УДК [519.85:658.26-029:6](477)

ЮЩЕНКО Н. Л.
Чернігівський національний технологічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЕКТНИХ РІШЕНЬ В УМОВАХ ЗАПРОВАДЖЕННЯ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В УКРАЇНІ

Пошук теоретичних та методичних підходів до розвитку системи тепло- та гарячого водопостачання в процесі модернізації комунальної теплоенергетики України на основі створення комплексу економіко-математичних моделей і методів, які стануть інструментом обґрунтування рішень на різних рівнях щодо технічно надійного та безпечного функціонування систем енергозабезпечення суспільства, є актуальним. У статті систематизовані кількісні методи, що можуть служити правильному і обґрунтованому вибору на користь придбання енергоефективного обладнання.

Ключові слова: передавання тепла, енергоефективне обладнання, оптимізаційні методи і моделі, геометричне програмування, позином.

YUSHCHENKO N. L.
Chernihiv National University of Technology, Ukraine

APPLICATIONS OF GEOMETRIC PROGRAMMING IN OPTIMIZATION OF DESIGN DECISIONS IN CONDITIONS OF INTRODUCTION OF ENERGY SAVING TECHNOLOGIES IN UKRAINE

Search theoretical and methodological approaches to the development of systems of heat and hot water in the process of modernization municipal power system in Ukraine based on the creation of a complex of economic and mathematical models and methods, which will study the tool-making at various levels concerning technically reliable and safe operation of power supply systems, the company is topical. In the article the quantitative methods, that may be correct and reasonable choice in favour of the purchase of energy efficient equipment.

Keywords: heat transfer, energy-efficient equipment, optimization methods and models, geometric programming, pozinom.

Постановка проблеми. Провадження сучасного енерго- та екологічно ефективного обладнання та технологій для зменшення витрат паливно-енергетичних ресурсів Стратегією сталого розвитку „Україна-2020” [1] за пріоритетністю визначене першочерговим у рамках реалізації реформи енергетики й програми енергоефективності за вектором розвитку та програм енергонезалежності й збереження навколишнього природного середовища за вектором безпеки. У зв’язку з цим особливої актуальності набуває розробка теоретичних та методичних підходів до розвитку системи тепло- та гарячого водопостачання в процесі модернізації комунальної теплоенергетики України на основі створення комплексу економіко-математичних моделей і методів, які стануть інструментом обґрунтування рішень на різних рівнях щодо технічно надійного та безпечного функціонування систем енергозабезпечення суспільства.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основні шляхи вирішення проблеми енерго- та теплозаощадження в житлово-комунальному господарстві України у своїх роботах аналізують Маляренко В.А., Лисак Л.В. [2, 3], Єрьомкін О.І. [4] та інші вітчизняні науковці і практики. В роботі [5] пропонуються заходи щодо заощадження енергії та тепла в побуті. Перелік основних заходів щодо енерго- та теплозаощадження у соціальній сфері та житлово-комунальному господарстві регламентується рядом нормативних документів, як то [6].

Питанням економіко-математичного моделювання розвитку енергетики на рівні міста і регіону присвячені дослідження Буяка А.Є. [7], наукового колективу НТУ „Харківський політехнічний інститут” на чолі з Гаврисем О.М. [8].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Проте недостатньо уваги приділяється економіко-математичним моделям і методам розрахунку кількісних і якісних характеристик альтернативних джерел продукування та передачі теплової енергії у системах теплопостачання і гарячого водопостачання міст чи в окремих домогосподарствах.

Наприклад, сьогодні активно пропагуються спірально-пластинчасті теплообмінні апарати (рис.), широкий модельний ряд яких представлений на ринку [9–12].

Кінцевою метою використання теплових насосів є передача отриманого ззовні тепла потрібному об’єкту. Функціонування теплового насосу забезпечується за рахунок злагодженої роботи таких частин системи опалення як зонд, самого теплового насосу і рідинної системи опалення. Зонд – це не що інше як спеціальні труби, завдання яких – максимально ефективно зібрати теплову енергію і передати її тепловому насосу. Залежно від типу теплового насосу (табл.), ці труби можуть розміщуватися в ґрунті, у воді або на відкритій території.

Принцип роботи теплового насосу полягає у наступному. Система опалення складається з двох

контурів. Тепловий насос, інтегрований в цю систему, стає третім контуром. По зовнішній частині контурів циркулює теплоносій, що не замерзає, який поглинає з оточуючого середовища тепло. Потрапляючи у тепловий насос, теплоносій віддає холодагенту – спеціальній речовині, котра використовується у циклі теплообміну, температура кипіння якої становить –10 °С, від 4 до 7 °С. Внаслідок чого холодагент закипає і переходить у газоподібний стан, а вже охолоджений теплоносій у зовнішньому контурі продовжує циркулювати за тією ж схемою.

+	–
При роботі теплових насосів відсутні викиди шкідливих речовин в атмосферу	Більшість теплових насосів мають досить високу ціну і вартість монтажу, а термін їх окупності коливається від 2 років. Власне, це єдиний недолік теплового насосу. Однак, при правильних математичних підрахунках у сфері його застосування, використання теплового насосу може стати єдиним економічно виправданим фактором, що дозволить уникнути зайвих витрат у майбутньому
Економічність (щоб передати загальній системі опалення 1 кВт-год. енергії, витрачається всього 0,2-0,35 кВт-год. електроенергії)	
Функціонування теплового насосу не потребує прокладання газових комунікацій, а отже його власників не обходять проблеми постачання в країну органічного палива і його вартості	
Теплові насоси без проблем переходять з режиму кондиціювання (під час літньої спеки) у режим опалення (у холодні пори року)	
Розумна система теплового насосу, не дивлячись на її складність, не потребує додаткового обслуговування чи інших маніпуляцій щодо її підтримки. Потрібно лише дотримуватися рекомендацій, вказаних в інструкції для користувача. Найголовніше – прорахувати, яке джерело енергії підійде у кожному конкретному випадку, решта – справа техніки	
Тепловий насос безпечний через те, що при його роботі жодна деталь не здатна нагрітися до високих температур і стати причиною пожежі. Так як система роботи теплового насосу має замкнений цикл, він є надзвичайно надійним агрегатом, на роботу якого не впливають зовнішні фактори	
Тепловий насос має тривалий строк служби – 20–30 років здатний якісно виконувати свої функції	
Тепловий насос достатньо компактний, ергономічний, працює тихо	

Рис. 1. Переваги і недоліки використання теплових насосів

Функціональний контур насосу включає випаровувач, компресор (електричний), капіляр, конденсатор, холодагент, терморегулюючий управляючий пристрій.

Після закипання і переходу у газоподібний стан холодагент потрапляє у компресор, що стискає його до дуже високого тиску. В результаті спостерігається підвищення температури холодагента, а це означає, що розігрітий газ виконує свою головну функцію – віддає тепло приміщенню або іншому теплоносію, який знаходиться уже у внутрішньому контурі загальної системи опалення. Через певний час температура холодильного агента знижується і він переходить в рідкий стан. Це дозволяє пройти через капілярний клапан, який і знижує тиск холодагента до початкового. З цього моменту розпочинається новий цикл перетворень [13].

Мета статті. За доступною в Інтернеті інформацією [14], самостійно виконати розрахунок теплообмінника складно через те, що всі дані, які характеризують теплообмінник, приховані від сторонніх осіб. Виникають труднощі у встановленні коефіцієнта теплопередачі від реальних розходів у контурах і, якщо розходи будуть свідомо невеликими, то і ККД теплообмінника буде недостатнім. У кожного виробника теплообмінників є спеціальна програма, що підбирає теплообмінник при проектуванні об’єктів теплопостачання.

Головною метою цієї роботи є систематизація оптимізаційних методів з метою правильного і обґрунтованого вибору на користь придбання енергоефективного обладнання і здійснення вдалої інвестиції.

Виклад основного матеріалу. Багатьма спеціалістами в галузі раціоналізації технологічних процесів застосовується імітаційний підхід [15], так як використання імітаційних моделей часто дозволяє

більш адекватно описувати досліджувані процеси й досліджувати чутливість отриманого рішення.

Таблиця 1

Характеристика типів теплових насосів

Тип	Особливості насосу
Ґрунт – рідина	Температура ґрунту на глибині 5–7 метрів не змінюється протягом усього року (на території України це +8–12 °С). Вилучене з ґрунту тепло може служити і для обігріву, і для гарячого водопостачання приміщень. Провідником слугує спеціальна рідина, яка не замерзає
Ґрунт – повітря	Теплова енергія, що забирається з ґрунту служить у подальшому для обігрівання приміщень за допомогою розігрітого повітря
Рідина – рідина	Джерелом енергії у даному випадку служать ґрунтові води, вода водойм або стічні каналізаційні води. Принцип роботи такого теплового насосу подібний до того, що працює на ґрунтовому контурі. Однак, завдяки більш високій температурі теплоносія у зимовий час робота теплового насосу „рідина – рідина” вважається набагато ефективнішою
Рідина – повітря	Тепло вилучається з ґрунтових вод чи води водойм, чи каналізаційних стоків, а сам обігрів відбувається за допомогою повітряного опалення
Повітря – повітря	Такі теплові насоси здатні видобувати тепло навіть з морозного повітря. Навіть при мінусовій температурі навколишнього середовища, холодне повітря все рівно має певний тепловий запас і його цілком достатньо, щоб опалювати приміщення і підтримувати оптимальний температурний режим
Повітря – рідина	У даному випадку тепло, яке вилучається з атмосферного повітря, може бути використане і для обігріву, і для гарячого водопостачання

Визначення детальних конструктивних розмірів теплообмінників (насосів, двигунів і т.п.) передбачає опис їх співвідношеннями, що не тільки нелінійні, а неопуклі. Оскільки як економічні, так і конструктивні співвідношення являють собою позиноми, можна припустити, що вибір оптимального проектування може здійснюватися методом геометричного програмування. При проектуванні техніко-економічних систем досить часто загальні витрати g_0 вважають рівними сумі витрат $u_i, i=\overline{1;m}$, де $\{u_i\}$ – компоненти, що утворюють проект.

$$g_0 = u_1 + u_2 + ... + u_m .$$

Причому витрати на компоненти є мультиплікативною функцією деяких параметрів – факторів t_j, $j=\overline{1;n}$, т.б.

$$u_i = c_i t_1^{a_{i1}} t_2^{a_{i2}} \times ... \times t_n^{a_{in}} ,$$

де c_i – додатна константа; показники степеня a_{ij} – довільні дійсні числа.

Отже, цільова функція є позиномом з додатними членами $(c_i > 0)$ [16, с. 121-122]:

$$g_0(t) = \sum_{i=1}^{m} c_i \prod_{j=1}^{n} t_j^{a_{ij}} .$$

Показники степеня a_{ij} утворюють матрицю $(a_{ij})_{m\times n}$, у разі лінійної залежності між стовпцями якої число змінних можна зменшити, відповідно, задача може бути спрощена.

У загальному вигляді задача геометричного програмування може бути сформульована так:

$$\begin{aligned} &\max(\min): \quad F = g_0(t) \\ &g_i(t) \{\le, \ge, =\} 1, i = \overline{1;m}, \\ &t \ge 0, \end{aligned}$$

де $g_i(t), i=\overline{1;m}$ – позиноми.

Розв’язування задачі геометричного програмування базується на узагальненні нерівності, що пов’язує середню арифметичну з середньою геометричною (нерівність Коші), яка у даному випадку набуває вигляду

$$\frac{1}{n}u_1+\frac{1}{n}u_2+...+\frac{1}{n}u_n \geq u_1^{\frac{1}{n}}\cdot u_2^{\frac{1}{n}}\times...\times u_n^{\frac{1}{n}},$$

де $u_1, u_2, ..., u_n$ – невід'ємні числа.

Прирівнюючи окремі числа u_i в нерівності Коші, можна отримати зважену середню:

$$\delta_1 u_1+\delta_2 u_2+...+\delta_n u_n \geq u_1^{\delta_1}\cdot u_2^{\delta_2}\times...\times u_n^{\delta_n},$$

де u_i – довільні невід'ємні числа; δ_i – довільні додатні ваги, що задовольняють умову нормалізації $\delta_1+\delta_2+...+\delta_n=1$.

Здобута умовна нерівність називається геометричною, звідки й назва – геометричне програмування.

Одним з прийнятних методів геометричного програмування є правильний вибір змінних конструкції на основі апроксимації проектних співвідношень позиномами та перетворення складних обмежень матеріальних балансів в позиноміальні обмеження у вигляді рівнянь і нерівностей [17, с. 630–635].

Проектування установки для передачі тепла, що регулює температуру процесу або забезпечує ефективне використання тепла, є важливою конструкторською задачею, яка включає визначення оптимальної стратегії зміни швидкості відведення тепла (Q), після чого розв'язується проектна задача вибору габаритів обладнання, що забезпечуватимуть передачу тепла з встановленою швидкістю з мінімальними витратами.

В [18] розглядається теплообмінник рідина-рідина, у якому робоча рідина з розходом W_p охолоджується з температури T_{p_I} до T_{p_O} потоком рідини W_s, що має певну температуру T_{s_I}. Швидкість теплопередачі від технологічного потоку до охолоджуючої рідини дорівнює

$$Q=W_p C_p\left(T_{p_I}-T_{p_O}\right),$$

де C_p – тепломісткість технологічного потоку.

Задача оптимального проектування зводиться до вибору конструктивних параметрів теплообмінника, тобто до визначення поверхні тепловіддачі, кількості і діаметру труб, положення перегородки і т.д., а також до встановлення витрат охолоджуючої води W_c, необхідної для забезпечення заданої швидкості теплопередачі Q, при мінімізації річних витрат на теплообмінник.

Цільова функція для теплообмінника включає постійні витрати на теплообмінник c_F, витрати на охолодження води c_w, а також витрати на прокачування води через теплообмінник c_s та технологічної рідини через теплообмінник c_p.

За припущення, що використовується теплообмінник звичайного кожухотрубчастого типу, співвідношення, що визначає оцінку постійних витрат, має вигляд (2) за загальною моделлю (1) [17, с. 612-613]:

$$\textit{Капітальні витрати} = aV^b, \tag{1}$$

де V – виробнича потужність;

a – коефіцієнт питомих витрат, що визначаються за матеріалами економічних спостережень;

b – додатній показник степеня, значення якого зазвичай для хімічних установок знаходиться в інтервалі 0,5-0,8, – є відображенням досвіду, накопиченого розробниками аналогічного обладнання;

$$c_F = c_1 A^{0,55}, \tag{2}$$

тут c_1 – питомі капітальні витрати, що включають річну норму амортизації; A – поверхня теплообмінника.

Витрати на воду є, як правило, функцією витрат води

$$c_w = c_2 H W_s,$$

де c_2 – питомі витрати на одиницю об'єму охолоджуючої води; H – час роботи теплообмінника впродовж року.

Витрати на прокачування є лінійними функціями потужності, яка споживається:

$$c_s = c_3 H\left(HP_s\right),\ c_p = c_3 H\left(HP_p\right), \tag{3}$$

де c_3 – питомі витрати на одиницю потужності;

HP_s, HP_p – втрати потужності на охолоджуючу воду і технологічні потоки, відповідно.

Задача вибору оптимальної конструкції зводиться до визначення значень A, W_s, HP_s і HP_p, що мінімізують сукупні витрати $R = c_F + c_w + c_s + c_p$.

В основу розрахунку були покладені наступні параметри теплообмінника:

1) використовуються стандартні дюймові труби довжиною 16 футів;

2) число ходів всередині труб дорівнює числу ходів у міжтрубному просторі і дорівнює 1;

3) розбиття по квадрату з кроком 1 ¼ дюйма, відстань між перегородками становить 2/5 діаметра кожуха.

Споживання потужності HP_s і HP_p було виражене через параметри конструкції A, W_s і W_p наступним чином. Оскільки охолоджуюча вода проходить по за трубами теплообмінника, можна визначити втрати потужності на зовнішній поверхні труб рівнянням

$$HP_s = K_s A h_s^{3,5}, \tag{4}$$

а на внутрішній поверхні труб – рівнянням

$$HP_p = K_p A h_p^{4,75}, \tag{5}$$

де K_s і K_p залежать від теплофізичних властивостей рідин, а h_s і h_p – коефіцієнти тепловіддачі для зовнішніх і внутрішніх поверхонь труб теплообмінника, відповідно.

За результатами аналізу розмірностей (т. б. теорії подібності) встановлюються співвідношення для коефіцієнтів тепловіддачі у вигляді рівнянь (7), (8), аналогічних за формою рівнянням (6):

$$h(x) = k\prod_{i=1}^{P}\left(\prod_{j=1}^{m} x_j^{\alpha_{ij}}\right)^{a_i}, \tag{6}$$

де $h(x)$ – перехідна функція, що виражається через P безрозмірних змінних і визначається у задачах технічного проектування у ході розрахунків матеріальних та енергетичних балансів, які включають співвідношення, одержані за результатами аналізу розмірностей або шляхом наближення степеневих функцій до експериментальних даних, як для окремих технологічних операцій, так і по процесу у цілому;

$x \equiv \left(x_1; x_2; ...; x_m\right)$ – m-вимірний вектор конструктивних та/або фізичних змінних; α_{ij} – ціле число;

k й a_i – константи (дійсні числа), що встановлюються у результаті проведення експериментів з реальною системою.

$$h_s = 0,023\left(\frac{k_s}{D_s}\right)\left(\mathrm{Re}_s\right)^{0,8}\left(\mathrm{Pr}_s\right)^{1,3}\left(\frac{\mu_s}{\mu_w}\right)^{0,14}, \tag{7}$$

$$h_p = 0,23\left(\frac{k_p}{D_p}\right)\left(\mathrm{Re}_p\right)^{0,6}\left(\mathrm{Pr}_p\right)^{0,33}, \tag{8}$$

тут Re і Pr – безрозмірні числа Рейнольдса і Прандтля; теплопровідність і в'язкість рідин визначається коефіцієнтами k і μ, відповідно; D – діаметр труб.

Після поєднання членів, що описують теплофізичні властивості рідин, і вираження рівнянь (7) і (8) через масові витрати та площі поверхні:

$$h_s = e_1 \phi_s \left(\frac{W_s}{A}\right)^{0,8}, \tag{9}$$

де

$$\phi_s \equiv k_s \left(\frac{1}{\mu_s}\right)\left(\mathrm{Pr}_s\right)^{1,3}\left(\frac{\mu_s}{\mu_w}\right)^{1,04} \tag{10}$$

і

$$h_p = e_2 \phi_p \frac{W_p^{0,6}}{A^{0,57}}, \tag{11}$$

де

$$\phi_p \equiv \frac{k_p}{\mu_p}\mathrm{Pr}_p .$$

Коефіцієнти e_1 й e_2 визначаються обраною системою одиниць. Після підстановки співвідношень (9) і (10) в рівняння (4) і (5), відповідно, цільова функція (3) набуває вигляду:

$$R = \left[c_1\right]A^{0,55} + \left[c_2 H\right]W_s + \left[c_3 H K_s \left(e_1\phi_s\right)^{3,5}\right]\frac{W_s^{2,8}}{A^{1,8}} + \left[c_4 H K_p \left(e_2\phi_p\right)^{4,75}\right]\frac{W_p^{2,85}}{A^{1,71}}, \tag{12}$$

де елементи у квадратних дужках є постійними величинами.

Необхідно врахувати два обмеження. По-перше, поверхня тепловіддачі, необхідна для передачі теплового навантаження Q, визначається співвідношенням

$$Q = UA\Delta T_{LM},$$

де U – коефіцієнт тепловіддачі, пов'язаний з коефіцієнтами h_s й h_p та коефіцієнтом забруднення R_D раціональною функцією

$$\frac{1}{U} = \frac{1,15}{h_s} + \frac{1}{h_p} + R_D;$$

ΔT_{LM} – середнє логарифмічне значення перепаду температур, що не виражається у вигляді позиному, але для систем рідина-рідина з аналогічними температурними умовами на кінцях теплообмінника, т. б. $\left(T_{p_O} - T_{s_I}\right) \sim \left(T_{p_I} - T_{s_O}\right)$, величина ΔT_{LM} може бути наближено прийнята рівною ΔT_{AM} – середньому арифметичному значенню перепаду температур. Отже,

$$\Delta T_{LM} \approx \frac{\left(T_{p_O} - T_{s_I}\right) + \left(T_{p_I} - T_{s_O}\right)}{2}.$$

Шляхом підстановки виразів для h_s й h_p з рівнянь (9) і (11), було отримано (12) у вигляді:

$$Q\left(\frac{1,15}{e_1\phi_s A^{0,2} W_s^{0,8}} + \frac{1}{e_2\phi_p A^{0,45} W_p^{0,6}} + \frac{R_D}{A}\right) = \frac{T_{p_O}}{2} - \frac{T_{s_I}}{2} + \frac{T_{p_I}}{2} - \frac{T_{s_O}}{2}.$$

Друге обмеження обумовлене енергетичним балансом: втрати тепла технологічним потоком дорівнюють кількості тепла, поглинутого охолоджуючою водою, т. б.

$$Q = W_p C_{p_p}\left(T_{p_I} - T_{p_O}\right) = W_s C_{p_s}\left(T_{s_O} - T_{s_I}\right).$$

Таким чином, задача оптимального проектування формулюється як нелінійна задача математичного програмування з трьома керованими змінними А, W_s, T_{s_O} й обмеженнями у вигляді рівнянь. Цільова функція (12) є раціональною. Обмеження також можуть бути представлені у вигляді наступних позиномів:

$$\left[\frac{C_{p_p} W_p \left(T_{p_O} - T_{p_I}\right)}{C_{p_s}}\right]\frac{W_p}{T_{s_O}} + \left[T_{s_I}\right]\frac{1}{T_{s_O}} = 1,$$

$$\left[\frac{1{,}15Q}{e_1 \phi_s E_T}\right]\frac{1}{A^{0,2} W_s^{0,8}} + \left[\frac{Q}{e_2 \phi_p E_T W_p^{0,45}}\right]\frac{1}{A^{0,45}} + \left[\frac{R_D}{E_T}\right]\frac{1}{A} + \left[\frac{1}{2E_T}\right]T_{s_O} = 1,$$

де

$$E_T \equiv \frac{T_{p_O} - T_{s_I} + T_{p_I}}{2}.$$

Розроблені евристичні алгоритми перетворення цих обмежень в нерівності зі збереженням опуклості [19]. Можна також використовувати алгоритм, спеціально розроблений для розв'язування задач з обмеженнями у вигляді рівнянь, але встановлення глобального оптимуму, що забезпечується умовою опуклості, при цьому не гарантується [20].

Висновки і пропозиції. Підвищення до рівня європейських стандартів життя в Україні, як результат проведення структурних реформ, за вектором розвитку визначене Стратегією сталого розвитку „Україна – 2020" [1] метою і першочерговим пріоритетом. Але наразі в Україні більшість населення відкинута в початок 90-х за рівнем життя, коли люди стрімко біднішали і водночас їм так само стрімко підвищили тарифи за комунальні послуги. Комунальні платежі за новими тарифами перевищують зарплати багатьох українців і, тим більше, пенсії. Крім традиційно малозабезпечених верств населення: інвалідів, пенсіонерів, багатодітних і неповних сімей, сьогодні ряди бідних поповнюють працюючі громадяни з низьким рівнем доходів. Зберігається негативна тенденція у співвідношенні мінімальної та середньої заробітної плати (індекс Кайтца нижчий за оптимальний рівень, рекомендований Міжнародною комісією ЄС), що призводить до збільшення частки працюючих бідних.

Запровадження енергоощадних технологій і енергоефективного обладнання в домогосподарствах та в усіх сферах суспільного життя, а також застосування сучасних інформаційних технологій та інтегрованих в них моделей і методів, що дозволяють одночасно врахувати весь комплекс ринкових факторів та умов функціонування реальних систем, виявити нові закономірності й тенденції, будувати прогнози їх подальшого розвитку і знаходити найкращий варіант, забезпечуватиме прийняття рішень на користь найвигідніших з позицій безпеки, безперебійності, якості та доступності за ціною продуктів, привабливих за екологічними наслідками.

Література

1. Стратегія сталого розвитку „Україна – 2020" : указ Президента України № 5/2015 від 12.01.2015 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/5/2015
2. Маляренко В. А. Енергетика, довкілля, енергозбереження : моногр. / В. А. Маляренко, Л. В. Лисак ; [за ред. проф. В. А. Маляренка]. – Х. : Рубікон, 2004. – 368 с.
3. Маляренко В. А. Енергозбереження – пріоритетний напрямок розвитку та вдосконалення комунальної енергетики / Маляренко В. А. // Наука і техніка. – 2007. – № 11(127). – С. 14–18.
4. Экономическая эффективность энергосбережения в системах отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха : учебн. пос. / [Еремкин А. И., Королева Т. И., Данилин Г. В. и др.]. – М. : Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. – 184 с.
5. Ключі до успішного енергозбереження. Почни з себе! : моногр. / [Шапар А. Г., Ємець М. А., Копач П. І. та ін.]. – Д. : Моноліт, 2008. – 196 с.
6. ДСТУ 2155-93. Енергозбереження. Методи визначення економічної ефективності заходів по енергозбереженню. – Введ. : 01.01.95. – К. : Держстандарт України, 1994. – 20 с.
7. Буяк А. Є. Економіко-математичне моделювання розвитку енергетики регіону : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук : спец. 08.00.11 „Математичні методи, моделі і інформаційні технології в економіці" / А. Є. Буяк. – К., 2010. – 20 с.
8. Оптимізація систем теплопостачання із використанням економіко-математичного моделювання : моногр. / [за заг. ред. О. М. Гаврися]. – Х. : НТУ „ХПІ", 2015. – 209 с.
9. http://www.nexson-group.com/nexson-group_p_55_lang_ru.html
10. http://www.phm.com.ua/platetype.php
11. http://infobos.ru/str/833.html
12. http://www.promodz.ru/component/exchanger_lq-lq_400w/
13. Спеціалізований центр кліматичної техніки „Чернігів-Клімат" [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://chernigiv-klimat.com.ua/teplovue-nasosu/

14. http://infobos.ru/str/833.html

15. Klimpel R. R. Operations Research in the Chemical Industry, Parts I and II, Chem. Eng., No. 9, 10, 103-108, 87-94 (1973).

16. Сакович В. А. Исследование операций (детерминированные методы и модели) : справочное пособие / Сакович В. А. – Мн. : Выш. шк., 1984. – 256 с.

17. Исследование операций : [в 2 т.] / [под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби] ; пер. с англ. – М. : Мир, 1981. – Т. 2. – 712 с.

18. Blau G. E., Optimization of Models Derived by Dimensional Analysis Using Generalized Polynomial Programming, J. Franklin Institute, No. 6, 519-526 (1971).

19. Blau G. E., Generalized Polynomial Programming, Canadian J. Chem. Eng., 47, 317-326 (1969).

20. Blau G. E., Wilde D. J., A Lagrangian Algorithm for Equality Constrained Generalized Polynomical Programming, Am. Inst. Chem. Eng. J., 17, 235-242 (1971).

Надійшла 12.11.2016; рецензент: д. е. н. Ільчук В. П.