УДК 303.094.5

П. М. ГРИГОРУК
Хмельницький національний університет

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ПОБУДОВИ ІНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗНИКА

В статті узагальнено результати теоретичних досліджень в галузі побудови інтегрального показника. Визначено особливості інтегрального оцінювання альтернатив при прийнятті управлінських рішень. Розглянуто характеристику основних підходів до побудови такого показника.

Ключові слова: інтегральний показник, функціонал якості, управлінське рішення, шкалювання.

P. M. HRYHORUK
Khmelnytsky National University

THEORETICAL ASPECTS OF INTEGRAL INDEX CONSTRUCTION

In the paper generalized the results of theoretical researches in the area of construction of the integral index. The features of integral evaluation of alternatives in management decisions are defined. The characteristic of the basic approaches to construct such an index are described.

Keywords: integral index, quality functional, management decision, scaling.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. При розробці управлінських рішень важливо правильно оцінити поточну ситуацію, альтернативні варіанти рішень та визначити ознаки ефективного рішення, що відповідає цілям підприємства. Вірна оцінка сприяє досягненню поставлених цілей, у той час як помилково оцінене і внаслідок цього невірно прийняте рішення ускладнюють досягнення бажаного результату. Об'єктивна багатомірність даних, зумовлена складністю ринкових процесів та явищ, вимагає застосування методів стиснення інформації з метою представлення її у компактному та осяжному вигляді. Вирішення таких завдань можливо використанням інструментарію агрегації даних з дотриманням вимог збереження їх інформативності. Метою агрегації є отримання узагальнених характеристик досліджуваних процесів, хоча передумови завдань, пов'язаних з цією метою, можуть бути різними. Одним з можливих способів вирішення зазначеної проблеми є повна редукція відібраних ознак, яка реалізується у вигляді інтегрального показника.

Аналіз останніх досліджень чи публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор. Проблема розробки інтегрального показника останнім часом привертає увагу багатьох дослідників з різних наукових галузей, про що свідчать численні публікації з розробки та використання таких показників в економіці, соціології, педагогіці, медицині екології, житлово-комунальній сфері, військовій галузі тощо. Теоретико-методологічні засади інтегрального оцінювання досліджено в роботах С. А. Айвазяна зі співавторами [1–3], Е. М. Бравермана, І. Б. Мучника [4], М. В. Хованова [5] та багатьох інших. Істотний вклад у розвиток математичного забезпечення процесу побудови інтегрального показника здійснили П. О. Авен, І. Б. Мучник, О. А. Ослон [6], Дж-О. Кім, Ч. У. Мюллер, У. Р. Клекка [7], Ф. Т. Перекрест [8]. М. Дейвісон [9] та інші. Теоретичні та практичні аспекти інтегрального оцінювання успішно розвиваються в рамках наукового напрямку, який отримав назву функціонального шкалювання. Фактично, він об'єднує всі підходи до побудови узагальнених показників. Процедуру інтегрального оцінювання ефективності альтернатив управлінських рішень будемо надалі розглядати в рамках цієї теорії.

Формулювання цілей статті. Метою статті є узагальнення теоретичних підходів до побудови інтегрального показника.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. На основі положень, викладених в роботі [6], введемо в розгляд деяку систему, яка містить сукупність альтернатив та певних їх характеристик, що відображають властивості цих альтернатив стосовно апріорного уявлення про їх ефективність:

$$S = \left\langle A^{(0)}, \Delta \right\rangle, \tag{1}$$

де $A(0)$)={$A1$, $A2$, …, A_m} – множина альтернатив (надалі також буде інтерпретуватись як множина об'єктів, які підлягатимуть шкалюванню в рамках інтегрального оцінювання їх латентної якості);

Δ – структура системи, тобто деяке парне відношення, визначене на множині пар альтернатив $A(0)\times A^{(0)}$, яке відображає характеристики зв'язків між ними.

Таке відношення завжди може бути подане квадратною матрицею Δ, елементи якої δij відображають зв'язки між об'єктами, i, j =1, 2, …, m. Зазвичай вони подаються в числовому вигляді. Зокрема, в ролі таких відношень можуть виступати відстань між об'єктами у багатомірному ознаковому просторі (евклідова, хеммінгова та інші), коефіцієнти зв'язку (кореляції, асоціативності, інформаційні міри тощо), результати експертного оцінювання об'єктів, відношення переваги та інші [1]. При цьому використання показників зв'язку дозволяє відобразити не лише ступінь цього зв'язку, але і його напрям та інтенсивність, тоді як інші міри оцінюють лише кількісну його характеристику. Парне відношення Δ може мати якісні оцінки, зокрема, δ_{ij} можуть приймати бінарні значення (відношення еквівалентності – у випадку розбиття об'єктів на класи, що не перетинаються; порядку – при впорядкуванні системи об'єктів за певної їх якістю, квазіпорядку – при впорядкуванні елементів, які належать класам, що не перетинаються тощо).

Альтернативи рішень зазвичай характеризуються деякою сукупністю критеріїв, тому відношення між ними залежить від того, в якому сенсі розглядається структура системи, і також може відрізнятись одне від одного як за характером елементів, та і за способом їх отримання. Найбільш вживаним є використання відношень переваги та кореляційних зв'язків. В останньому випадку критерії інтерпретуються як показники, які відображають результативність рішень.

Формування Δ може здійснюватись різними способами. Якщо воно оцінюється на основі тих показників, якими характеризується сукупність альтернатив, тобто, внутрішньої інформації системи S, то воно є внутрішнім. Зокрема, такими відношеннями є кореляційні матриці, матриці відстаней, матриці відношень переваги. Якщо елементи δ_{ij}, i, j =1, 2, …, m. визначаються на основі деякої зовнішньої по відношенню до системи S характеристики, наприклад, показників, що не входять в ту сукупність, на базі якої здійснюється побудова альтернатив, але які відображають наслідки їх реалізації, то відношення Δ є зовнішнім. При цьому необхідно встановити зв'язок між внутрішньою структурою системи S (прояв якої задається на основі зовнішньої інформації) і системою внутрішніх показників.

Нехай Z – деяка підмножина множини дійсних чисел:

$$Z = \{z_1, z_2, ..., z_m\}, \tag{2}$$

для якої також визначена структура у вигляді парного відношення між її елементами D, причому це відношення породжується деякою фіксованою функцією G:

$$d_{ij} = G(z_i, z_j), \quad i, j = 1,2,...,m \,. \tag{3}$$

Характер відношення D визначається типом функції G. Пару, яка складається з цієї підмножини чисел і структури відношень між ними буде далі називатись числовою системою:

$$C=<Z, D> \tag{4}$$

Розглянемо відображення φ:

$$\varphi : A^{(0)} \to R^1, \tag{5}$$

де R^1 – множина дійсних чисел. Досліджуваній системі S може бути поставлена у відповідність система C(S), якщо зафіксовано однозначне відображення вигляду (5) (тобто для кожної $A_j \in A(0)$ визначено $z_j = \varphi(A_j) \in R^1$) і визначена функція G, яка задає відношення між альтернативами типу (3). Відображення φ фактично задає проектування елементів системи S на числову вісь з метою максимально точного відображення структури цієї системи. Наведене узгоджується з представленим в другому розділі дослідження принципом лінеаризації, який відображає вимогу переходу від структури відношень в багатомірному просторі до її проекції на одномірний простір, що досягається шляхом вимірювання.

Надалі під вимірюванням будемо розуміти сукупність:

$$< A^{(0)}, \Delta, \varphi, Z = \varphi(A^{(0)}), D = G(Z) >, \tag{6}$$

де $\varphi \in \Phi$; Φ – деякий клас відображень, який визначається на основі аналізу структури і властивостей системи S.

Для отримання оцінки точності вимірювання розглянемо функціонал якості, який відображає узагальнену відмінність у поданні структури зв'язків між альтернативами в досліджуваній системі і побудованій числовій системі:

$$J(\Delta, D) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} (\delta_{ij} - d_{ij})^2 \,. \tag{7}$$

Оптимальним вимірюванням в класі Φ буде таке вимірювання вигляду (6), для якого досягається мінімум виразу (7), тобто має місце максимальна точність вимірювання. Тобто, це говорить про те, що в результаті вимірюванням вдалось досить точно (в межах досягнення мінімуму обраного критерію якості) відобразити апріорну структуру зв'язків між альтернативами. Для ідеального вимірювання значення виразу (7) буде рівним нулю, однак в даній роботі завдання пошуку такого вимірювання розглядатись не буде. З іншого боку, метою функціонального шкалювання є знаходження оптимального способу вимірювання за допомогою функцій $\varphi \in \Phi$ типу (5). При цьому припускається, що сукупність альтернатив A(0) описується деяким набором вихідних показників X. Для кожної альтернативи $A_j \in A(0)$, j=1, 2, …, m, відомий вектор X_i , i=1, 2, …, n, який являє собою індивідуальний її опис. Його можна представити, як точку у n-мірному просторі χ, утвореному зазначеною системою показників. Клас Φ являє собою деякий клас скалярних функцій векторного аргументу φ(X*), де $X^* \in \chi$. Особливістю альтернатив сучасних управлінських рішень є те, що в їх описі використовується велика кількість неметричних показників, які відображають якісний бік рішень. Тому функція φ може задаватись лише на метричній складовій системи показників, у той час як побудови її складових буде задіяна вся система показників. Це знаходить відображення у використанні принципу комплексності, також наведеному в другому розділі роботи. Результатом вирішення завдання вимірювання є деяка функція φ*, яка по суті є новим, узагальненим показником, побудованим з урахуванням зроблених вище зауважень. Оскільки метою побудови такого показника є якомога краще відображення структури системи S, то функція G є невід'ємною властивістю відображення φ*. Отже, завдання пошуку оптимального вимірювання в заданому класі скалярних функцій, визначених на просторі χ вихідних показників за своїм смислом відповідає завданню відображення структури Δ досліджуваної системи S в структуру D числової системи C. Пару

$$< \varphi^*(X^*), G >, \tag{8}$$

будемо називати інтегральним показником. При цьому φ* являє собою шкалу цього показника, яка є кількісним носієм інформації оптимального вимірювання, а G є правилом інтерпретації цієї інформації. Внаслідок цього завданням функціонального шкалювання є побудова інтегрального показника в сенсі пошуку його оптимальної шкали.

Завдання функціонального шкалювання може розглядатись як завдання знаходження відповідності між індивідуальним описом альтернатив системи S і її структурою Δ, причому засобом, який забезпечує цю відповідність, є шкала φ*. Однак ця структура відома лише для сукупності $A(0)$ альтернатив системи S, тоді як шкала $\varphi^*(X^*)$ визначена для всіх $X^* \in \chi$. Тому для випадку, коли сукупність $A(0)$ не вичерпує всіх можливих альтернатив системи S, місце тих, що не входять до $A(0)$, в структурі системи може бути визначене за їх індивідуальним описом з використанням шкали φ*. При цьому природно виникає питання про можливість такого застосування побудованого інтегрального показника для оцінювання інших альтернатив, які не входять початково в сукупність $A(0)$. Така можливість існує за умови, коли об'єктам з близькими індивідуальними описами (яким відповідають близько розташовані точки у просторі χ) відповідають близькі положення в структурі Δ (тобто близькі значення по рядках в матриці парних відношень). Висновки, які сформовані стосовно об'єктів сукупності $A(0)$, можуть бути поширені на всі альтернативи системи. Умовою цього є репрезентативність вибірки (коли для кожної альтернативи системи знайдеться досить близька за сукупністю значень ознак альтернатива в $A(0)$). Для управлінських рішень, специфіка яких полягає у їх описі за допомогою якісних характеристик, вирішення проблеми розповсюдження результатів інтегрального оцінювання на весь простір альтернатив є досить актуальним. Але з іншого боку, враховуючи високу динамічність ринкового середовища, що знаходить своє відображення в постійній зміні як самої сукупності показників, так і їх значень, особливо якісних, процедуру інтегрального оцінювання для нової системи альтернатив доцільно проводити повторно.

Зазвичай шкала φ* передбачається лінійною, що також знаходить своє відображення у принципі лінеаризації [5]. В такому випадку має місце залежність:

$$z_S = \sum_{j=1}^{n} w_j X_j \,. \tag{9}$$

де w_j відображають вагомість складових X_j, j=1, 2, …, n. Лінійність шкали спрощує як процедуру агрегації показників, так і інтерпретацію отриманих результатів.

Важливим питання також є вибір апроксимуючої функції G, яка задає відношення на множині Z. Тип функції обирається в залежності від типу матриці Δ.

Зазначимо, що розглянутий підхід до шкалювання має принципові відмінності від методології багатомірного шкалювання, яке широко використовується при вирішенні завдань скорочення ознакового простору. Оптимальна шкала в даному випадку шукається в класі Φ функцій, визначених на поданнях альтернатив за значеннями показників, тоді як для багатомірного шкалювання шкала відшуковується серед довільних наборів дійсних чисел. Крім того, оптимальна шкала φ* є визначеною в будь-якій точці простору ознак χ, і може розповсюджуватись на альтернативи, які не входять у досліджувану сукупність, що є неможливим у багатомірному

Розглянемо аналіз основних підходів до побудови інтегрального показника. Якщо відношення Δ є зовнішнім, кількісно виміряним, то окрім вихідної матриці внутрішніх показників X системи S передбачається наявність деякої зовнішньої характеристики *Y*. В такому випадку функціонал якості, який вимагає мінімізації, має вигляд:

$$J(\varphi) = \sum_{j=1}^{m} (y_j - z_j)^2 \,. \tag{10}$$

Припустимо, що

$$\begin{cases} \delta_{ij} = y_i - y_j; \\ d_{ij} = z_i - z_j. \end{cases}, \tag{11}$$

де $i, j = 1, 2, \ldots, m$. Оцінку близькості цих відношень можна відобразити за допомогою функціоналу:

$$J(\Delta, D) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\left(\delta_{ij} - d_{ij}\right)^2 , \quad (12)$$

який необхідно мінімізувати. Припустимо, що вихідні показники x_{ij} є центрованими. Тоді значення z_j також є центрованими, а тому їх сума рівна нулю. Підставимо (11) в (12), який після спрощення набуде вигляду:

$$J(\Delta, D) = 2m\sum_{j=1}^{m}\left(y_j - z_j\right)^2 - 2\left(\sum_{j=1}^{m} y_j\right)^2 \to \min . \quad (13)$$

Враховуючи, що другий доданок виразу (13) і кількість альтернатив m є сталими величинами, отримаємо:

$$J(\Delta, D) = \sum_{j=1}^{m}\left(y_j - z_j\right)^2 \to \min . \quad (14)$$

Отже, завдання побудови інтегрального показника звелось до завдання регресійного аналізу, в якому необхідно відповідно до (9) знайти залежність між вихідною сукупністю показників $\{X_j, j=1, 2, \ldots, n\}$ та зовнішньою характеристикою Y.

Для управлінських рішень даний підхід можна використати як для оцінювання апріорної, так і апостеріорної ефективності. В першому випадку можна на основі заданого впорядкування альтернатив (яке визначається значеннями Y) здійснити оцінку нової сукупності, визначивши їх місце на побудованій шкалі. Крім того, цей підхід дозволяє зменшити суб'єктивність у визначенні вагових коефіцієнтів складових показника. При оцінюванні апостеріорної ефективності рішення за відомим набором показників $\{X_j, j=1, 2, \ldots, n\}$ можна провести узгодження рішення з тією апріорною структурою, яка була визначена на етапі побудови інтегрального показника [2].

З іншого боку, представлений підхід має свої особливості. По-перше, показників Y, які зовнішньо характеризують досліджувану структуру системи S, може бути декілька, що вимагає їх додаткової агрегації. По-друге, рішення часто мають якісну зовнішню характеристику, що вимагає відповідної кількісної оцінки характеристики, що можна обґрунтовано здійснити далеко не у всіх випадках. По-третє, розрахункових алгоритм передбачає наявність лише кількісних показників серед X_j, $j=1, 2, \ldots, n$, що для наявних даних також не завжди досягається. Крім того, в ролі таких даних часто виступають експертні оцінки.

Якщо відношення Δ є внутрішнім, кількісно виміряним, то воно будується на основі самих показників X_j, $j=1, 2, \ldots, n$, і фактично відображає деяку латентну їх якість. В такому випадку завдання побудови інтегрального показника зводиться до завдання скорочення розмірності ознакового простору. Воно може бути вирішене за допомогою методів факторного або компонентного аналізу, зокрема, методу головних компонент [3, 7]. При цьому за певних умов достатньо обмежитись пошуком першої головної компоненти. Вона являє собою таке лінійне перетворення вихідних показників вигляду (9), за якого функціонал:

$$J = Z^T Z = W^T X^T X W , \quad (15)$$

набуває свого максимального значення. Тут W є вектором факторних навантажень першої головної компоненти, $W^T W = E$, E – одинична матриця. Крім того, додатково припускається, що сукупність вихідних показників $\{X_j, j=1, 2, \ldots, n\}$ є центрованою і нормованою, чого вимагає обчислювальний алгоритм методу головних компонент. Обрана в ролі інтегрального показника перша головна компонента забезпечує максимізацію функціоналу:

$$J = \sum_{j=1}^{n} r^2(X_j, z) , \quad (16)$$

де $r(X_j,z)$ – коефіцієнт парної кореляції між X_j та z. Відповідно, вихідною інформацією для проведення розрахунків є кореляційна матриця вихідних показників. Тому наведений підхід також є ефективним у випадку, коли вихідні показники кількісне вимірювання.

Нехай відношення Δ є зовнішнім якісним, елементи якого являють собою бінарні відношення еквівалентності. Таке відношення використовується при вирішенні завдання розбиття вихідної сукупності об'єктів на класи, що не перетинаються. Якщо таких класів два: $K1$ та K_2, то метою побудови інтегрального показника є визначення такої функції, яка б найкраще розрізняла ці класи. Цю вимогу можна записати у вигляді критерію, сутність якого полягає у визначенні найкращої відмінності між центрами класів:

$$J = (z_{K_1} - z_{K_2})^2 \to \max , \quad (17)$$

при обмеженні:

$$\sum_{i:A_i \in K_1}(z_i - z_{K_1})^2 + \sum_{i:A_i \in K_2}(z_i - z_{K_2})^2 = 1, \qquad (18)$$

де $z_{K_1} = \overline{X}_{K_1}^T W, z_{K_2} = \overline{X}_{K_2}^T W$; $\overline{X}_j$ – вектор середніх значень показників класу K_j, j=1,2; W – вектор коефіцієнтів шуканої функції.

Наведені завдання вирішуються в рамках дискримінантного аналізу [7]. Відомо, що розв'язком завдання (17) – (18) є вектор:

$$W = \frac{m_{K_1} m_{K_2}}{m_{K_1} + m_{K_2}} X^T X \cdot (\overline{X}_{K_1} - \overline{X}_{K_2}). \qquad (19)$$

де m_{K_1}, m_{K_2} – кількість об'єктів в кожному з класів. Елементи апроксимуючого відношення Δ можна побудувати за правилом:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{m_{K_1}^2}, & \text{якщо } A_i, A_j \in K_1; \\ \frac{1}{m_{K2}^2}, & \text{якщо } A_i, A_j \in K_2;, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \qquad (20)$$

де i, j =1, 2, …, m. Апроксимуюче відношення на шкалі інтегрального показника має вигляд:

$$d_{ij} = (z_{K_1} - z_{K_2})^2. \qquad (21)$$

Функціонал якості апроксимації, максимізацію якого необхідно провести в ході побудови інтегрального показника, запишеться у вигляді:

$$J = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} d_{ij}. \qquad (22)$$

Застосування цього підходу до оцінювання ефективності альтернатив рішень є доцільним у випадку прийняття типових рішень за якою визначені класи, а також незначної варіабельності показників та незмінності умов їх отримання. Зокрема, рішення можна традиційно класифікувати на прийнятні та неприйнятні, що цілком може вирішуватись в рамках наведеного підходу.

Розглянемо випадок, коли відношення Δ є якісним внутрішнім. Завдання побудови інтегрального показника в такому випадку зводиться до визначення такої шкали, яка дозволила б розподілити багатомірні об'єкти на класи $K1, K2, \ldots, K_s$. Апроксимуюче відношення можна представити за допомогою виразу:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{при } A_i, A_j \in K_r, r = 1,2,...,s; \\ 0, \text{ інакше.} \end{cases} \qquad (23)$$

Тоді шкалу z можна подати у вигляді:

$$z_r = \begin{cases} z_r^1, \text{ при } \mathrm{A_r} \in K_1; \\ z_r^2, \text{ при } \mathrm{A_r} \in K_2; \\ \ldots \\ z_r^s, \text{ при } \mathrm{A_r} \in K_s; \end{cases}, \qquad (24)$$

де r=1, 2, …, m.

Значення z_r^i, r=1, 2, …, m; i=1, 2, …, s, можна розрахувати, враховуючи «внутрішність» вихідної інформації, за методом головних компонент, розраховуючи лише першу головну компоненту:

$$z_r^i = \sum_{j=1}^{n} w_j^i x_{rj}, \qquad (25)$$

за умови:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j^i = 1. \qquad (26)$$

Елементи апроксимуючого відношення D можна розрахувати за правилом:

$$d_{ij} = (z_i - z_j)^2, \tag{27}$$

а критерій якості, що відображає близькість оцінок кількісних відношень Δ та D записати у вигляді:

$$J(\Delta, D) = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} d_{ij} \to \max, \tag{28}$$

або, внаслідок (23) та (24):

$$J(\Delta, D) = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{m} (z_j^i - z_k^i)^2 \to \max. \tag{29}$$

Наведений огляд підходів до побудови інтегрального показника шляхом агрегації вихідної сукупності часткових показників показує специфічні особливості відповідних методів, які проявляються в залежності від вигляду відношень Δ та D. Загальним недоліком представлених методів є те, що вони враховують лише кількісно вимірювані показники, що істотно звужує їх безпосереднє застосування.

Побудову узагальненого показника можна здійснити і за допомогою методів метричного багатомірного шкалювання, спроектувавши вихідний багатомірний простір на одну шкалу [8, 9]. Вони базується на припущенні, що вихідна інформація про відмінність об'єктів задана у вигляді матриці їх попарних порівнянь Δ, елементи якої δ_{ij} є мірою відмінності i-того та j-того об'єктів, $i, j = 1, 2, \ldots, m$. Вона інтерпретується як евклідова відстань між цими об'єктами на інтегральній шкалі U:

$$\delta_{ij} = d_{ij}^{(U)} = \left| u_i - u_j \right|, \tag{30}$$

де u_i, u_j – координати об'єктів на шкалі U. Фактично завдання метричного шкалювання в загальному випадку полягає у тому, що на основі відомої матриці відмінностей Δ, яка обчислюється за значеннями вихідних ознак $X1$, $X2$, …, X_n потрібно знайти координати об'єктів на новій шкалі. Як правило, в метричному шкалюванні всі ознаки мають кількісний вимір, і в ролі міри відмінності між ними також обирається евклідова відстань. Таким чином, рівність (30) означає, що міри відмінностей, обчислені за вихідними даними як евклідові відстані в початковому просторі, відповідають евклідовим відстаням між цими об'єктами у новому просторі.

Результат багатомірного шкалювання є неоднозначним в тому сенсі, що шкала U є лише одним з можливих розв'язків рівняння (31). Тобто існують інші розв'язки цього рівняння, які одержуються з U шляхом її обертання. Цей факт істотно впливає на інтерпретацію одержаних результатів.

Недоліком багатомірного шкалювання є те, що отриманий інтегральний показник втрачає зв'язок з базисними показниками, що ускладнює інтерпретацію результату. Разом з тим цей підхід дозволяє вирішувати завдання ранжування об'єктів, їх зіставлення, виявлення їх структури та деякі інші, що цілком відповідає призначенню інтегрального показника.

Висновки. Таким чином, в статті узагальнено теоретичні засади побудови інтегрального показника. Визначено особливості інтегрального оцінювання альтернатив при прийнятті управлінських рішень за умови їх багатокритеріальності та різної природи. Розглянуто характеристику основних підходів до побудови такого показника та визначено функціонал якості показника в рамках кожного з них.

Література

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное издание / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 472 с.

2. Бородкин Ф. М. Социальные индикаторы : учебник / Ф. М. Бородкин, С. А. Айвазян. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 607 с.

3. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности : справ. изд. / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин ; под ред. С. А. Айвазяна. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 607 с. : ил.

4. Браверман Э. М. Структурные методы обработки эмпирических данных / Э. М. Браверман, И. Б. Мучник. – М. : Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1983. – 464 с.

5. Хованов Н. В. Анализ и синтез показателей при информационном дефиците / Н. В. Хованов. – СПб. : Изд-во С.-Петербуржского ун-та, 1996. – 196 с.

6. Авен П. О. Функциональное шкалирование / П. О. Авен, И. Б. Мучник, А. А. Ослон ; [отв. ред. д. ф.-м. н. Б. А. Березовский]. – М. : Наука, 1988. – 177 с.

7. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ / [Дж-О. Ким, Ч. У. Мюллер, У. Р. Клекка и др. ; пер. с англ. ; под. ред. И. С. Енюкова]. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 215 с. : ил.

8. Перекрест Ф. Т. Функциональный подход в метрическом одномерном шкалировании / Ф. Т. Перекрест // Анализ нечисловой информации в социологических исследованиях ; отв. ред. В. Г Андреенков, А. И. Орлов, Ю. Н. Толстова. – М. : Наука, 1985. – С. 113–131.

9. Дейвисон М. Многомерное шкалирование: методы наглядного представления данных / М. Дейвисон ; пер. с англ. В. С. Каменского. – М. : Финансы и статистика, 1988. –254 с. : ил. – (Математико-статистические методы за рубежом).

References

1. Ajvazyan S. A., Enyukov I. S., Meshalkin L. D. Prikladnaya statistika. Osnovy' modelirovaniya i pervichnaya obrabotka danny'x. Moscow, Finansy' i statistika, 1983, 472 p.

2. Borodkin F. M., Ajvazyan S. A. Sotczialny'e indikatory'i : uchebnik. Moscow, YuNITI-DANA, 2006, 607 p.

3. Ajvazyan S. A., Buxshtaber V. M., Enyukov I. S., Meshalkin L. D. Prikladnaya statistika: klassifikatsiya i snizhenie razmernosti. Moscow, Finansy' i statistika, 1989, 607 p.

4. Braverman E. M. Strukturnyie metodyi obrabotki empiricheskih dannyih / E. M. Braverman, I. B. Muchnik. – M. : Nauka. Glavnaya redaktsiya fiz.–mat. literaturyi, 1983.– 464 s.

5. Hovanov N. V. Analiz i sintez pokazatelej pri informaczionnom deficzite. Sankt Peterburg, Izd-vo S.-Peterburzhskogo un-ta, 1996, – 196 p.

6. Aven P. O., Muchnik I. B., Oslon A. A. Funkczionalnoe shkalirovanie. Moscow, Nauka, 1988, 177 p.

7. Dzh-O. Kim, Ch. U. Myuller, U. R. Klekka and ets. Faktorny'j, diskriminantny'j i klasterny'j analiz. Moscow, Finansy' i statistika, 1989, 215 p.

8. Perekrest F. T. Funktsionalny'j podxod v metricheskom odnomernom shkalirovanii, Analiz nechislovoj informaczii v socziologicheskix issledovaniyax. Moscow, Nauka, 1985, pp. 113-131.

9. Dejvison M. Mnogomernoe shkalirovanie: metody' naglyadnogo predstavleniya danny'x. Moscow, Finansy' i statistika, 1988, 254 p.

Надійшла 30.08.2014; рецензент: д. е. н. Хрущ Н. А.