

## МОДЕЛЮВАННЯ ОЦІНКИ ЕКОНОМІЧНОГО КАПІТАЛУ БАНКУ ЯК ІНТЕГРАЛЬНОЇ МІРИ ВЕЛИЧИНИ ПРИЙНЯТИХ ОПЕРАЦІЙНИХ РИЗИКІВ

*У статті розглядається метод забезпечення фінансово-економічної безпеки банку, який полягає в мотивації керівників бізнес-одиниць щодо зниження операційних ризиків (шахрайства, збоїв систем) і формуванні необхідного обсягу капіталу банку, достатнього для підтримки платоспроможності банку в ситуації реалізації значних фінансово-економічних ризиків. У статті описується модель оцінки економічного капіталу під операційний ризик, на підставі якої можливе застосування передових підходів алокації капіталу. Наводиться порівняння різних методів алокації капіталу і оцінюється можливість їх застосування в комерційному банку.*

*Ключові слова: фінансово-економічна безпека банку, операційний ризик, економічний капітал, підхід, заснований на функції розподілу втрат (LDA), алокація капіталу.*

DMYTRYSHYN L. I., KUSHNIR O. S.  
Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ivano-Frankivsk, Ukraine

## MODELLING ASSESSMENT OF ECONOMIC CAPITAL BANK AS INTEGRAL SIZE OF ADOPTED OPERATIONAL RISKS

*In the article the method of providing financial and economic security of the bank was considered. It is the motivation of managers of business units to reduce operational risks (fraud, crashing systems) and forming the required amount of capital, sufficient to maintain the bank's solvency in the situation of the implementation of significant financial and economic risks. The article describes a model assessing the economic capital for operational risk, for which is the possible application of advanced approaches of capital allocation. Comparison of different methods of capital allocation was done and possibility of their application in a commercial bank was estimated.*

*Keywords: financial and economic security of the bank, operational risk, economic capital, approach based on the distribution function of losses (LDA), capital allocation.*

### Вступ

Тематика розробки систем оцінки і алокації капіталу на покриття втрат від операційного ризику є актуальною для вітчизняних і світових банків з наступних причин:

- у світлі переходу на Базель II і III банки зацікавлені в застосуванні передових підходів до оцінки операційних ризиків з метою зниження вимог до капіталу;
- впроваджені з метою підтримки платоспроможності та певного рівня рейтингів банків процеси оцінки достатності капіталу вимагають адекватних механізмів оцінки операційного ризику;
- модель оцінки і алокації капіталу під операційний ризик є невід'ємною частиною інтегрованої системи управління ризиками. З її допомогою оптимізується процес ефективного перерозподілу ресурсів всередині банку для цілей максимізації прибутковості з урахуванням ризику і економічної доданої вартості для акціонерів.

На сучасному етапі в практиці управління ефективністю банку з урахуванням ризику відкритими залишаються питання справедливого визначення внесків структурних одиниць в загальний обсяг операційного ризику.

### Постановка завдання

Тематиці LDA присвячені роботи М. Калкбренера [1, 2], Ф. Ауї [3], П. Шевченко [4], в них наводиться детальний опис теоретичних основ LDA і практика його застосування в DeutscheBank. Розглядаються питання оцінки і алокації ризик-капіталу по бізнес-лініях і типах подій. У тому числі наводиться опис методу Ейлера для алокації капіталу. Теоретичні аспекти алокації капіталу розглядаються в роботах К. Блума, Л. Овербека [5], М. Калкбренера [1, 2], Д. Таше [6]. У роботах М. Калкбренера [1, 2], Х. Маузера [7] показано, що найбільш справедливим методом алокації капіталу є метод безперервних маржинальних вкладів або метод Ейлера.

### Результати

Алокація капіталу – процес розподілу фінансових ресурсів та інших джерел капіталу на певні процеси, людей і проекти, типи ризиків, бізнес-одиниці, території. Іншими словами, алокація капіталу – процес визначення вкладів кожної бізнес-одиниці в загальний обсяг ризик-капіталу, або ризику банку [9].

Необхідно зауважити, що Базельська угода про капітал має на увазі окремий розрахунок капіталу на різні види ризику і потім його агрегування для визначення загального диверсифікованого капіталу під ризиком. Алокація капіталу банку – це процес визначення вкладів бізнес-одиниць в загальний ризик-капітал або ризик банку. Алгоритм, відповідно до якого здійснюється алокація, капіталу називається методом алокації. Оскільки обсяг алокованого капіталу під операційний ризик включається в показник премії керівників бізнес-одиниць, метод алокації капіталу повинен мати певні властивості, такі як: справедливість,

гнучкість, стійкість, прозорість тощо [10, 11].

Інтуїтивно зрозуміло, що розподіл капіталу за бізнес-одинацями має відповідати певним властивостям. Дані властивості були сформульовані Калкбреном та Артзнером під загальною назвою аксіом когерентності (coherence) [1, 2, 8]. Перерахуємо дані аксіоми когерентності:

1. Повна алокація – весь обсяг капіталу під ризиком повинен бути розподілений на  $L$  одиниць сегментації у відповідності з (1):

$$\rho(v) = \sum_{l=1}^L AC_l, \quad (1)$$

де  $AC_l$  – капітал, розподілений на  $l$ -у бізнес-одинацю;  $\rho(v)$  – значення капіталу на покриття операційних ризиків банку, оціненого по розподілу збитків від операційного ризику згідно з ризик-мірою  $\rho$ .

2. Сумісність (core compatibility) або аксіома диверсифікації. Обсяг алокованого капіталу на субпортфель ризиків кожної бізнес-одинаці не повинен перевищувати обсягу капіталу, оціненого індивідуально по даній бізнес-одинаці (2):

$$\forall l: v_l \in v \rho(v_l) \geq AC_l. \quad (2)$$

3. Симетрія (symmetry). Якщо при приєднанні двох бізнес-одинаць ( $i$  або  $j$ ) до коаліції бізнес-одинаць  $M$  вони обидві формують однаковий внесок у капітал під ризиком, то справедливою є умова (3). Дана вимога означає, що капітал, алокований на різні елементи (бізнес-одинаці, портфелі), повинен залежати тільки від вкладів цих елементів у загальній ризик банку:

$$AC_i = AC_j. \quad (3)$$

4. Безризикова алокація (riskless allocation). OREC, алокований на безризикову бізнес-одинацю, дорівнює нулю.

5. RARORAC (risk-adjusted return on risk-adjusted capital) сумісність. Позначимо  $E(R_i)$  – очікуваний RAR бізнес-одинаці. Тоді згідно з формулою (4):

$$RARORAC = \frac{RAR}{Risk - Capital} \quad (4)$$

RARORAC  $l$ -ї бізнес-одинаці дорівнює:

$$RARORAC(v_l) = E(R_i) / AC_l. \quad (5)$$

Тоді, якщо виконується умова (6):

$$RARORAC(v_l) > RARORAC(v) \Rightarrow RARORAC(v + hv_l) > RARORAC(v), \quad (6)$$

$AC_l$  є RARORAC-сумісною алокацією.

Іншими словами, якщо до портфеля додається елемент, ризик якого вищий за ризик початкового портфеля, тоді ризик нового портфеля зростає.

Оскільки алокація капіталу здійснюється на підставі ризик міри, спроможність алокації буде залежати як від когерентності методу алокації, так і від когерентності самої ризик міри.

Існує безліч методів алокації капіталу стосовно до операційного ризику. Найбільш популярними з них є:

1. Лінійні методи, в тому числі, засновані на:

– спрощеному параметрі розподілу (дохід, втрати, витрати);

– наборі драйверів (проксі) ризиків (доходу, кількості працівників, активів під управлінням, тощо);

– скоркартах (скорингова оцінка операційного ризику на основі сценарного аналізу і ключових індикаторів ризику);

– ризик-капіталі бізнес-одинаці.

2. Метод алокації капіталу на основі маржинальних внесків у розподілі збитків, у тому числі:

– метод дискретних маржинальних внесків;

– метод неперервних маржинальних внесків (метод Ейлера).

3. Коваріаційний метод (бета-метод).

4. Метод Шейплі та інші методи теорії ігор.

Розглянемо докладніше деякі з перерахованих вище методів алокації капіталу стосовно до операційного ризику.

Лінійні методи алокації. Методи алокації капіталу, об'єднані в дану групу, на кожен субпортфель ризиків (кожну бізнес-одинацю) алокують частку загального обсягу капіталу під ризиком, рівну частці, яку значення певної міри для даного субпортфеля займає в сумі значень цієї міри по всьому набору субпортфелів, що записується як:

$$\forall \partial = 1, \dots, k \quad AC_l = OREC \cdot \rho_l \cdot \left( \sum_{l=1}^k \rho_l \right)^{-1}. \quad (7)$$

В якості міри  $\rho_l$  може бути обраний валовий дохід  $l$ -ї бізнес-одиниці, операційні витрати, активи, ключові драйвери ризиків (т. зв. проксі ризиків), ризик міри: VaR, стандартне відхилення.

Даний метод простий у використанні, однак не задовольняє властивості сумісності, та не враховує диверсифікацію ризиків. Якщо капітал був визначений з урахуванням диверсифікації ризиків, то її ефект буде арифметично розділений між субпортфелями, не враховуючи різний внесок в ефект диверсифікації різних субпортфелів, що в підсумку призведе до волатильності оцінок ефекту диверсифікації і неспроможності моделі до ціноутворення, побудованої за даним методом.

Розрахунок алокації капіталу за бізнес-одиницями «Клієнти, продукти і ділова практика», «Шахрайство», «Помилки в управлінні процесами та звітності» лінійним методом на основі доходу, при обсязі капіталу під ризиком на покриття операційних ризиків дорівнює 100 у.о. наведено в табл. 1.

Таблиця 1

## Розрахунок лінійної алокації капіталу за бізнес-одиницями на основі доходу

Бізнес-одиниця	Дохід	Частка у загальному обсязі доходу	$AC_l$
1	100	100/600=16,(6)%	100*16,(6)%=16,7
2	200	200/600=33,(3)%	100*33,(3)%=33,3
3	300	300/600=50,0%	100*50,0%=50,0
Всього	600	100%	100

Приклад алокації капіталу за бізнес-одиницями лінійним методом на основі драйверів ризику, при обсязі капіталу на покриття операційних ризиків, рівному 80 у.о., наведено в табл. 2.

Таблиця 2

## Приклад лінійної алокації капіталу за бізнес-одиницями на основі драйверів: OREC (зовнішнє шахрайство) = 50, OREC (внутрішнє шахрайство) = 30, Загальний EC = 80

Бізнес-одиниця	Внутрішнє шахрайство			Зовнішнє шахрайство			$AC_l$
	Кількість співробітників	Частка (l)	Капітал	Дохід	Частка (l)	Капітал	
1	11	20,00%	6	100	31,25%	16	22
2	14	25,45%	8	150	46,88%	23	31
3	30	54,55%	16	70	21,88%	11	27
Всього	55	100,00%	30	320	100,00%	50	80

Коваріаційний метод (бета-метод) і метод Шейплі. Бета-метод алокації капіталу або метод коваріацій полягає в наступному. Нехай  $Cov(v_l, v)$  – коваріація між збитками від операційного ризику  $l$ -го субпортфеля ризиків (бізнес-одиниці) та портфеля (банку) в цілому. Тоді обсяг алокованого капіталу на  $l$ -у бізнес-одиницю, аналогічно лінійному методу, буде дорівнювати:

$$AC_l = \frac{EC \times \beta_l}{\sum_{l=1}^k \beta_l}, \quad (8)$$

$$\text{де } \beta_l = \frac{Cov(v_l, v)}{(\sigma(v))^2}.$$

«Ігрові» методи алокації капіталу ґрунтуються на методі маржинальності. За методом Шейплі, бізнес-одиниці формують різні коаліції, і капітал під ризиком для кожної бізнес-одиниці є середнім значенням маржинального капіталу під ризиком для цієї бізнес-одиниці за всіма можливими розбиттями на коаліції. При цьому  $\rho$  – ризик міра, коаліція – елемент множини всіх субпортфелів,  $\rho(K)$  – значення ризик міри для даної коаліції, а дельта бізнес-одиниці в коаліції  $K$  є  $\Delta\rho(v|K) = \rho(K) - \rho(K/v_l)$ . Обсяг алокованого капіталу на  $l$ -у бізнес-одиницю, буде дорівнювати:

$$AC_l = \sum_{K \subseteq N, l \in K} \frac{(|K|-1)!(l-|K|)!}{l!} \Delta\rho(v_l|K), \quad (9)$$

де  $l = 1, \dots, L$ ;  $|K|$  – кількість бізнес-одиниць в коаліції  $K$ .

Даний метод, як і дельта-метод, має наступний недолік – кількість необхідних обчислень зростає експоненціально зі зростанням кількості бізнес-одиниць, що вступають в коаліцію, таким чином, для банків зі складною структурою бізнес-одиниць, даний метод важкий у застосуванні.

Метод дискретних маржинальних внесків. Чистим маржинальним внеском  $l$ -ї бізнес-одиниці до

капіталу на покриття операційного ризику банку називається різниця між капіталом на покриття ризику банку в цілому і капіталом, оціненим по банку без l-ї бізнес-одиниці. Формально це виражається формулою:

$$\rho^{marginal}(v_l) = \rho(v) - \rho(v - v_l). \quad (10)$$

Підхід, заснований на дискретних вкладах в капітал, зводиться до наступного:

1. Здійснюється розрахунок капіталу на покриття операційного ризику по банку в цілому  $\rho(v)$ , а також по банку без урахування l-ї бізнес-одиниці  $\rho(v - v_l)$ .

2. Різниця між цими значеннями є чистим маржинальним внеском l-ї бізнес-одиниці –  $\rho^{marginal}(v_l)$ .

3. Сума чистих маржинальних внесків не дорівнює обсягу сукупного капіталу банку, тому наступним кроком є масштабування чистих маржинальних внесків таким чином, щоб сума внесків дорівнювала сукупному OREC банку:

$$AC_l = \frac{\rho^{marginal}(v_l)}{\sum_{l=1}^L \rho^{marginal}(v_l)} \rho(v). \quad (11)$$

Даний метод алокації капіталу, який ще називають методом інкрементів відображає обсяг капіталу під ризиком, який вивільняється у разі, якщо бізнес-одиницю виключити зі складу банку (або дану частину портфеля ризиків виключити з портфеля ризиків).

Метод неперервних маржинальних внесків (метод Ейлера). Даний метод полягає в розрахунку зміни в рівні ризику банку внаслідок малої зміни вкладу однієї компоненти. Або більш точно, для диференційованих і додатньо однорідних першого ступеня ризик мір (тобто таких  $\rho$ , для яких

$\forall \lambda \in R^+ \forall v \in \Phi$  виконується  $\rho(\lambda v) = \lambda \rho(v)$ ) є справедливим метод Ейлера:

$$\rho(v) = \sum_{l=1}^k \rho_l^{Euler} = \sum_{l=1}^k \left. \frac{\partial \rho(v + hv_l)}{\partial h} \right|_{h=0}. \quad (12)$$

Таким чином,  $AC_l = \rho_l^{Euler}$ .

У разі використання в якості ризик міри стандартного відхилення випадкової величини втрат від операційного ризику, можна показати, що:

$$\rho_l^{Euler} = \frac{Cov(v_l, v)}{\sigma(v)}. \quad (13)$$

У випадку застосування загальноприйнятих ризик мір (VaR чи ES), похідні з (12) можуть бути розраховані наступним чином [4]:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial VaR_\alpha(v + hv')}{\partial h} \right|_{h=0} &= E[v' | v = VaR_\alpha(v)], \\ \left. \frac{\partial ES_\alpha(v + hv')}{\partial h} \right|_{h=0} &= E[v' | v \geq VaR_\alpha(v)] \end{aligned} \quad (14)$$

Звідси, легко показати, що сума вкладів у капітал кожної бізнес-одиниці дорівнює загальному капіталу банку, оціненому за допомогою відповідної ризик міри.

Згідно з [6] метод Ейлера відповідає всім властивостям когерентності.

Розглянемо метод маржинальних внесків і лінійну алокацію на основі індивідуального ризик-капіталу бізнес-одиниць. Якщо банк складається з трьох бізнес-одиниць (1, 2, 3), ризик міра  $\rho = VaR$ , економічний капітал банку дорівнює 100 од. З урахуванням фактору диверсифікації, обсяги алокованого капіталу за трьома бізнес-одиницями наведено в табл. 3.

Таблиця 3

**Приклад алокації капіталу за методом маржинальних внесків та за лінійним методом (на основі капіталу під ризиком)**

Бізнес-одиниця	$\rho(v_l)$	$\rho(v - v_l)$	$\rho(v) - \rho(v - v_l)$	$AC_l$ (маржинальний)	$AC_l$ (лінійний)
1	50	55	100-55=45	45*(100/110)=40,91	(50/120)*100=41,7
2	40	60	100-60=40	40*(100/110)=36,36	(40/120)*100=33,4
3	30	75	100-75=25	25*(100/110)=22,73	(30/120)*100=25,0
Всього	120	190	110	100	100

Як результат, можна зробити наступні висновки щодо можливості та доцільності використання кожного з методів алокації OREC за бізнес-одиницями банку (табл. 4).

## Порівняння методів алокації OREC за бізнес-одинацями

Метод	Переваги	Недоліки
Лінійна алокація	Простота використання.  Можливість обліку проксі ризику (кількість банкоматів, персоналу, трансакцій).	Не відображає реального рівня ризику бізнес-одинаць.  Не враховується ефект диверсифікації ризиків.
Метод дискретних маржинальних внесків	Добре поєднується з методом Монте-Карло.  Враховує внесок бізнес-одинаці в загальний ризик і диверсифікацію.	Сума алокації не дорівнює загальному капіталу.
Метод неперервних маржинальних внесків (Ейлера)	Володіє всіма властивостями когерентності	Вимагає застосування додаткових статистичних перевірок в разі використання VaR як ризик міри.
Метод Шейплі	Сума OREC за бізнес-одинацями дорівнює VaR по банку.	Кількість необхідних обчислень зростає експоненціально з ростом кількості бізнес-одинаць.

Отже, критерієм якості методу алокації капіталу є оцінка дотримання ним властивостей когерентності. Також важливим фактором є простота використання методу на практиці, його прозорість для керівників банку, в сенсі розуміння можливих інструментів впливу на рівень алокованого капіталу за допомогою зниження ризиків, притаманних даних бізнес-одинаці, а також ступінь зниження впливу даних ризиків на обсяг алокованого капіталу.

## Висновки

Капітал під операційний ризик необхідно алокувати на бізнес-одинаці з метою оцінки ефективності діяльності з урахуванням ризику. Алокація капіталу під операційний ризик – це визначення обсягу капіталу, необхідного бізнес-одинацям для покриття непередбачених операційних втрат, виходячи з їх внеску в загальний рівень ризику.

Існують три основні групи методів алокації капіталу: лінійні методи, метод дискретних маржинальних внесків і метод неперервних маржинальних внесків (Ейлера). Оптимальність обраного методу алокації оцінюється, виходячи з виконання методом певних властивостей – властивостей когерентності. Метод Ейлера має всі властивості когерентності. Дані методи в рамках управління операційним ризиком розглядаються як методи алокації капіталу під операційний ризик за типами операційних збитків. Основним методом алокації капіталу під операційний ризик за бізнес-одинацями на поточний момент є розподіл пропорційно проксі (доходу).

## Література

1. Kalkbrener M. An axiomatic approach to capital allocation / M. Kalkbrener // *Mathematical Finance*. – Vol. 15. – No. 3. – 2005. – P. 425–437.
2. Kalkbrener M. Sensible and efficient capital allocation for credit portfolios / M. Kalkbrener, H. Lotter, L. Overbeck // *RISK*. – January. – 2004. – P. 19–24.
3. Aue F. LDA at work: Deutsche Bank's approach to quantifying operational risk / F. Aue, M. Kalkbrener // *Journal Of Operational Risk*. – 2006. – P. 49–93.
4. Shevchenko P. Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference / Shevchenko P. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. – 452 p.
5. Christian Bluhm. An introduction to credit risk modeling / Christian Bluhm, Ludger Overbeck, Christoph Wagner. – Chapman & Hall / CRC, 2010. – 384 p.
6. Tasche D. Capital allocation to business units and sub-portfolios: the Euler principle. URL: [http://arxiv.org/PS\\_cache/arxiv/pdf/0708/0708.2542v3.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0708/0708.2542v3.pdf).
7. Mausser H. Economic credit capital allocation and risk contributions / H. Mausser, D. Rosen // *Handbooks in OR & MS*. – Vol. 15, Elsevier B.V., 2008. – P. 681–726.
8. Artzner P. Coherent measures of risk / P. Artzner, F. Delbaen // *Mathematical Finance*. – 1999. – V. 9. – No. 3. – P. 203–228.
9. Delbaen F. Coherent allocation of risk capital / Delbaen F., Denault M. – RiskLab, Working Paper, 2000. – 24 p.
10. Denault M. Coherent Allocation of Risk Capital / M. Denault // *Journal of Risk*. – Vol. 4. – No. 1. – 2001. – P. 3–40.
11. Dimitris N.C. Economic capital allocation with Basel II: cost, benefit and implementation procedures / Dimitris N.C. – Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. – 448 p.

Надійшла 12.01.2017; стаття прорецензована редакційною колегією