, де i=1…n, що істотно скорочує кількість переборів при пошуку і загальний час пошуку;

▪ наявність в МДНФ БФ системи загального однакового фрагмента робить зазначе-

ний варіант МДНФ пріоритетним з множини всіх МДНФ зазначеної БФ системи.

Алгоритм мінімізації систем частково визначених булевих функцій в ОРФП має вигляд (див. рис. 1). Прискорення процесу мінімізації відбувається шляхом використання трьох чинників:

- зменшення розмірності розширеної ТІ БФ, що є основним об'єктом мінімізації під час паралельної декомпозиції. Порівняно зі звичайною таблицею істинності БФ урізана розширена ТІ БФ має як мінімум в два рази менше рядків;
- зменшення кількості можливих базисних частин Φ_i, що можуть бути елементами кінцевої відповіді, при зростанні значення базисного коефіцієнта K за рахунок викреслювання взаємоортогональних елементів. Сумарні статистичні дослідження показують, що за рахунок цієї дії в середньому кількість досліджуваних базисних частин Φ_i зменшується на 30 %;
- розпаралелювання процесу мінімізації булевих функцій як основний чинник прискорення.

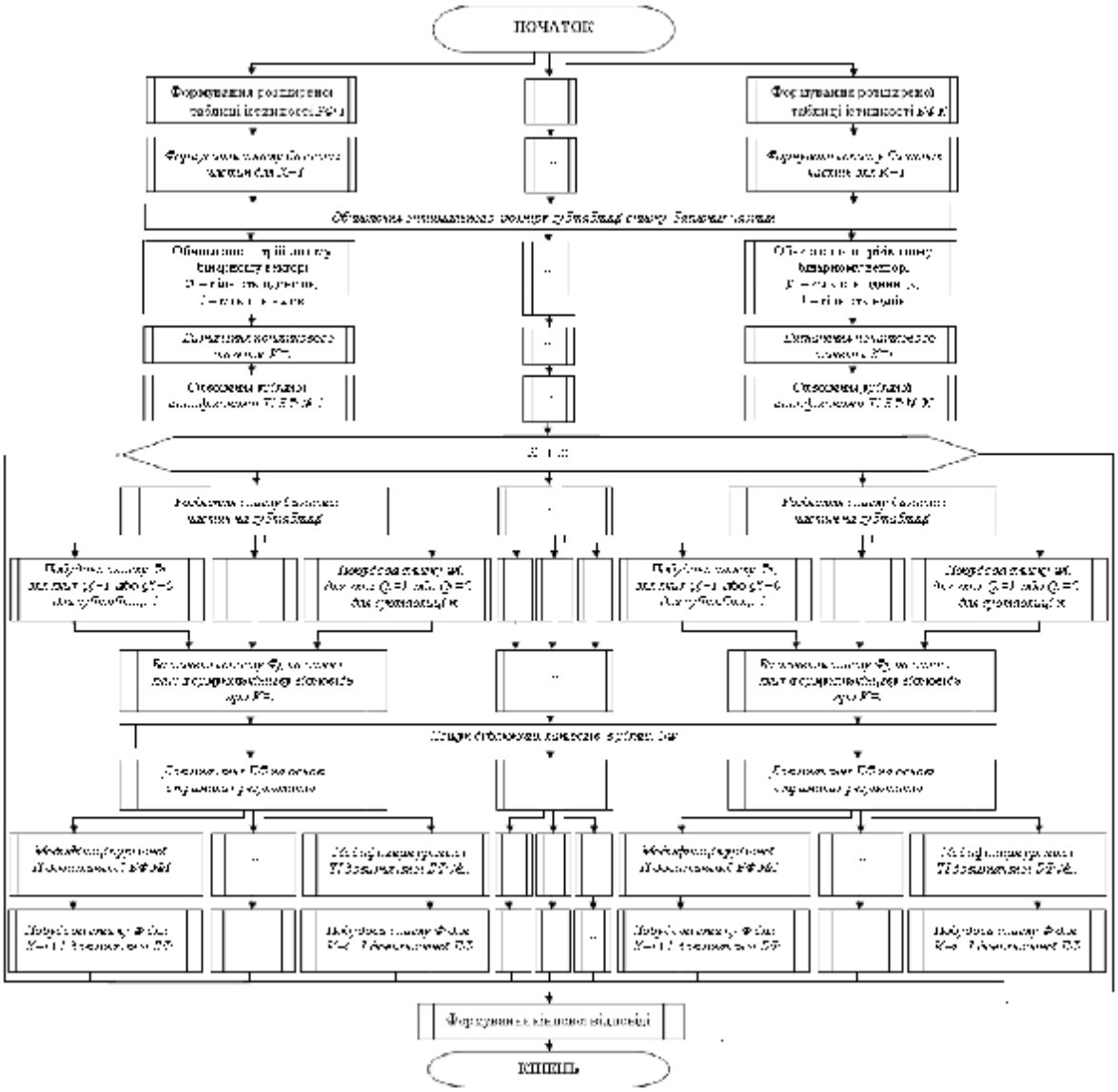

Рис. 1. Блок-схема довизначення і мінімізації системи ЧО БФ в ОРФП шляхом скорочення інформаційних частин членів ряду

Алгоритм мінімізації складається з такої послідовності етапів:

1. Задати систему ЧО БФ у вигляді трійкових бінарних векторів.

2. Визначити, із скількох БФ (m) складається система та від скількох аргументів залежить кожна ЧО БФ ($n_1, n_2, \ldots, n_m$).

3. Визначити, чого в кожній ЧО БФ більше – нулів чи одиниць, та побудувати відповідно для кожної БФ урізану пряму або інверсну розширену ТІ БФ.

4. Сформувати для кожної БФ повний перелік базисних частин Φ_i при K=1, серед яких здійснюється пошук елементів кінцевої відповіді для зазначеної БФ.

5. Перевірити, чи є серед знайдених елементів кінцевої відповіді елементи, які одночасно належать кільком БФ, і помітити їх

6. Довизначити кожну ЧО БФ за принципом невизначеності і знайти перелік довизначених БФ для кожної ЧО БФ та відповідний перелік елементів кінцевої відповіді.

7. Виконати корекцію урізаної розширеної ТІ БФ.

8. Побудувати для кожної довизначеної БФ повний перелік базисних частин Φ_i для наступного значення K, серед яких здійснюється пошук елементів кінцевої відповіді для зазначеної БФ.

9. Дії повторити, поки не буде отримано значення базисного коефіцієнта $K = n$.

10. На основі елементів кінцевої відповіді кожної БФ сформувати кінцеву відповідь у вигляді МДНФ для кожної БФ.

11. Оптимізувати кількість входів за рахунок комбінованого використання вибиральних елементів з ГР № 1.

Висновки:

1. Однією з істотних переваг цього методу є те, що в процесі мінімізації отримують відразу не частково, а повністю мінімізовані члени ряду МДНФ БФ, що дає можливість оптимально довизначати БФ ще на етапі мінімізації.

2. Використання урізаних розширених таблиць істинності як основних об’єктів мінімізації дає можливість прискорити процес мінімізації мінімум вдвічі, залежно від номера БФ, викреслювання взаємоортогональних базисних частин економить додатково до 30 % часу на кожному етапі мінімізації.

3. Найбільш ефективним засобом прискорення мінімізації в часі є можливість розпаралелювання процесу мінімізації булевих функцій як на етапі пошуку складових елементів кінцевої відповіді, так і на етапі формування вже готової кінцевої відповіді.

Список літератури

1. Ачасова С. М. Алгоритмы синтеза автоматов на программируемых матрицах / С. М. Ачасова ; под ред. О. Л. Балдман. – М : Радио и связь, 1987. – 136 с.
2. Бибило П. Н. Синтез комбинационных схем методами функциональной декомпозиции / П. Н. Бибило, С. В. Енин ; под ред. А. Д. Закревского. – Мн. : Наука и техника, 1987. – 189 с.
3. Закревский А. Д. Полиномиальная реализация частичных булевых функций и систем / А. Д. Закревский, Н. Р. Торопов. – 3-е изд. – Мн : Едиториал УРСС, 2012. – 200 с.
4. Погарцев А. Г. Новые алгоритмы совместной минимизации булевых функций / А. Г. Погарцев // Автоматика и вычислительная техника. – 1980. – № 1. – С. 34–41.
5. Кочкарев Ю. А. Минимизация булевых функций по частям / Ю. А. Кочкарев, С. В. Бурмистров, С. Ф. Аксенов // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2012. – № 4. – С. 110–116.
6. Kochkarev, Y. A. Ortogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks / Y. A. Kochkarev, I. I. Osipenkova, E. N. Panasko // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2009. – Спецвипуск. – С. 39–42.
7. Кочкарев Ю. А. Минимизация частично определенных булевых функций в ортогональной форме представления / Ю. А. Кочкарев, С. В. Бурмистров, С. Ф. Аксенов // Прикладная радиоэлектроника. – 2013. – Т. 12, № 3. – С. 413–420.
8. Кочкарев Ю. А. Минимизация систем полностью определенных булевых функций в ортогональной форме представления / Ю. А. Кочкарев, В. Н. Рудницкий, С. В. Бурмистров // Эвристические алгоритмы и распределенные вычисления в прикладных задачах : кол. монография под ред. проф. Мельникова. – Вып. 2. – Ульяновск, 2013. – С. 87–100.

References

1. Achasova, S. M. (1987) Algorithms of the synthesis of automatic machines on programmable matrices. In: O. L. Baldman (Ed.). Moscow: Radio i svyaz, 136 p. [in Russian].
2. Bibilo, P. N. and Enin, S. V. (1987) The synthesis of combinational circuits by functional decomposition methods. In: A. D. Zakrevsky (Ed.). Minsk: Nauka i tehnika, 189 p. [in Russian].
3. Zakrevsky, A. D. and Toropov, N. R. (2012) Polynomial realization of partial Boolean functions and systems. Issue 3. Minsk: Editorial URSS, 200 p. [in Russian].
4. Pogarcev, A. G. (1980) New algorithms for joint minimization of Boolean functions. *Avtomatika i vychislitelnaya tehnika*, (1), pp. 34-41 [in Russian].
5. Kochkarev, Y. A., Burmistrov, S. V. and Aksyonov, S. F. (2012) Minimization of Boolean functions in parts. *Radioelektronnyye i kompyuternye systemy*, (4), pp. 110-116 [in Russian].
6. Kochkarev, Y. A., Osipenkova, I. I. and Panasko, E. N. (2009) Ortogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks. *Visnyk Cherkaskogo derjavnogo tehnologichnogo universytetu*, Specvypusk, pp. 39-42.
7. Kochkarev, Y. A., Burmistrov, S. V. and Aksyonov, S. F. (2013) Minimization of partially determined Boolean functions in orthogonal form of representation. *Prikladnaya radioelektronika,* vol. 12 (3), pp. 413-420 [in Russian].
8. Kochkarev, Y. A., Rudnycky, V. M. and Burmistrov, S. V. (2013) Minimization of the systems of completely determined Boolean functions in orthogonal form of representation. In: prof. Melnikov (Ed.). Heuristic algorithms and distributed computing in applications. Ulyanovsk, issue 2, pp. 87-100 [in Russian].

Стаття надійшла до редакції 30.04.2014.

S. V. Burmistrov, *postgraduate*
Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine
sergijburmistrov@yandex.ua

PARALLEL DECOMPOSITION AS THE BASIC METHOD OF MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS IN ORTHOGONAL FORM OF REPRESENTATION

In the article the application of the basic method of minimizing Boolean functions (BF) in orthogonal form of representation (ORFR) – parallel decomposition, designed to minimize BF to obtain the minimum value of the coefficient of difficulty of implementation, is substantiated.

The paper presents a thorough description of orthogonal form of Boolean functions representation as a generalized form of representation (FR) BF containing other classic FR as a separate particular case. It is shown that due to the decomposition Boolean functions receive minimal disjunctive normal form (DNF). It reveals the essence of parallel decomposition as a method of minimizing and identifies key criterion that determines the required number of steps in the decomposition of each member of a number of BF in the process of minimizing – the base factor K.

The paper presents one of the variants of parallel decomposition designed to minimize systems of partially or poorly determined Boolean functions, the essence of which lies in directed extension of Boolean functions belonging to the system in order to obtain the lowest total coefficient of difficulty of system implementation in general and the ways to accelerate the process of minimization of BF, containing a large number of arguments.

Keywords: *parallel decomposition method, systems of Boolean functions (SBF), partially determined Boolean function (PD BF), BF orthogonal representation (ORFR).*