

ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ КОРОТКОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ДЛЯ ЗРОСТАЮЧОГО ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ

Роботу присвячено дослідженню та порівнянню методів короткострокового планування та прогнозування. Вагомою умовою цього дослідження стало наступне: наявність невеликої кількості даних спостережень часового ряду (менше 12), що у кожному випадку є перешкодою точності розрахунків. Оптимізація управління підприємствами в цілому та планування окремих операційних періодів, як правило, спирається на використання економіко-математичного моделювання та прогнозування змін показників виробничих процесів. Прогноз завжди є багатоваріантним і пропонує кілька альтернативних рішень. Тому, на основі наведених даних побудовано мультиплікативну економетричну модель динаміки часового ряду та пропорційну прогнозну модель на один період вперед. Обчислено та порівняно похибки розрахунку моделей. Дослідження показало, що показник похибки побудови моделі у пропорційному методі прогнозування менший ніж у автокореляційно-регресійної моделі, середня відносна похибка прогнозування також істотно менше.

Ключові слова: економетрична модель, мультиплікативна модель, рівняння авторегресії, автокореляційна функція, просторово-часові ряди.

JUXTAPOSITION OF SHORT-TERM PROGNOSTICATION METHODS FOR INCREASING INDUSTRIAL PROCESSES

The present work is dedicated to the investigation into the issue of short-term forecasting and prognostication methods, along with their juxtaposition. The essential condition for conduct of this research proves to be the availability of a low number of time series observations data (up to 12), which obstructs the precision of calculations in each case under consideration. As a rule, optimization of firms' management at large and individual operational periods planning both rest on appliance of econometric modelling and prognostication of changes in industrial processes' figures. Forecast always turns multi choice and thus suggesting several alternative solutions. This is why the multiplicative econometric model of the time series dynamics as well as proportional predictive model for a single period in advance is being formed on the basis of the aforementioned figures. Hereupon, the errors of models' calculation are being computed and compared. The research held has demonstrated that the error rate for a model formed via proportional method of prognostication falls below the one of regression autocorrelation model, with the mean relative error's value significantly shifting downwards as well.

Key words: econometric model, multiplicative model, auto regression equation, autocorrelation function, space-time series.

Постановка проблеми. Точність короткострокового планування та прогнозування на підприємстві є важливою умовою його успішної виробничої діяльності. Процес планування передбачає: вибір цілей, вибір принципів планування, вибір методів планування і прогнозування майбутніх показників діяльності підприємства. Як правило, для обґрунтування та визначення рівня різних планових показників застосовують методи «від досягнутого рівня» або метод «динаміки минулих років», нормативний метод; факторний метод; аналітично-розрахунковий метод; метод програмно-цільового планування. У широкому розумінні планування включає в себе власне планування і прогнозування [1, с. 195]. Прогноз виступає основою прийняття планових рішень. План і прогноз – це дві стадії планування, які взаємно доповнюють одна одну. Прогноз у своїх об'єктах і завданнях визначається потребами складання планів і зумовлює їх. Кожен план є одноваріантним. Прогноз завжди багатоваріантний і пропонує кілька альтернативних рішень. З усієї множини підходів до прогнозування найбільше розповсюдження отримали методи експертних оцінок, методи обробки просторових, часових, просторово-часових сукупностей, методи ситуаційного аналізу, прогнозування пропорційним методом [2, с. 164]. Але кожен прогноз ускладнюється за умови обмеженої кількості наявних статистичних даних, які характеризують діяльність підприємства за попередні операційні періоди. Які варіанти прогнозу будуть більш точними та зручними для застосування в цьому випадку?

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженню питання короткострокового планування та прогнозування присвячені роботи вітчизняних (Л. В. Антонова, И. А. Бланк, Н. Е. Бойцун, Е. С. Вентцель, В. В. Ковалев, Л. И. Лопатников, О. О. Ляховець, А. М. Марюта та ін.) та іноземних вчених (Г. Минцберг, Дж. Куин, С. Гошал, Джеймс К., Ван Хорн, Вахович мл. Джон М., Е. Хелферт). Найбільша увага в цих роботах приділяється поєднанню системи планування в єдине ціле з організаційною структурою підприємства [3, с. 224]. багаторазово досліджено й обґрунтовано у цих та багатьох інших авторів. Окрім того, точність короткострокового планування і прогнозування впливає на фінансовий стан підприємства, а саме на його ліквідність, що зміцнює фінансову стійкість та фінансову рівновагу підприємства [4, с. 60]. Оптимізація управління підприємствами в цілому та планування окремих операційних періодів, як правило, спирається на використання економіко-математичного моделювання та прогнозування змін показників виробничих процесів. Також, часто використовують методи експертних оцінок, але вони не дають бажаної

точності прогнозам, тому у цій роботі їх не буде розглянуто. Найбільш поширеним розрахунковим прогнозним методом на підприємствах є пропорційний метод. Іноді, для короткострокового прогнозування, використовують метод побудови економетричних моделей часових рядів.

Виділення невіршених раніше частин загальної проблеми. Але, за умови наявності статистичних даних за невелику кількість періодів спостереження (іноді менше, ніж за 6) прогнозування показників діяльності підприємства на майбутній операційний період не є точним та надійним. Тому, доцільним є дослідження розрахунків названими методами за порівняння результатів за умови обмеженої кількості даних спостереження.

Мета статті – порівняння існуючих методів короткострокового прогнозування на основі пропорційних розрахунків та побудови економетричної моделі часових рядів для зростаючого виробничого процесу.

Основний матеріал дослідження. Розглянемо функцію витрат, тому що ця функція залежить від багатьох факторів і є визначальною для прибуткового функціонування підприємства. На різних підприємствах функції витрат можуть мати зростаючий характер, спадний характер, змальовувати виробничий процес, який містить сезонні та циклічні коливання [1, с. 72]. Важливою вимогою дослідження будемо вважати наявність як зростаючого процесу виробництва на підприємстві, так і невеликої кількості даних за минулі операційні періоди (від 2 до 6).

Серед математичних методів короткострокового прогнозування, окрім пропорційного методу, часто застосовуються економетричні моделі динаміки часових рядів. Дискретний часовий ряд розглядається як послідовність значень y_1, y_2, \dots, y_n в момент часу t , тобто $y_t (t=1, 2, \dots, n)$ [5, с. 159]. Часовий ряд також можна представити в наступному вигляді:

$$y_t = x_t + e_t, \quad (1)$$

де x_t – детермінована випадкова компонента процесу; e_t – стохастична випадкова компонента процесу.

При наявності в часовому ряді тенденції та циклічних коливань значення кожного наступного рівня часового ряду залежать від попередніх значень, тобто має місце автокореляційна залежність рівнів ряду. Її можна виміряти розраховуючи лінійні коефіцієнти кореляції між рівнями вихідного часового ряду та рівнями цього ж ряду, зсунутими на декілька кроків у часі [6, с. 106]. Коефіцієнти кореляції розраховуються за наступною формулою:

$$r_{xy} = \frac{S(x - x^{cp}) \times (y - y^{cp})}{\sqrt{S(x - x^{cp})^2 \times S(y - y^{cp})^2}}. \quad (2)$$

Розрахунком коефіцієнтів автокореляції різних рівнів ряду будується автокореляційна функція, яка допомагає виявити в часовому ряді наявність чи відсутність трендової компоненти. Коли найбільш високим є автокореляційний коефіцієнт першого порядку, то ряд містить тільки тенденцію. Якщо найбільш високим є коефіцієнт автокореляції порядку i , то ряд містить циклічні коливання з періодичністю в i моментів часу. В тому випадку, коли жоден з коефіцієнтів автокореляції не є значущим, то ряд може не містити тенденції, або ряд містить сильну нелінійну тенденцію. Чим сильніше виражена нелінійна тенденція у часовому ряді, тим більше різняться розраховані коефіцієнти.

Далі відбувається аналітичне вирівнювання часового ряду, тобто побудова аналітичної функції, що характеризує залежність рівнів ряду від часу або тренду. Для її формалізації найчастіше використовуються наступні функції [6, с. 110]: лінійний тренд: $y_t = a + b \times t$; гіпербола: $y_t = a + \frac{b}{t}$; експоненційний тренд:

$y_t = e^{a+b \times t}$; тренд у формі степеневі функції: $y_t = a \times t^b$; парабола другого та більш високого порядку:

$$y_t = a + b_1 \times t + b_2 \times t^2 + \dots + b_k \times t^k.$$

Параметри кожного з трендів визначаються методом найменших квадратів, де залежна змінна – y , а незалежна – $t = i = 1, 2, \dots, n$. Найчастіше обирається рівняння тренду з максимальним коефіцієнтом детермінації R^2 .

При зростанні чи спаданні амплітуди сезонних коливань будується мультиплікативна модель динаміки часових рядів. Мультиплікативна економетрична модель представляється як добуток трендової T , сезонної S та випадкової E компонент:

$$Y = T \times S \times E. \quad (3)$$

Для побудови мультиплікативної економетричної моделі вихідний часовий ряд вирівнюється методом ковзкого середнього, для чого підсумовуються рівні ряду послідовно за кожні i періодів зі зсувом на один момент часу. Наступна операція полягає в тому, що отримані укрупнені дані діляться на число періодів, що укрупнювались. Ці значення приводяться у відповідність фактичним моментам часу, для чого знаходяться середні значення з кожних двох послідовних ковзких середніх – центровані ковзкі середні $Y_{i,c}$.

Далі розраховуються значення сезонної компоненти S , які на наступному етапі усуваються з вхідних рівнів ряду. Вважається, що сезонні дії за період взаємно погашаються.

Після розрахунку значень центрованих ковзких середніх $Y_{iц}$, на їх основі будуються рівняння тренду T , та за допомогою коефіцієнта детермінації обирається тип тренду і відповідне йому рівняння, на основі якого обчислюються значення T [6, с. 104].

Оцінка значень циклічної складової C :

$$C_i = \frac{Y_{iц}}{T_i} \quad (4)$$

Оцінка впливу сезонної та випадкової складової:

$$S_i \times E_i = \frac{Y_i}{Y_{iц}} \quad (5)$$

Тоді сезонна складова S розраховується наступним чином. У кожному макроперіоді (циклі) знаходиться сума значень $S_i \times E_i$ без урахування максимального та мінімального значень

$$\sum_{i=1}^n S_i \times E_i = \sum_{j=1}^m S_{ij} \times E_{ij} - \max S_{ij} \times E_{ij} - \min S_{ij} \times E_{ij}, \quad (6)$$

де $i \in [1; n]$ – кількість макроперіодів (циклів), $j \in [1; m]$ – кількість періодів (кроків) у циклі.

Далі обчислюється оцінка модифікованого середнього значення сезонної компоненти:

$$S_i^{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i \times E_i}{n} \quad (7)$$

У мультиплікативній моделі сума значень сезонної складової по усім макроперіодам (циклам) повинна дорівнювати кількості періодів у циклі, тому що сезонні впливи за цикл взаємно погашаються.

Коригуючий коефіцієнт k :

$$k = \frac{n}{\sum_{i=1}^n S_i^{cp}} \quad (8)$$

Скориговані модифіковані середні сезонної складової:

$$S_i = k \times S_i^{cp} \quad (9)$$

Оцінка значень випадкової складової:

$$E_i = \frac{S_i \times E_i}{S_i} \quad (10)$$

Абсолютні похибки у мультиплікативній моделі визначаються наступним чином:

$$E'_i = Y_i - T_i \times C_i \times S_i = Y_i - Y_{iц} \quad (11)$$

Оцінка якості як адитивної, так і мультиплікативної моделі визначається за формулою:

$$R_a^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (E'_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^{cp})^2}, \quad (12)$$

де $Y_i^{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$ – середнє значення рівнів ряду

Прогнозне значення Y_i у мультиплікативній моделі дорівнює: $Y = T \times S \times E$ (13)

Звернемось також до пасивного статистичного прогнозу, тобто прогнозу, заснованому на статистичних даних минулого економічного періоду та перенесенні виявлених закономірностей на майбутнє. Такий прогноз є дієвим на короткий проміжок часу, наприклад на один операційний період (місяць) [7, с. 260]. На основі темпу зростання обраного показника D перераховуються інші показники балансу. Таким чином розраховане прогнозне значення витрат на період $i+1$:

$$Z'_{i+1} = \frac{D_i}{D_{i-1}} \times Z_i \quad (14)$$

Для дослідження звернемося до прикладу зростаючої функції витрат за певні періоди часу та проаналізуємо її прогнозні значення, отримані на основі розрахунків за допомогою економетричних моделей динаміки та на основі пропорційного методу прогнозування. Порівняємо отримані результати та звернемо увагу на похибки прогнозних розрахунків. Будемо вважати, що в статистично обмеженому за

кількістю спостережень часовому ряді (8 місяців) відсутня сезонна компонента, бо її неможна виявити у невеликому обсягу спостережень, що є менше 12. В такому випадку, оцінка сезонної компоненти для мультиплікативної економетричної моделі: $S_i = 1$.

У Таблиці 1 приведено дослідження функції витрат $f(Z_i) = Y_i$, яка характеризує зростаюче виробництво та змалюється експоненційним трендом [1, с. 81].

Таблиця 1

Розрахунок параметрів мультиплікативної економетричної моделі за функцією витрат

(t)	t = 3	$Y_i = Z_i$ (100000 у.о.)	r_i	\bar{y}_3	\bar{y}'_3	\hat{O}_3	\hat{N}_t	$\hat{S}_i \hat{E}_i$	\hat{S}_i	\hat{E}_i	\hat{E}'_i	$E_i'^2$
3	1	8,800	1,000	8,800								
1	2	9,200	0,993	9,233	9,017	9,625	0,937	1,020	1,000	1,020	0,183	0,034
2	3	9,700	0,988	9,900	9,567	10,383	0,921	1,014	1,000	1,014	0,133	0,018
3	4	10,800	0,989	10,700	10,300	11,200	0,920	1,049	1,000	1,048	0,500	0,250
1	5	11,600	0,996	11,633	11,167	12,082	0,924	1,039	1,000	1,039	0,433	0,188
2	6	12,500	0,996	12,533	12,083	13,034	0,927	1,035	1,000	1,034	0,417	0,174
3	7	13,500	1,000	13,733	13,133	14,060	0,934	1,028	1,000	1,028	0,367	0,134
1	8	15,200		14,350	14,042	15,167	0,926	1,082	1,000	1,082	1,158	1,342
2	9	15,328	Прогнозне значення			16,362	0,937		1,000			

Тут (t) – цикл; i – інтервал; Y_i – значення функції витрат; r_i – значення автокореляційної функції; \bar{y}_i – ковзка середня; \bar{y}'_i – центрована ковзка середня; $T_i = y = 8,2709e^{0,0758x}$ – рівняння тренду; $\hat{C}_i = \bar{y}'_i / T_i$ – оцінка значень циклічної складової; $\hat{S}_i \hat{E}_i = Y_i / \bar{y}'_i$ – оцінка значень сезонної та випадкової складової; \hat{S}_i – оцінка значень сезонної складової; $\hat{E}_i = \left(\hat{S}_i \hat{E}_i \right) / \hat{S}_i$ – оцінка значень випадкової складової; $\hat{E}'_i = Y_i - T_i \hat{C}_i \hat{S}_i = (Y_i - \bar{y}'_i \hat{S}_i)$ – абсолютна похибка; $E_i'^2$ – квадрат абсолютної похибки; Z_9 – отримане прогнозне значення функції витрат.

Часовий ряд автокореляційної функції містить коливання періодичністю 3 інтервали ($t_2 - t_3$). У часовому ряді r_1, r_2 тісно корелюють. В наведених розрахунках проведено вирівнювання рівнів ряду методом ковзкої середньої та обчислено центровану ковзку середню. Значення центрованої ковзкої середньої містять у собі тренд, тобто є фактичними даними для побудови тренду. Обрано рівняння експоненційного тренду $y = 8,2709e^{0,0758x}$, $R^2 = 0,9983$.

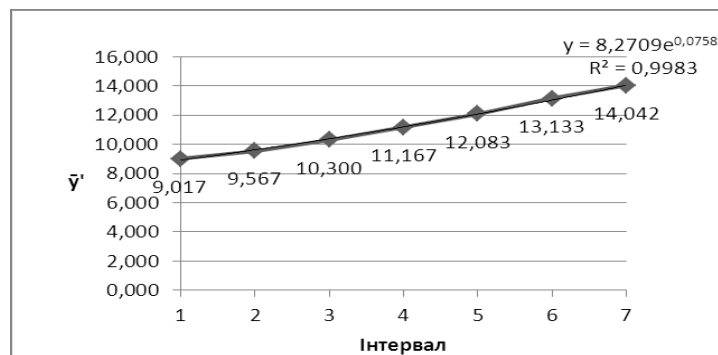


Рис. 1. Графік центрованої ковзкої середньої функції витрат. Побудова лінії тренду та авторегресійного рівняння

Прогнозне значення витрат наступного операційного періоду 9 складе:

$$Z_9 = T_9 \times C_2 \times S_2 = 16,362 \times 0,937 \times 1,000 = 15,328 \times 100000 \text{ у.о.}$$

Задля порівняння з результатами прогнозування на основі пропорційного методу, для кожного прогнозу розрахуємо середню відносну похибку оцінки прогнозу [5, с. 182]:

$$m_a = \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - Y_i'}{Y_i'} \times 100\% \right|,$$

де Y_i – Фактичне значення витрат за період; $Y_8 = 15,200$;

Y_i' – Прогнозне значення витрат за період: $Y_8' = 14,042$.

Оскільки прогноз розраховано на один період вперед, відносно похибку розрахунків можна оцінювати тільки за результатами порівняння фактичного та прогнозного значень наданого останнього рівня ряду 7:

$$m_a = \left| \frac{Y_7 - Y_7'}{Y_7'} \times 100\% \right| = \left| \frac{15,200 - 14,042}{14,042} \times 100\% \right| = 8,249\% .$$

Звернемось до розрахунків за пропорційним методом прогнозування.

Таблиця 2

Розрахунок прогнозних значень функції витрат за пропорційним методом

t_i	$Y_i = Z_i$ (100000 у.о.)	D_i	D_i / D_{i-1}	Z_i'	$E_i(Z) = Y_i - Z_i'$	$E_i^2(Z)$	$(Z_i - Z_i') / Z_i'$
1	8,800	9,000	1,000				
2	9,200	9,500	1,056	8,800	0,400	0,160	0,045
3	9,700	10,000	1,053	9,711	-0,011	0,000	-0,001
4	10,800	11,000	1,100	10,211	0,589	0,347	0,058
5	11,600	12,000	1,091	11,880	-0,280	0,078	-0,024
6	12,500	13,000	1,083	12,655	-0,155	0,024	-0,012
7	13,500	14,000	1,077	13,542	-0,042	0,002	-0,003
8	15,200	15,700	1,121	14,538	0,662	0,438	0,046
9	Прогнозне значення			17,046	$\sum (Z_i - Z_i' / Z_i')$		0,109

Тут t_i – номер інтервалу; $Y_i = Z_i$ – значення функції витрат; D_i – значення функції доходу від реалізації продукції; D_i/D_{i-1} – темп зростання показників; Z_i' – прогнозні значення функції витрат; $E_i(Z) = Y_i - Z_i'$ – абсолютна похибка; $E_i^2(Z)$ – квадрат абсолютної похибки; $(Z_i - Z_i') / Z_i'$ – відносна похибка; Z_9 – отримане прогнозне значення функції витрат.

Функція витрат $f(Z_i)$ є зростаючою, функція доходу від реалізації продукції $f(D_i)$ зростає трохи більшими темпами. Відношення $\frac{D_i}{D_{i-1}}$ – темп зростання показників на кожний наступний період. Тоді прогнозне значення витрат на 9 період:

$$Z_9' = \frac{D_8}{D_7} \times Z_8 = \frac{15,700}{14,000} \times 15,200 = 1,121 \times 15,200 = 17,046 \times 100000 \text{ у.о.}$$

Застосуємо для обчислення похибок розрахунків формули, які використані в мультиплікативній моделі:

$$R_i = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i')^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^{cp})^2} \times 100\% = \frac{1,049}{26,931} \times 100\% = 3,896\% .$$

Оцінка якості моделі:

$$R_i^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (E_i')^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^{cp})^2} = \left(1 - \frac{1,049}{26,931} \right) = 0,961 .$$

Середня відносна похибка оцінки прогнозу [5, с. 182] дорівнює:

$$m_a = \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - Y_i'}{Y_i'} \times 100\% \right| = \left| \frac{1}{7} \times 0,109 \times 100\% \right| = 1,553\% .$$

Зведемо отримані дані у таблицю 3.

Таблиця 3

Порівняльна характеристика економетричної та пропорційної моделей

Показник	Z_{i-1} (100000 у.о.)	Z_i (100000 у.о.)	Z_{i+1}' (100000 у.о.)	Похибка побудови моделі R	Оцінка якості моделі R^2	Середня відносна похибка m_a
Мультиплікативна модель	13,500	15,200	15,328	6,995%	0,930 (93,050%)	8,249%
Пропорційна модель	13,500	15,200	17,046	3,896%	0,961 (96,104%)	1,553%

Z_{i+1}' – прогнозовані значення витрат періоду $i+1$.

Можна побачити що показник похибки побудови моделі у пропорційному методі прогнозування менший ніж у автокореляційно-регресійної моделі, середня відносна похибка прогнозування також істотно менше. Але автореляційно-регресійна модель краще пояснює загальну варіацію рівнів часового ряду функції витрат за минулі періоди. Оцінка якості моделі, в цьому випадку, також є досить високим прогнозним значенням.

Висновки. Обидві моделі розраховують прогнозовані значення витрат, які логічно вкладаються в існуючий часовий ряд, але пропорційна модель надає більш високий темп зростання показника. Пропорційний метод володіє певною перевагою, тому що для прогнозування потрібні тільки дві дискретні величини – значення витрат за два минулі періоди. Мультиплікативній моделі потрібен певний ряд точок, значень витрат за періоди, кількість яких повинна бути великою, бажано більш, ніж 12. Доцільним є використання обох методів для прогнозування обсягу витрат на один операційний період вперед.

Література

- Хелферт Э. Техника финансового анализа / Хелферт Э. – [10-е изд.]. – СПб : Питер, 2003. – 640 с.
- Ковалев В. В. Финансовый менеджмент. Теория и практика / В. В. Ковалев. – [2-е изд., перераб. и доп.] – М. : ТК Велби, изд. Проспект, 2007. – 1024 с.
- Минцберг Г. Стратегический процесс / [Г. Минцберг, Дж. Куин, С. Гошал] ; пер. с англ. ; под ред. Ю. Н. Каптуровского. – СПб : Питер, 2001. – 688 с.
- Гудзь Т. П. Економіко-математичне моделювання довгострокової фінансової рівноваги підприємства / Т. П. Гудзь // Вісник Хмельницького національного університету. Серія «Економічні науки». – 2016. – № 6. – С. 60–67.
- Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 432 с. : ил.
- Антонова Л. В. Эконометрика / Л. В. Антонова, О. О. Ляховец ; Черномор. держ. ун-т ім. Петра Могили. – Миколаїв : ЧДУ ім. П. Могили, 2011. – 232 с.
- Лопатников Л. И. Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки /Л. И. Лопатников. – [5-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Дело, 2003. – 520 с.

Надійшла 10.05.2017; рецензент: д. е. н. Падерін І. Д.