

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ В УМОВАХ ТРАНСФОРМАЦІЙНОЇ ЕКОНОМІКИ

Об'єктом дослідження є трансформаційні процеси в економіці. У статті розглянуто підхід до дослідження одновимірних і багатовимірних динамічних систем управління за допомогою диференціальних рівнянь. Наводяться приклади моделювання економічних систем. Уміння досліджувати економічні системи в період перехідної економіки особливо актуальне для економіки пострадянських незалежних держав, які зараз перебувають у трансформаційному стані.

Ключові слова: математична модель, диференціальні рівняння, трансформаційна економіка, динамічна система управління.

A.A. ROSKLADKA

Kyiv National University of Trade and Economics

MATHEMATICAL MODELLING OF DYNAMIC CONTROL SYSTEMS IN THE TRANSFORMATION ECONOMICS

Abstract – A research object is transformation processes in an economics. In the paper the approach to the study of one-dimensional dynamical systems management by differential equations is presented. The examples of modelling economic systems are considered. Continuous processes in the economic control systems are described in the article by using ordinary differential equations under corresponding initial conditions. The output signal (result of control) is obtained by solving the Cauchy problem for an ordinary differential equation. Three types of connections of two units of transformation processes are investigated: consecutive, parallel and feedback. The examples of statements of economic problems, which clearly demonstrate different types of connections transformation processes are given. The ability to research the economic system during the economic transition is especially important for post-Soviet independent states, which are now in the transformational condition. This approach allows considering variability of transformational processes and their dynamism.

Keywords: mathematical model, differential equations, transformation economic, dynamic control system.

Вступ

Економічні процеси трансформаційного періоду мають суттєві особливості [1]. Для перехідної економіки характерні мінливість, нестабільність, які носять «безповоротний» характер. Вони не просто тимчасово порушують стійкість системи, щоб потім вона повернулася в рівноважний стан, а й послаблюють її. У результаті система врешті респоступається місцем іншій економічній системі. Ця нестійкість, нестабільність стану перехідної економіки обумовлює, з одного боку, особливий динамізм її розвитку і відповідний характер змін (незворотність, неповторність), а з іншого – зростання невизначеності результатів розвитку перехідної економіки, варіантів формування нової системи.

Трансформаційні процеси відрізняються значною динамікою їх перебігу. Класичні індикативні економічні процеси перехідного періоду, такі як безробіття, інфляція, валютна паніка, проблеми з поставками сировини або збуту готової продукції розвиваються настільки стрімко, що класичні методи моделювання не здатні адекватно їх описати.

Найбільш адекватним математичним апаратом опису перехідних процесів з урахуванням зазначеної специфіки є апарат диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння вдало описують хід швидко мінливих фізичних і біологічних процесів, хімічних реакцій тощо. Існує чимало прикладів використання теорії диференціальних рівнянь для опису економічних процесів [2–7]. До них можна віднести модель міжрегіональної міграції, моделі Еванса, Солоу, Леонт'єва та інші. Такі приклади підтверджують актуальність застосування апарату диференціальних рівнянь для моделювання складних динамічних процесів трансформаційної економіки.

Метою статті є дослідження підходів до моделювання складних трансформаційних процесів в економічних системах засобами апарату диференціального числення.

Постановка загальної задачі моделювання економічних процесів з використанням апарату диференціальних рівнянь

Неперервні процеси, які протікають в системах управління, можуть бути описані звичайними диференціальними рівняннями з відповідними початковими умовами. Годі, якщо відомий вхідний сигнал, то вихідний сигнал (результат управління) може бути отриманий шляхом розв'язання задачі Коші для звичайного диференціального рівняння [8].

Одновимірна лінійна нестационарна система управління описується диференціальним рівнянням:

$$a_n(t) \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + a_0(t)x(t) = b_m(t) \frac{d^m g(t)}{dt^m} + \dots + b_0(t)g(t) \quad (1)$$

з початковими умовами:

$$x(t_0) = x_0, \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0, \dots, x^{(n-1)}(t_0) = x_0^{(n-1)}, \quad (2)$$

де $g(t)$ – вхідний сигнал;
 $x(t)$ – вихідний сигнал;
 t – поточний час;
 $a_n(t), \dots, a_0(t), b_m(t), \dots, b_0(t)$ – коефіцієнти лівої і правої частини рівняння (1);
 m і n – задані числа;
 t_0 – момент подачі вхідного сигналу.

Якщо коефіцієнти сталі, то система називається лінійною стаціонарною:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + a_0 x(t) = b_m \frac{d^m g(t)}{dt^m} + \dots + b_0 g(t). \quad (3)$$

В операторній формі рівняння (1) має вид:

$$D(p, t)x(t) = M(p, t)g(t), \quad (4)$$

де p – оператор диференціювання;

$$p = \frac{d}{dt}, \quad D(p, t), M(p, t) \quad - \quad \text{диференціальні}$$

оператори лівої і правої частини рівняння (1):

$$D(p, t) = a_n(t)p^n + \dots + a_1(t)p + a_0(t), \quad (5)$$

$$M(p, t) = b_m(t)p^m + \dots + b_1(t)p + b_0(t). \quad (6)$$

Рівняння (3) в операторній формі має вид:

$$D(p)x(t) = M(p)g(t), \quad (7)$$

де $D(p) = a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0$,

$$M(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0.$$

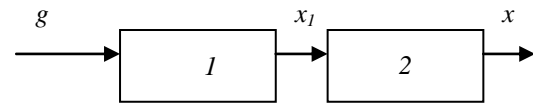


Рис. 1. Послідовне з'єднання двох ланок процесу

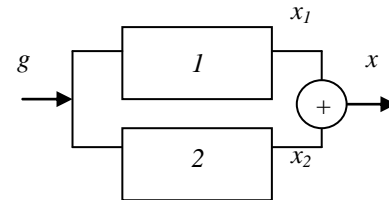


Рис. 2. Паралельне з'єднання двох ланок процесу

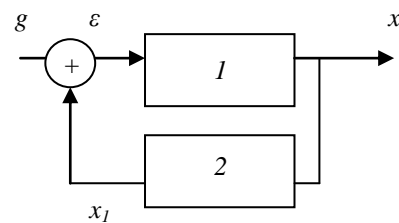


Рис. 3. З'єднання двох ланок процесу зі зворотним зв'язком

Види з'єднань трансформаційних процесів в складних економічних системах

Розглянемо три види з'єднань двох ланок трансформаційних процесів: послідовне (рис. 1), паралельне (рис. 2) і зі зворотним зв'язком (рис. 3).

Розглянемо приклад послідовного виконання двох процесів.

Під впливом фінансової кризи відбулася девальвація національної валюти. Для її укріплення були задіяні валютні та золотонасні резерви національного банку. Нехай динаміка процесу відновлення вартості національної валюти, який проводить національний банк, описується диференціальним рівнянням:

$$D_1(p, t)x_1(t) = M_1(p, t)g(t). \quad (8)$$

Дії національного банку були визнані не достатніми і тому було вирішено направити на подолання фінансової кризи частина траншу Міжнародного валютного фонду. Зміна курсу національної валюти завдяки траншу Міжнародного валютного фонду описується диференціальним рівнянням:

$$D_2(p, t)x(t) = M_2(p, t)x_1(t). \quad (9)$$

Завдання полягає в проведенні економіко-математичного моделювання двох послідовних процесів стабілізації національної валюти і пошуку загального рівняння виду (4) загального трансформаційного процесу.

Розглянемо приклад виконання двох процесів зі зворотним зв'язком.

Економічна криза призвела до загального спаду виробництва фірми і скорочення її співробітників. Виробничий процес зі старим складом співробітників описувався рівнянням:

$$D_1(p, t)x(t) = M_1(p, t)\varepsilon(t). \quad (10)$$

Зменшення кількості співробітників фірми збільшило навантаження на них і викликало зміни у виробничому процесі, який став описуватися рівнянням:

$$D_2(p, t)x_1(t) = M_2(p, t)x(t). \quad (11)$$

Оскільки процеси постачання сировини (виходи системи) і збуту продукції (виходи системи) залишилися за умовою завдання незмінними, то маємо той же виробничий процес, але зі зворотним зв'язком. Причому цей зв'язок, очевидно, є негативним, оскільки новий виробничий процес, найімовірніше, поступається за ефективністю старому.

Висновки

Економічні процеси трансформаційного періоду можуть бути адекватно описані за допомогою використання звичайних диференціальних рівнянь із відповідними початковими умовами. Моделі складних економічних процесів шляхом їх декомпозиції можна представити у вигляді сукупності елементарних ланок, з'єднаних послідовним, паралельним або зворотним зв'язком. Такий підхід дозволяє врахувати мінливість трансформаційних процесів та їх динамічність.

Література

1. Математическое моделирование трансформационной экономики : учебное пособие / Т. С. Клебанова, Е. В. Раевна, К. А. Стрижиченко, Л. С. Гурьянова, Н. А. Дубровина. – Харьков : Издательский Дом «ИНЖЭК», 2004. – 280 с.
2. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : учебное пособие / Е. В. Бережная, В. И. Березной. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 432 с.
3. Акулич И. Л. Экономико-математические методы и модели. Компьютерные технологии решения / И. Л. Акулич, Е. И. Велеско, П. В. Ройш. – Минск : БГЭУ, 2003. – 348 с.
4. Сергеева Л. Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса) : монография / Л. Н. Сергеева. – Запорожье : ЗТУ, 2002. – 227 с.
5. Моделирование экономической динамики : учебное пособие / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, О. Ю. Полякова, Е. В. Раевна, А. В. Милов, Е. А. Сергиенко. – Харьков : Издательский Дом «ИНЖЭК», 2005. – 244 с.
6. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебник / Г. П. Фомин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 616 с.
7. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении / Е. В. Шикин, А. Г. Чхартишвили. – 2-е изд., испр. – М. : Дело, 2004. – 440 с.
8. Семенов В. В. Математическая теория управления в примерах и задачах : учебное пособие / В. В. Семенов, А. В. Пантелеев, А. С. Бортакоский. – М. : МАИ, 1997. – 262 с.

References

1. Klebanova T. S., Raevna E. V., Strizhichenko K. A., Gur'yanova L. S., Dubrovina N. A. Matematicheskoe modelirovanie transformatsionnoj ehkonomiki: uchebnoe posobie. Khar'kov, Izdatel'skij Dom «INZHEK», 2004, 280 p.
2. Berezhnaya E. V., Berezhnoj V. I. Matematicheskie metody modelirovaniya ehkonomicheskikh sistem: uchebnoe posobie. Moskva, Finansy i statistika, 2006, 432 p.
3. Akulich I. L., Veles'ko E. I., Rojsh P. V. Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli. Komp'yuternye tekhnologii resheniya. Minsk, BGE'U, 2003, 348 p.
4. Sergeeva L. N. Modelirovanie povedeniya ehkonomicheskikh sistem metodami nelinejnoj dinamiki (teorii khaosa): monografiya. Zaporozh'e, ZTU, 2002, 227 p.
5. Klebanova T. S., Dubrovina N. A., Polyakova O. Yu., Raevna E. V., Milov A. V., Sergienko E. A. Modelirovanie ehkonomicheskoy dinamiki: uchebnoe posobie. Khar'kov, Izdatel'skij Dom «INZHEK», 2005, 244 p.
6. Fomin G. P. Matematicheskie metody i modeli v kommercheskoj deyatelnosti: uchebnik. Moskva, Finansy i statistika, 2005, 616 p.
7. Shikin E. V., Chkhartishvili A. G. Matematicheskie metody i modeli v upravlenii. Moskva, Delo, 2004, 440 p.
8. Semenov V. V., Panteleev A. V., Bortakovskij A. S. Matematicheskaya teoriya upravleniya v primerakh i zadachakh: uchebnoe posobie. Moskva, MAI, 1997, 262 p.

Рецензія/Peer review : 15.4.2015 р.

Надрукована/Printed : 12.5.2015 р.

Рецензент: д.е.н., Височин Ірина Володимирівна