УДК 005.8: 658

ТКАЧ К. І., ВАСИЛЬЄВА В. Ю.
Одеський національний політехнічний університет

ВИКОРИСТАННЯ ДИСКРЕТНИХ І НЕПЕРЕРВНИХ МАРКІВСЬКИХ ЛАНЦЮГІВ ДЛЯ ПОГЛИНАЮЧИХ СТАНІВ СИСТЕМИ ФОРМУВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО ПОТЕНЦІАЛУ ІННОВАЦІЙНО-ОРІЄНТОВАНОГО ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

Розробка математичного забезпечення та створення на його підґрунті моделей, які відображають ознаки досліджуваних систем формування інтелектуального потенціалу, є важливою задачею менеджменту. У роботі показано застосування ланцюгів Маркова і орієнтованих графів в моделях градації станів відповідності як ступеня досконалості проектів. В описі цих моделей виконається декомпозиція досліджуваних систем на певні дискретні стани і створюється схема переходів між цими станами. Специфіка відображення різних об'єктів однорідними марківськими ланцюгами з дискретними станами і дискретним часом визначається способами обчислення перехідних ймовірностей. Досліджено модель критеріїв успішності для поглинаючих станів системи формування інтелектуального потенціалу, наявність яких радикально змінює характер процесу. Проведено розбиття матриці переходу на підматриці. Побудована фундаментальна матриця, завдяки якій з'явилася можливість обчислювати різні характеристики системи. Розглянуто фундаментальну матрицю для гіпотетично змодельованого поглинаючого ланцюга Маркова, яка дає однаковий прогноз на майбутнє незалежно від абсолютного значення часу, що пройшов з початкового моменту. Ця властивість фундаментальної матриці ілюструє марківську властивість процесу, характеризуючи його як процес без післядії.

Ключові слова: модель критеріїв успішності; марківський ланцюг; поглинаючий стан системи; канонічний вид; фундаментальна матриця, інтелектуальний потенціал, інноваційно-орієнтоване промислове підприємство.

TKACH K. I., VASILIEVA V. Y.
Odessa National Polytechnic University

USING DISCRETE AND CONTINUOUS MARKOV CHAIN, ABSORBING STATES OF FORMATION INTELLECTUAL POTENTIAL INNOVATION-ORIENTED INDUSTRIAL ENTERPRISES

Development of mathematical software and create grounds for its models that reflect the characteristics of the systems forming intellectual potential is an important task management. The application of Markov's chains and directed graphs models gradation states according as the degree of excellence projects. In describing these models execute studied decomposition of certain discrete states and transitions based scheme between the states. In these models in various ways defined conditional transition probabilities of transitions between discrete states. Specificity display various objects homogeneous Markov chains with discrete states and discrete time determined by the method of calculation of transition probabilities. The model success criteria for absorbing system states forming intellectual potential, which can radically change the nature of the process. The presence in the system absorbing states radically changes the nature of the process. The matrix was divided into submatrixes. Matrix of transition probabilities obtained and presented in canonical form. The variation elements submatrix Q n with growth linked to the definition of important quantitative characteristics of absorbing circuits: 1) the probability of achieving the status of absorbing any given; 2) the mean number of steps needed to achieve the absorbing state; 3) the mean time that the system spends in each state to hit irreversible system in absorbing state. Built fundamental matrix by which the opportunity to calculate the different characteristics of the process. We find a fundamental matrix for supposedly modelled absorbing Markov chain. Due to the homogeneity of the Markov chain as the initial state can choose any state in which the system is in a given time. Thus, the fundamental matrix allows the same prognosis for the future, regardless of the absolute value of the time elapsed from the starting point. This property illustrates the fundamental matrix of the Markov property of the process, describing it as a process without after-effect: at present known future independent of the past.

Key words: model of success criteria; Markov's chains;, absorbing state of the system; the canonical form; the fundamental matrix, intellectual potential, innovation-oriented industrial enterprise.

Вступ. Стаття продовжує дослідження, які наведені у роботах [10–16], де розглянуто використання різних марківських ланцюгів для моделювання процесів управління проектно-орієнтованими організаційно-технічними системами. Метою цієї статті є використання дискретних і неперервних марківських ланцюгів для опису поглинаючих станів системи формування інтелектуального потенціалу інноваційно-орієнтованого промислового підприємства.

Постановка проблеми. Аналіз світового досвіду показав доцільність використання кількох параметрів для оцінки результативності системи формування інтелектуального потенціалу інноваційно-орієнтованого промислового підприємства, що дозволяє найбільш ефективно вирішити важливі завдання щодо забезпечення вимог ефективності проектів в умовах обмеження часу, фінансових, людських та інших видів ресурсів [1–3].

Проектний підхід, як основа управління змінами, орієнтує будь-яку діяльність на проактивні засади управління системою «проект – команда проекту – оточення» за рахунок використання моделей, що відображають суттєві властивості системи, у тому числі методів вимірювання параметрів проектів та оцінки їх результативності [4–6]. У разі розв'язання задачі оцінки виробничої системи щодо створюваної цінності оберемо за цільову функцію сукупність ймовірностей певних станів, які відображають рівень досконалості системи у сенсі відповідності деяким критеріям [7, 8]. Систему можна змінювати і вдосконалювати за рахунок управління. Це можливо при використанні впливів на ресурси, технології, комунікації або структурні зміни в системі [9, 10].

Виклад основного матеріалу. Розглянемо шкалу ступенів відповідності на прикладі оцінок проектів з формування інтелектуального потенціалу для інноваційно-орієнтованого промислового підприємства, що відповідають заданим критеріям (табл. 1). Залежно до градації станів відповідності як ступеня досконалості проектів пропонується модель критеріїв успішності. Ця модель є універсальною і може бути застосована для будь-яких проектів та їх складових, що характеризують основні аспекти проектів. Для опису такої моделі використовуємо ланцюги Маркова з дискретним і неперервним часом [17, 18].

Таблиця 1

Ступені відповідності оцінок критеріям успішності

Оцінка	Пояснення, критерії оцінки	Стан
A	в цілому виконано добре, ніякі важливі завдання не залишилися невиконаними	D_1
B	в цілому задовільний і повний, є лише незначні упущення	D_2
C	задовільний, незважаючи на упущення і/або невідповідності	D_3
D	в цілому незадовільний, через значні та істотні упущення і/або невідповідності, хоч є добре виконані розділи	D_4
E	вкрай незадовільний, важливі завдання погано виконані або не виконані взагалі	D_5

Відомі приклади застосування ланцюгів Маркова для визначення ймовірностей станів організаційно-технічних або соціальних систем засновані на структурній і параметричній подобі оригіналів цих систем їхнім відображенням – марківським ланцюгам. За допомогою марківської моделі представлена організаційно-технічна система проектно-орієнтованого управління верстатобудівним підприємством [7]. Ефективним є використання ланцюгів Маркова для оцінки якості роботи вищих навчальних закладів і управління комунікаціями у рекламних проектах з використанням марківської моделі [8].

Представимо у вигляді орієнтованого графу модель оцінки ступенів відповідності оцінок критеріям якості (табл. 1). Вершини графа відповідають станам ступенів відповідності оцінок певним критеріям, а дуги ненульовим ймовірностям переходів (рис. 1).

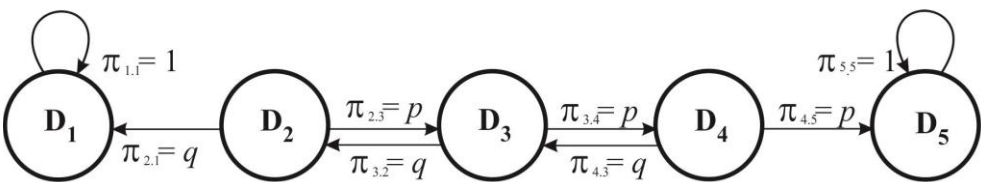

Рис. 1. Розмічений граф моделі оцінки критеріїв успішності

При цьому приймемо гіпотезу, що стани системи формування інтелектуального потенціалу для інноваційно-орієнтованого промислового підприємства D_1 і D_5 є поглинаючими. Це означає, що процес у разі переходу до станів D_1 и D_5 не має можливості перейти з них в ніякі інші стани. Для поглинаючого стану ймовірності переходу підкоряються умовам $\pi_{ii}=1, \pi_{ij}=0$, для i = 1, 5.

Внутрішні стани D_i (i = 2, 3, 4) є незворотними, такими що для кількості кроків n, $\pi_{ij}(n)>0$, але $\pi_{ji}(m)=0 \forall m$. Незворотний стан – це такий стан, в який процес формування інтелектуального потенціалу не може повернутися, вийшовши з нього. Процес може покинути цей стан, але не може повернутися в нього. Таким чином, з незворотного стану завжди можна з визначеною ймовірністю за якесь число кроків перейти в якийсь інший стан, в той же час повернутися з цього стану в початковий неможливо [8, 9].

З визначення незворотного стану випливає, якщо процес виходить з незворотного стану, то він ніколи вже не може повернутися в цю множину. Ланцюг Маркова називається поглинаючим, якщо серед всіх станів є хоча б один поглинаючий. Наявність у системі поглинаючих станів радикальним чином змінює характер процесу.

Приймемо, що з внутрішніх станів $D_2 – D_4$ можливі переходи здійснюються в напрямку станів D_1 або D_5, з ймовірностями p і q відповідно. Зрозуміло, що

$$p + q = 1, \text{ і } \pi_{ii} = 0, \text{ якщо } i = 2, 3, 4.$$

Матриця переходу в цьому випадку має вигляд:

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{15} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{25} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \dots & \pi_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q & 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Перехідні імовірності π_{ik} $\{i = 1,...,n;\ k = 1,...,n;\ n=6\}$ можуть бути отримані експертним методами. Переходи між станами у певній мірі характеризують рівень технологічної зрілості інноваційно-орієнтованого промислового підприємства. Імовірності «затримки» π_{ii}, доповнюють до одиниці суму перехідних імовірностей з i -го стану до інших станів за один крок.

Загальне рішення ланцюга Маркова, представленого орієнтованим розміченим графом на рис. 1, отримаємо на основі матриці перехідних імовірностей, за умови, що початковий стан $\{p_1(k),\ p_2(k),...p_6(k)\}$ системи відомий:

$$\begin{pmatrix} p_1(k+1) \\ p_2(k+1) \\ p_3(k+1) \\ p_4(k+1) \\ p_5(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{15} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{25} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \dots & \pi_{55} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} p_1(k) \\ p_2(k) \\ p_3(k) \\ p_4(k) \\ p_5(k) \end{pmatrix}.$$

Характер розподілу імовірностей початкових станів визначається умовами задачі. Наприклад, в початковий момент система може знаходитися в кожному зі станів з рівною імовірністю. Вигляд матриці переходу повністю залежить від нумерації станів.

Перенумеруємо спочатку усі поглинаючі стани, а потім усі останні:

Колишнє позначення	DD_1	DD_2	DD_3	DD_4	DD_5
Нове позначення	BB_1	BB_3	BB_4	BB_5	BB_2

На рис. 2 показано «новий» розмічений граф моделі оцінки критеріїв успішності:

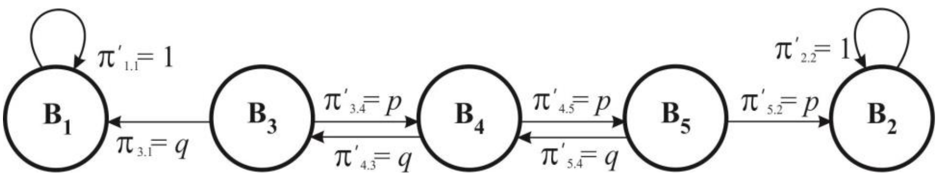

Рис. 2. «Новий» розмічений граф моделі оцінки критеріїв успішності

Від такої операції процес у системі не змінюється, хоча матриця переходу (1) перетворюється до виду (2):

$$\boldsymbol{\pi}' = \begin{pmatrix} \pi'_{11} & \pi'_{12} & \dots & \pi'_{15} \\ \pi'_{21} & \pi'_{22} & \dots & \pi'_{25} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi'_{51} & \pi'_{52} & \dots & \pi'_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ q & 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 & p \\ 0 & p & 0 & q & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Проведемо розбиття матриці переходу (2) на підматриці таким чином:

$$\boldsymbol{\pi}' = \left|\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline q & 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 & p \\ 0 & p & 0 & q & 0 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \\ \hline \boldsymbol{R} & \boldsymbol{Q} \end{array}\right| \tag{3}$$

Якщо розмірність системи дорівнює n, r – кількість поглинаючих станів, тоді n-r – число незворотних станів. Підматриці мають такі розмірності:

$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}(r\times r)$, $\boldsymbol{I}$ – одинична матриця, порядок якої визначається числом поглинаючих станів в системі;

$\boldsymbol{O} = \boldsymbol{O}(r\times n\text{-}r)$, $\boldsymbol{O}$ – нульова матриця;

$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}(n\text{-}r\times r)$, $\boldsymbol{R}$ – складається з елементів, які характеризують перехід з незворотних станів в поглинаючі;

$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}(n\text{-}r\times n\text{-}r)$, $\boldsymbol{Q}$ – матриця, яка описує поведінку системи або процесу в множині незворотних станів до переходу в поглинаючі стани.

В даному випадку $n = 5$, $r = 2$, отже розмірності матриць відповідно рівні:

$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}(2\times 2)$, $\boldsymbol{O} = \boldsymbol{O}(2\times 3)$, $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}(3\times 2)$, $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}(3\times 3)$.

Представлення матриці переходу у вигляді (3) називається канонічним.

Основна особливість поглинаючих станів складається з того, що зі збільшенням числа кроків ($n \to \infty$), імовірність потрапляння процесу або системи в поглинаючий стан дорівнює одиниці. Зі зростанням n елементи підматриці $\boldsymbol{Q}$ прямують до нуля, а підматриці $\boldsymbol{R}$ до одиниці.

Характер зміни елементів підматриці $\boldsymbol{Q}$ з ростом n пов'язаний з визначенням важливих кількісних характеристик поглинаючих ланцюгів:

1) імовірності досягнення поглинаючого стану з будь-якого заданого;

2) середнього значення числа кроків, необхідних для досягнення поглинаючого стану;

3) середнього значення часу, який проводить система в кожному з незворотних станів до потрапляння системи в поглинаючий стан.

Підрахуємо число n_j потрапляння процесу в незворотний стан x_j. Число n_j, помножене на одиницю часу, характеризує час перебування в цьому стані. Число n_j - випадкова величина, і її характеристики залежать від підматриці перехідних імовірностей $\boldsymbol{Q}$ і від начального стану. Позначимо через $\left(\overline{n_j}\right)_i$ середнє значення n_j, де $\overline{n_j}$ означає операцію усереднення по множині, а індекс i вказує, що середнє значення обчислюється для i-го навчального стану. Величина $\left(\overline{n_j}\right)_i$ включає доданок, що відображає факт перебування процесу в початковому стані. Аналітично врахуємо це за допомогою символу Кронекера:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i = j, \\ 0, & \text{якщо } i \neq j. \end{cases}$$

Після першого кроку процес з імовірністю π_{ik} перейде в стан D_k, який належить до множини T усіх незворотних станів. Додаючи по усіх k, отримаємо:

$$\left(\overline{n_j}\right)_i = \delta_{ij} + \sum_{k\in T} \pi_{ik} \left(\overline{n_j}\right)_k . \tag{4}$$

На основі формули (4) правилами додавання і добутку матриць отримаємо матричне співвідношення:

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}\left(\left(\overline{n_j}\right)_i\right) = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} . \tag{5}$$

За допомогою фундаментальної матриці $\boldsymbol{N}$, яка визначається співвідношенням (5) можливо обчислити різні характеристики процесу. Кожний елемент матриці $\boldsymbol{N}$ означає середнє число потрапляння процесу в даний незворотний стан в залежності від початкового стану. Елементи головної діагоналі більш ніж одиниця.

Знайдемо фундаментальну матрицю для даного поглинаючого ланцюгу Маркова.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 & p & 0 \\ q & 0 & p \\ 0 & q & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{I} - \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -p & 0 \\ -q & 1 & -p \\ 0 & -q & 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

$$\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} = \frac{1}{1-2pq}\begin{pmatrix} 1-pq & p & p^2 \\ q & 1 & p \\ q^2 & q & 1-pq \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Якщо задати p = 0,25 а q відповідно q = 0,75, то матриця переходу (1) буде мати такий вигляд:

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{15} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{25} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \cdots & \pi_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,75 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0,75 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Фундаментальна матриця дорівнює

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 13/10 & 2/5 & 1/10 \\ 6/5 & 8/5 & 2/5 \\ 9/10 & 6/5 & 13/10 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Якщо розглянути елементи другої строки матриці (9), то ми побачимо, якщо процес почався зі стану B_3 , то з урахуванням рівності одиниці початкового стану, процес проводить у цьому стані в середньому 8/5 одиниць часу.

З початкового моменту процес проведе в стані B_2 6/5 одиниць часу, а у стані B_4 – тільки 2/5. Значення елементів останніх строк фундаментальної матриці трактуються аналогічно.

Висновки. В силу однорідності марківського ланцюга в якості початкового стану можна вибирати будь-який стан, в якому система формування інтелектуального потенціалу для інноваційно-орієнтованого промислового підприємства виявляється в даний момент часу. Отже, фундаментальна матриця дає однаковий прогноз на майбутнє незалежно від абсолютного значення часу, що пройшов з початкового моменту. Ця властивість фундаментальної матриці ілюструє марківську властивість процесу формування інтелектуального потенціалу промислового підприємства, характеризуючи його як процес без післядії: при визначеному сьогоденні майбутнє не залежить від минулого. Дана властивість фундаментальної матриці не суперечить характеру змін безумовних імовірностей та імовірностей переходу впродовж часу: у поглинаючих ланцюгів імовірність при n → ∞ потрапити в незворотний стан мала. Але, якщо система виявилася в цьому стані, то середній час, який проведе процес в незворотних станах, визначається за допомогою фундаментальної матриці N.

Література

1. Управление инновационными проектами и программами на основе системы знаний P2M : монография / [Ф.А. Ярошенко, С.Д. Бушуев, Х. Танака]. - К. : «Саммит-Книга», 2012. – 272 с.

2. Колеснікова К. В. Розвиток теорії проектного управління: обґрунтування закону ініціації проектів / К. В. Колеснікова // Управління розвитком складних систем. – 2014. – № 17. – С. 24–31.

3. Бушуев С.Д. Механизмы формирования ценности в деятельности проектно-управляемых организаций / С.Д. Бушуев, Н.С. Бушуева // Вост.-Европ. журнал передовых технологий. — Харьков : Технол. центр, 2010. — № 1/2 (43). — С. 4‒9.

4. Белощицкий А.А. Векторный метод целеполагания проектов в проектно-векторном пространстве / А.А. Белощицкий // Управління розвитком складних систем. – 2012. – № 11. – С. 110–114.

5. Вайсман В.О. Система стандартів підприємства для управління знаннями в проектно-керованій організації / В.О. Вайсман, С.О. Величко, В.Д. Гогунський // Тр. Одес. политехн. ун-та. – 2011. – № 1(35). – С. 257–262.

6. Колесникова Е. В. Методы оценки качества технических систем / Е. В. Колесникова, Г. В. Кострова, И. В. Прокопович // Тр. Одес. политехн. ун-та. – 2007. – № 1(27). – С. 128–130.

7. Vaysman V. A. The planar graphs closed cycles determination method / V. A. Vaysman, D. V. Lukianov, K. V. Kolesnikova // Тр. Одес. политехн. ун-та. – 2012. – № 1(38). – С. 222–227.

8. Руденко С. В. Сетевые процессы управления проектами в контексте отображения состояний проекта / С. В. Руденко, Е. В. Колесникова, В. И. Бондарь // Проблеми техніки. – 2012. – № 4. – С. 61–67.

9. Олех Т.М. Методы оценки проектов и программ / Т.М. Олех, А.Г. Оборская, Е.В. Колесникова // Тр. Одес. політехн. ун-та. – 2012. – № 2 (39) – С. 213–220.

10. Олех Т.М. Оценка эффективности экологических проектов / Т.М. Олех, С.В Руденко, В.Д. Гогунский // Вост.-Европ. журнал передовых технологий. – 2013. – № 1/10 (61). – С. 79–82.
11. Олех Т.М. Багатовимірна оцінка проектів за допомогою марківських моделей / Т.М. Олех, В.Д. Гогунский, С.В. Ткачук // Управління проектами: стан та перспективии : X міжнар. конф. – Миколаїв : НУК, 2014. – С. 196–199.
12. Колесникова Е.В. Моделирование слабо структурированных систем проектного управления / Е. В. Колесникова // Тр. Одес. политехн. ун-та. – 2013. – № 3 (42). – С. 127–131.
13. Gogunsky V.D. Markov model of risk in the life safety projects / V.D. Gogunsky, Yu. S. Chernega, E.S. Rudenko // Праці Одеського політехнічного університету. – 2013. – № 2(41). – С. 271–276.
14. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл. – М. : Наука, 1970. – 129 с.
15. Власенко О. В. Марковські моделі комунікаційних процесів в міжнародних проектах / О. В. Власенко, В. В. Лебідь, В. Д. Гогунський // Управління розвитком складних систем. – 2012. – № 12. – С. 35–39.
16. Олех Т.М. Використування дискретних і неперервних марківських ланцюгів для поглинаючих станів системи / Т. М. Олех, Ю. С. Барчанова, В. Ю. Васильєва // Управління розвитком складних систем. – 2016. – № 25. – С. 40–45.
17. Войнаренко М. П. Інформаційні технології в організаційному управлінні підприємством / М. П. Войнаренко, Л.В. Джулій, Л. В. Ємчук // Konzeptuelle Grundsatze des Wirtschaftswachstums bei der Globalisierung : kollektive monographie / herausgegeben vom Doktor Wirtschaftswissenschaften, Professor W. Jatsenko. – Verlag SWG imex GmbH Nurnberg, Deutcshland, 2016. – P. 131–146.
18. Войнаренко М.П. Моделювання процесу прийняття рішення щодо джерел фінансування інноваційної діяльності [Електронний ресурс] / М.П. Войнаренко, В.В. Джеджула, І.Ю. Єпіфанова // Економічний часопис – XXI. – 2016. – № 7-8 (160). – С. 126–128. – Режим доступу : http://soskin.info/ea/2016/160-7-8/201630.html.

Надійшла 01.11.2016; рецензент: д. е. н. Філиппова С. В.