УДК 330.519.6

КАБАНЕНКО Ю. В.
Хмельницький національний університет

БІЛІНІЙНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПОТОКІВ

Одним з фундаментальних положень методології наукового підходу в моделюванні інформаційних потоків є принцип первісних досліджень нових явищ, заснований на застосуванні спрощених математичних моделей-аналогів, таких що допускають найповніше аналітичне дослідження. Спираючись на таку методологію, автор проводить побудову моделей інформаційних потоків як безперервних процесів. Це дозволяє використовувати надалі добре розроблену теорію стохастичних рівнянь (І. Гіхмана, А. Скорохода; К. Іто).

Ключові слова: моделювання інформаційних потоків, білінійна модель, вінерівський процес, теорія стохастичних рівнянь.

KABANENKO Y. V.
Khmelnytsky National University

A BILINEAR MODEL OF INFORMATIONAL FLOW INTERACTION

One of the fundamental provisions of the methodology of scientific approach to modeling information flow is the principle of original research new developments, based on using simplified mathematical models of analog, which allow the most complete analytical research. Based on this methodology, the author is holding to build models of information flows as continuous processes. This allows to use in future well-developed theory of scholastic equations (I. Hihmana, Skorokhod A., K. Ito).

Keywords. Modeling of information flows, bilinear model, Wiener process, the theory of scholastic equations.

Нехай $u(t,y) \in R^1$ – об'єм інформації, що походить від області знань y. Якщо множина потоків виражатиметься скінченим числом, то y індексують. У ситуації, коли число потоків велике, можна передбачити, що y – неперервна величина, тобто $y \in [a;b)$, оскільки будь-які неперервні інтервали вважатимемо рівнопотужними множинами, то як інтервал індексації виберемо $y \epsilon [0;1)$.

У досліджених рівняннях інформаційних потоків Ріденура-Гартмана-Холтона враховується така залежність тільки від числа виробників інформації, функція для яких залежить тільки від часу. При цьому взаємовплив потоків інформації та білінійна залежність не враховується. Аналізуючи емпіричні кореляції інформаційних потоків, не можна не враховувати білінійну залежність між ними.

Основну роль у цій залежності відіграє $\beta(t,y,z)$ – вагова функція щільності зв'язку, яка дозволяє перейти від сумарних впливів до інтеграла. Підставою того, що можна застосувати інтегральне числення, є умова для нескінченного числа взаємодіючих потоків, що такі умови встановлюються для моделей із сумою при будь-якому фіксованому числі потоків.

$$du(t,y) = \alpha(t,y)u(t,y)dt + \\ +u(t,y)\int_0^1 \beta(t,y,z)u(t,z)dzdt + \sigma(t,y)u(t,y)dw(t,y), \quad (1)$$

де $w(t,y)$ – незалежні $\forall y$ скалярні вінеровські процеси, а β(.) відображає взаємовплив інформаційних потоків z і y; a(t; y) >0. Щодо коефіцієнтів a(.), b(.), β(.) припускаємо, що вони безперервні по t і задовольняють умови Ліпшиця по змінних y, z та є обмеженими.

Розв'язок цього рівняння в аналітичному виді будемо шукати, передбачаючи, що β(t,y,z) забезпечує співвимірність з величинами u(t, y) відповідного інтеграла в рівнянні (1).

Виконавши заміну

$$g(t,y) = u(t,y)exp\left\{-\int_0^t \int_0^1 \beta(t,y,z)u(t,z)dzd\tau\right\}, \quad (2)$$

приходимо до наступного, лінійного по g(t,y), стохастичного рівняння

$$\begin{cases} dg(t,y) = a(t,y)g(t,y)dt + \sigma(t,y)g(t,y)dw(t,y) \\ g(0,y) = u(0,y) \end{cases} \quad (3)$$

рішення якого має вигляд:

$$g(t,y) = u(0,y)exp\left\{\int_0^t \left(a(\tau,y) - \frac{\sigma^2(\tau,y)}{2}\right)d\tau + \int_0^t \sigma(\tau,y)dw(\tau,y)\right\}. \quad (4)$$

Зіставимо рівняння (2) і (4):

$$g(t,y) = u(t,y)\exp\left\{-\int_0^t \int_0^1 \beta(t,y,z)u(t,z)dzd\tau\right\} = u(0,y)\exp\left\{\int_0^t \left(a(\tau,y) - \frac{\sigma^2(\tau,y)}{2}\right)d\tau + \int_0^t \sigma(\tau,y)dw(\tau,y)\right\} \quad (5)$$

Для того, щоб наочно побачити, до яких якісних змін може привести облік взаємовпливів між потоками, бажано знайти аналітичний розв'язок (1), нехай і для менш загальної моделі, але такої, що зберігає відмінні риси вихідної. Покажемо далі, що для класу моделей, у яких

$$\beta(\tau,y,z) = \beta(\tau,z)$$

можна теж знайти розв'язок u(t,y) в аналітичному вигляді. Дане припущення відповідає тому, що в рівнянні (1) коефіцієнт зміни потоку u(t,y) залежить від типу взаємодіючого з ним потоку u(t,z).

Якщо $\beta(\tau,y,z)=\beta(t,z)$, то взаємодія не відсутня, оскільки в рівняння для u(t,y) входять інтеграли від добутку $u(t,y)\,\beta(\tau,z)\,u(t,z)$.

Помноживши (5) на $\beta(t,y)$ і проінтегрувавши по у приходимо до рівності

$$\int_0^1 g(\tau,y)\beta(\tau,y)dy=\int_0^1 u(\tau,y)\beta(t,y)dy\times exp\left\{-\int_0^t\int_0^1\beta(t,z)dzdt\right\}=$$
$$\int_0^1\beta(t,y)u(0,y)dy\; exp\left\{\int_0^t(a(\tau,y)-\frac{\sigma^2(\tau,y)}{2})d\tau+\int_0^t\sigma(\tau,y)dw(\tau,y)\right\}$$

так як:

$$-\frac{d}{dt}exp\left\{-\int_0^t\int_0^1\beta(t,z)d\tau dz\right\}=$$
$$\int_0^1 u(\tau,y)\beta(t,y)dy\; exp\left\{-\int_0^t\int_0^1\beta(\tau,z)u(\tau,z)dzd\tau\right\}, \tag{6}$$

то переходимо до такого диференціального рівняння:

$$-\frac{d}{dt}exp\left\{-\int_0^t\int_0^1\beta(\tau,z)u(\tau,z)d\tau dz\right\}=\int_0^1 u(0,y)\beta(\tau,y)exp\left\{+\int_0^t\left(a(\tau,y)-\right.\right.$$
$$\left.\left.\frac{\sigma^2(\tau,y)}{2}\right)d\tau+\int_0^t\sigma(\tau,z,y)dw(\tau,y)\right\}dy=Q(t) \tag{6a}$$

Проінтегрувавши останні рівності по t, знаходимо

$$exp\left\{-\int_0^t\int_0^1\beta(z,\tau)u(z,t)dzd\tau\right\}-1=-\int_0^t d\tau\int_0^1 dyu(0,y)\beta(\tau,y)\times$$
$$exp\left\{\int_0^\tau\left(a(\theta,y)-\frac{\sigma(\theta,y)}{2}\right)d\theta+\int_0^\tau\sigma(\theta,y)dw(\theta,y)\right\}=-\int_0^t Q9\theta)d\theta. \tag{6б}$$

Таким чином, з обліком (5), (6)

$$u(t,y)=\frac{g(t,y)}{1-\int_0^t Q(\theta)d\theta},\forall t\in 0,T$$

відповідно,

$$u(t,y)=\frac{exp\left\{\int_0^t\left(a(\tau,y)-\frac{\sigma^2(\tau,y)}{2}\right)d\tau+\int_0^t\sigma(\tau,y)\,dw(\tau,y)\right\}u(0,y)}{1-\int_0^t Q(\theta)\,d\theta} \tag{7}$$

Елемент невизначеності, внесений w(t,y), можна інтерпретувати як збурювання, процесу генерації інформації. За властивостями стандартного вінерівського процесу вони можуть приймати будь-які значення й бути довільними за знаком. Незважаючи на це, забезпечується позитивність значення u(t,y), що інтерпретується у даній моделі як інформація з імовірністю 1, тобто вірогідною для кожної з реалізацій, якщо виконані наступні початкові умови:

$$(\beta(t,z)u(0,z))<0,\forall z.$$

Це відповідає негативному впливу всіх інших потоків інформації на конкретний потік u(t,y). Останнє цілком узгоджується з гіпотезою про те, що інформаційні потоки конкурують за ресурси, що їх виробляють. За такої ж умови й моменти від комбінацій $u(t,y),\forall y,t$ не будуть мати особливих відмінностей [4].

Великий практичний інтерес представляє виявлення тенденцій у діяльності, пов'язаної з інтеграцією досліджуваних інформаційних потоків з визначенням перспектив їхнього розвитку. Побудова і дослідження такої прогнозної моделі є важливими для проведення перспективного аналізу функціонування наукової галузі, яка дозволяє обґрунтовано виявляти резерви й ухвалювати рішення щодо їхнього інтенсивного використання. Дана модель (7) надає таку можливість, тому що відображає залежність розвитку конкретної галузі знань залежно від величин початкових значень всіх галузей, що входять в інформаційний потік з початковим значенням u(0,y). Таким чином, модель близька до реальності і є підстави для подальшого її дослідження.

Література

1. Гихман И.И. Стохастические дифференциальные уравнения / И.И. Гихман, А.В. Скороход. – Киев : Наук. думка, 1988. – 352 с.

2. Гихман И.И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения / И.И. Гихман, А.В. Скороход. – Киев : Наук. думка, 1982. – 610 с.

3. Ito K. Stochastic differential equations on a differentials. Nagoya Math. J. 1951, 3, 55.

4. Межуева Т.И. Оптимизация в условиях открытости систем / Т.И. Межуева // Открытые эволюционирующие системы : научный сборник международной научно-практической конференции. – Киев, 2004. – Т. 2. – С. 78–123.

Надійшла 10.10.2016; рецензент: д. е. н. Гругорук П. М.