

УДК 330.101.541: 519.863

ХОЛОДЕНКО А. М., СТЕПАНОК Н. Ю., ОЛІЙНИКОВА Н. В.
Одеський національний морський університет

РІВНОВАГА МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ФІРМ ТА ДОМОГОСПОДАРСТВ

Побудовано та проаналізовано економіко-математичну модель рівноваги макроекономічної системи фірм та домогосподарств. Визначено оптимальний з точки зору фірм розмір оплати праці з урахуванням функції корисності домогосподарств.

Ключові слова: фірми, домогосподарства, рівновага, оплата праці, пропозиція праці.

KHOLODENKO A. M., STEPANOK N. Y., OLIYNYKOVA N. V.
Odesa National Maritime University

EQUILIBRIUM OF MACROECONOMIC SYSTEM OF FIRMS AND HOUSEHOLDERS

The aim of the research is to create mathematical model of macroeconomic system of firms and householders and to determine and analyze equilibrium in this model. Optimal for firms level of wage is found. This optimal level of wage increases with productivity, proportional to the square root of productivity that meets the need of advanced general economic growth in productivity compared with wages. This level is upward impacted by elasticity coefficient usefulness of free time on household unearned incomes, prices and productivity and is downward impacted by coefficient of elasticity utility of income and total time householders. Equilibrium values of output and firm's profits, of labour supply and labour income householders are also determined and border price level is established. Conditions of profit positivity are also determined. Thus equilibrium values of output and profits of firms in supply of labour and labour income householders are found.

Keywords: firms, householders, equilibrium, the wages, labour supply.

Вступ. В сучасному світі на перший план виходять макроекономічні проблеми, пов'язані зі взаємодією фірм та домогосподарств, які є основними макроекономічними агентами та визначальними елементами національної економіки. Макроекономічне середовище представлене функціонуванням фірм, які є основними виробниками та роботодавцями, та домогосподарств, які є основними споживачами та робітниками. Система економічних відносин фірм та домогосподарств характеризується спільністю їх інтересів у процесі створення чистого доходу, з одного боку, та протилежністю інтересів у процесі його розподілу – з іншого, що свідчить про їх нетривіальність та необхідність знаходження балансів у відповідних економіко-математичних моделях.

Дослідженню діяльності фірм та домогосподарств присвячена велика кількість публікацій економістів кейнсіанського та неокласичного напрямку. Зокрема, у [1–4] розглядаються споживання та заощадження домогосподарств, їхня пропозиція праці та фактори, що на неї впливають. Попит на працю з боку фірм розглядається у роботах [5, 6], дослідженню їх виробничої та інвестиційної діяльності присвячені публікації [7–9]. У нашій попередній статті [10] було досліджено функцію корисності домогосподарств, яка враховувала вільний від роботи час, та знайдено відповідний оптимальний обсяг пропозиції праці. Однак дослідження поведінки лише домогосподарств не дає можливості проаналізувати макроекономічну систему цілісно, необхідно враховувати реакцію інших макроекономічних агентів на економічні рішення домогосподарств. Отже, наступним кроком має бути аналіз діяльності фірм та їх взаємодії з домогосподарствами.

Тож метою цієї статті є побудова та аналіз економіко-математичних моделей взаємодії фірм і домогосподарств та знаходження рівноважного розміру оплати праці фірмами.

Основний матеріал. Розглянемо функціонування приватного сектору національної економіки, який складається з домогосподарств та фірм, як закритої систему у статистиці.

На рис. 1 зображена взаємодія фірм, домогосподарств та ринку благ. Домогосподарства пропонують фірмам свою працю L , за яку отримують від фірм заробітну платню W . Фірми за допомогою праці домогосподарств здійснюють виробництво благ Q та спрямовують їх на ринок, де домогосподарства купляють ці блага для свого споживання. Характеристикою ринку благ є рівень цін P , який впливає і на обсяг виробництва фірм, і на обсяг споживання домогосподарств.

Зазначимо, що фірмам для застосування додаткового капіталу в поточному періоді необхідно було здійснювати інвестування у попередньому, таким чином, в макроекономіці вважається, що фірми змінюють розміри капіталу в довгостроковому періоді, а в короткому періоді запаси капіталу приймаються фіксованими (тож вони, як і постійні витрати, не впливатимуть на оптимізацію діяльності фірм).

На відміну від капіталу, кількість робітників, зайнятих у національній економіці, може змінюватися досить швидко. Домогосподарства можуть у будь-який момент вирішити звільнитися чи змінити роботу,

фірми також можуть достатньо швидко змінювати кількість працюючих у них робітників.

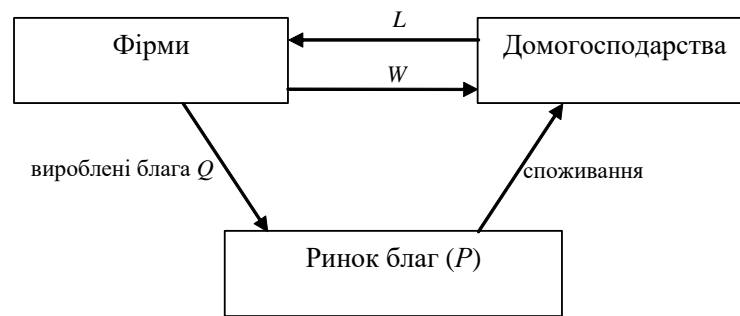


Рис. 1. Функціонування приватного сектору національної економіки

Згідно цих передумов та для простоти й наочності прийемо функцію обсягу виробництва фірм лінійною у вигляді

$$Q = cL, \quad (1)$$

де Q – обсяг виробництва фірм;

c – продуктивність праці;

L – обсяг праці.

Рівень цін P у короткому періоді є негнучким, а у кейнсіанській термінології жорстким, що пов'язане з недосконалістю ринків, довгостроковими контрактами, витратами меню, асинхронністю зміни цін, отже будемо вважати $P = const$.

Згідно з підходом [10], функція корисності домогосподарств має мультиплікативний вигляд

$$U = \alpha_0 \cdot ((L \cdot W + V)^{\alpha_1} \cdot (T - L)^{\alpha_2}), \quad (2)$$

де U – функція корисності домогосподарств;

L – обсяг праці, робочий час домогосподарств;

W – питома оплата праці домогосподарств;

V – нетрудові доходи домогосподарств;

T – загальний час домогосподарств;

α_0 – масштабуючий множник;

α_1 – коефіцієнт еластичності корисності за доходом;

α_2 – коефіцієнт еластичності корисності за вільним часом.

В результаті максимізації функції корисності домогосподарств знайдено обсяг пропозиції праці, який відповідає оптимальній реакції домогосподарств на оплату праці W :

$$L^* = \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(\alpha_1 \cdot T - \frac{\alpha_2 \cdot V}{W} \right). \quad (3)$$

Згідно з (3), оптимальний обсяг пропозиції праці зростає по оплаті праці W , що пов'язано з мотиваційною функцією заробітної плати, адже, чим вона вища, тим більше та якісніше споживання вона може забезпечити, тим значніше стимул до праці у домогосподарств.

З позицій же фірм заробітна платня W є їх видатками, які вони мають намагатися начебто скоротити, однак треба враховувати, що при зниженні оплати праці домогосподарства будуть зменшувати пропозицію праці, тож необхідно знаходити саме оптимальні значення оплати праці, а не мінімальні, адже метою діяльності фірм є максимізація прибутку (а не мінімізація видатків):

$$F = PQ - WL \rightarrow \max_w, \quad (4)$$

де F – прибуток фірм.

Підставимо (1) у (4):

$$F = PQ - WL = PcL - WL = L(Pc - W) \rightarrow \max_w. \quad (5)$$

Фірми, використовуючи інформацію про механізм (3) формування домогосподарствами пропозиції праці L^* , можуть знайти рівноважне значення оплати праці та прибутку. Виразимо прибуток фірм, підставивши (3) у (5):

$$F = \left(\alpha_1 T - \frac{\alpha_2 V}{W} \right) \cdot \frac{Pc - W}{\alpha_1 + \alpha_2} \rightarrow \max_W. \quad (6)$$

Для оптимізації прибутку фірм прирівняємо до нуля першу похідну:

$$\begin{aligned} F'_W &= \frac{\alpha_2 V}{W^2} \cdot \frac{Pc - W}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_1 T W - \alpha_2 V}{W} \cdot \frac{-1}{\alpha_1 + \alpha_2} = \\ &= \frac{\alpha_2 V (Pc - W) + \alpha_2 V W - \alpha_1 T W^2}{W^2 (\alpha_1 + \alpha_2)} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Друга похідна функції прибутку фірм

$$F''_W = \left(\frac{\alpha_2 V (Pc - W) + \alpha_2 V W - \alpha_1 T W^2}{W^2 (\alpha_1 + \alpha_2)} \right)' = -\frac{2\alpha_2 V Pc}{W^3 (\alpha_1 + \alpha_2)} < 0$$

від'ємна, тож в точці (7) досягається саме максимум прибутку фірм.

Тепер з (7) знаходимо оптимальне з точки зору фірм за даних умов поведінки домогосподарств значення оплати праці

$$W^* = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{V Pc}{T}}. \quad (8)$$

Аналізуючи (8), робимо висновок, що оптимальний розмір оплати праці W^* зростає з підвищенням продуктивності праці c , однак усе повільніше, пропорційно квадратному кореню з продуктивності праці, що відповідає загальноекономічній необхідності випереджального зростання продуктивності праці у порівнянні з заробітною платою.

Зростання нетрудових доходів домогосподарств V та коефіцієнту еластичності корисності за вільним часом α_2 також змушує фірми збільшувати оплату праці, щоб зробити працю більш привабливою для домогосподарств, створити такі стимули до праці, які будуть перевищувати бажання відпочинку.

У бік збільшення оплати праці впливає також рівень цін P , адже чим він вищий, тим дорожчим є споживання домогосподарств, однак оптимальна оплата праці домогосподарств зростає повільніше підвищення цін (пропорційно квадратному кореню із підвищення цін), тож інфляція призводить до зростання номінальних доходів домогосподарств та скорочення реальних.

Згідно (8), оптимальна оплата праці спадає по коефіцієнту еластичності корисності за доходом α_1 та по загальному часу T домогосподарств, адже чим вони вищі, тим більше домогосподарства будуть воліти працювати, а отже фірми зможуть платити їм менше за одиницю часу.

На рис. 2 зображена схема встановлення рівноважної за Штакельбергом ставки оплати праці W^* : використовуючи $L^*(W)$, максимізується $F(W, L^*(W))$, знаходиться W^* , звідси $L^e(W^*)$.

Цікаво, що рівноважна ставка оплати праці W^* дорівнює середній геометричній (що завжди не перевищує середньої арифметичної \hat{W}) з границь області допустимих значень $\frac{\alpha_2 V}{\alpha_1 T}$ та $P \cdot c$ функції прибутку фірм.

Підставивши (8) у (3), отримуємо рівноважну з позицій системи фірм та домогосподарств пропозицію праці:

$$L^e = \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(\alpha_1 T - \sqrt{\frac{\alpha_1 \alpha_2 V T}{Pc}} \right). \quad (9)$$

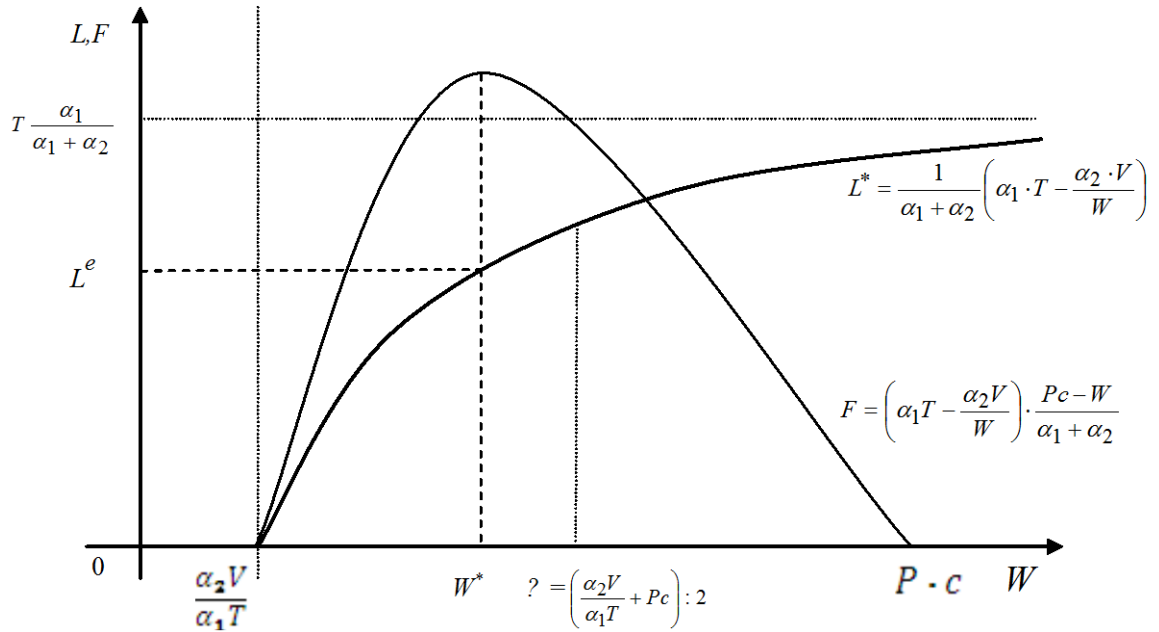


Рис. 2. Встановлення рівноважної за Штакельбергом ставки оплати праці

Підставимо (9) у (1) та знайдемо рівноважний обсяг виробництва:

$$Q^e = \frac{c\sqrt{\alpha_1 T} (\sqrt{\alpha_1 T P c} - \sqrt{\alpha_2 V})}{(\alpha_1 + \alpha_2)\sqrt{Pc}} \quad (10)$$

Тепер можна розрахувати рівноважний прибуток фірм:

$$F^e = \frac{(\sqrt{\alpha_1 T P c} - \sqrt{\alpha_2 V})^2}{\alpha_1 + \alpha_2} = Q^e \left(P - \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{P V}{T c}} \right) \quad (11)$$

З (11) наочно видно, що прибуток фірм буде пропорційним випуску благ та деякій частині цін. Очевидно, що при певному рівні цін прибуток може стати від'ємним, а отже виробництво для фірм буде недоцільним, тоді і праця домогосподарств не буде задіяна, а отже вся система буде в колапсі.

Тож для додатності прибутку необхідно, щоб рівень цін відповідав умові:

$$P > \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{V}{Tc} \quad (12)$$

тоді будуть виконуватися нерівності

$$\begin{cases} F > 0 \\ Q > 0, \\ L > 0 \end{cases}$$

і вся система буде функціонувати.

Розрахуємо також рівноважний трудовий дохід домогосподарств:

$$W^* \cdot L^e = \frac{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 c T V P} - \alpha_2 V}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (13)$$

Різниця між рівноважним прибутком фірм та рівноважним доходом домогосподарств складає:

$$F^e - W^* \cdot L^e = \frac{\alpha_1 T P c + 2\alpha_2 V - 3\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 c T V P}}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (14)$$

отже рівноважний прибуток фірм буде перевищувати рівноважні доходи домогосподарств при

$$\frac{\alpha_1 TPc + 2\alpha_2 V}{3} > \sqrt{\alpha_1 \alpha_2 c TVP} . \quad (15)$$

Висновки. Таким чином, побудовано рівноважну економіко-математичну модель взаємодії фірм та домогосподарств як закритої системи та знайдено відповідний оптимальний для фірм розмір оплати праці, на який у бік зростання впливають коефіцієнт еластичності корисності за вільним часом домогосподарств, нетрудові доходи домогосподарств, рівень цін та продуктивність праці, а у бік зниження – коефіцієнт еластичності корисності за доходом та загальний час домогосподарств.

Знайдено рівноважні величини обсягу виробництва та прибутку фірм, обсягу пропозиції праці та трудового доходу домогосподарств, встановлено границю рівня цін, нижче якої з точки зору економічної доцільності ні виробництво фірм, ні праця домогосподарств не будуть доцільними.

Література

1. Кейнс Дж.М. Общая теория занятости, процента и денег / Кейнс Дж.М. – М. : Эксмо, 2007. – 153 с.
2. Modigliani F. The Collected Papers of Franco Modigliani / Modigliani F. – USA : Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, 1996. – 401 p.
3. Phillips A. The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in United Kingdome, 1861–1957 / A. Phillips // *Economica*. – 1958. – Vol. 25. – P. 283–299.
4. Diamond P. Individual Retirement and Savings Behavior / P. Diamond // *Journal of Public Economics*. – 1985. – P. 4–23.
5. Friedman M. The role of monetary policy / M. Friedman // *American Economic Review*. – 1968. – Vol. 58. – P. 1–17.
6. Okun A. Prices and Quantities. A Macroeconomic Analysis / Okun A. – USA : Washington, Brookings Institution, 1981. – 371 p.
7. Jorgenson D.W. Capital Theory and Investment Behavior / D.W. Jorgenson // *American Economic Review*. – 1963. – Vol. 53. – P. 247–259.
8. Sandmo A. Investment and the Rate of Interest / A. Sandmo // *Journal of Political Economy*. – 1971. – Vol. 79. – P. 1335–1345.
9. Шарп У. Инвестиции / Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. ; пер. с англ. – М. : Инфра-М, 2001. – 1028 с.
10. Холоденко А.М. Оптимізація функцій корисності домогосподарств на макроекономічному рівні / А.М. Холоденко, Н.Ю. Степанок // *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: економічні науки*. – Хмельницький : ХНУ, 2011. – № 6. – Т. 3. – С. 303–307.

Надійшла 01.11.2016; рецензент: д. е. н. Махуренко Г. С.