

Д. В. КОРНЕЕНКО, Г. Н. ФЕДОСЕЕВ  
Витебский государственный технологический университет, Беларусь

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЛОСКУТА ТКАНИ, ЗАГНУТОГО ВОКРУГ ШАБЛОНА

*В статье представлены результаты расчета времени восстановления лоскута ткани, загнутого вокруг шаблона. Доказана невозможность использования только деформации изгиба в качестве технологического воздействия на текстильный материал с целью получения формоустойчивого сгиба.*

*Ключевые слова: изгиб ткани, угол восстановления, радиус кривизны.*

D. V. KORNEENKO, G. N. FEDOSEEV  
Vitebsk State Technological University, Vitebsk, Belarus

## DETECTION OF THE RESTORATION TIME OF THE TISSUE FRAGMENT, BENDED AROUND THE TEMPLATE

*Abstract – The article presents the results of time calculating of restoration the tissue fragment, bended around the template. Solution to the problem is by compiling a differential equation of motion the tissue fragment.*

*The calculation found that the restoration time is very short. Impossibility of bending deformation using as a technological influence on the textile material for receiving the form stability crease is proved.*

*Keywords: end the fabric, the angle of recovery, the radius of curvature.*

### Постановка проблемы

Некоторые операции (фальцевания, заутюживания, разутюживания, изготовления складок, плиссе, гофре и т.д.) в технологии швейных изделий в своем технологическом воздействии включают в себя деформацию изгиба ткани. Однако текстильный материал, которому сообщили только деформацию изгиба, очень быстро восстанавливает свою форму. Время восстановления формы текстильного материала после изгиба представляет интерес, так как позволяет оценить возможность использования деформации изгиба в качестве технологического воздействия.

### Анализ последних публикаций

В теоретическом исследовании [1] выполнен расчет времени восстановления полоски ткани, загнутой вокруг шаблона. Однако эта задача в указанном исследовании решается для случая эксплуатационного воздействия на материал, при этом решение задачи основывается на моделировании полоски ткани в качестве прямолинейных жестких стержней с равномерно распределенной массой, соединенных между собой шарнирами и упругими элементами, препятствующими их повороту относительно друг друга.

В настоящей статье решение ведется с учетом переменного радиуса кривизны (а значит и момента инерции) фрагмента загнутого края лоскута. Представленный расчет является оригинальным и проводится впервые.

### Постановка задачи

Целью статьи является определение времени восстановления загнутого края лоскута текстильного материала с целью обоснования невозможности применения только деформации изгиба в качестве технологического воздействия в различных операциях технологии швейных изделий. Определение времени восстановления ведется путем решения дифференциального уравнения движения лоскута ткани, загнутого вокруг шаблона, при разгрузке.

### Изложение основного материала

Рассматривается случай изгиба лоскута ткани толщиной  $h$  на шаблон с толщиной  $H$ . При разгрузке лоскут ткани на шаблоне вращается (рис. 1) вокруг оси  $A$ , перпендикулярной плоскости рисунка. Угол поворота лоскута, отсчитываемый от его положения, занятого после разгрузки, определяется по формуле

$$j = q - q_{\text{ост}}. \quad (1)$$

Полагая, что длина слоя лоскута, содержащего его продольную ось, остается постоянной, найдем связь между углом  $\pi$  (в начале разгрузки) и углом  $\theta$  в формуле (1):

$$q = \frac{\rho R}{r}$$

( $\rho$  – радиус кривизны криволинейной части  $AB$  лоскута ткани). Формула для определения угла  $\varphi$  приобретает вид

$$j = \frac{\rho R}{r} - \frac{\rho R}{r_{\text{ост}}} = \rho R(k - k_{\text{ост}}). \quad (2)$$

Величина

$$k = \frac{1}{r} \quad (3)$$

в формуле (2) – кривизна криволинейной части лоскута. Остаточная кривизна находится по формулам, приведенным в источнике [2, с. 449, 450].

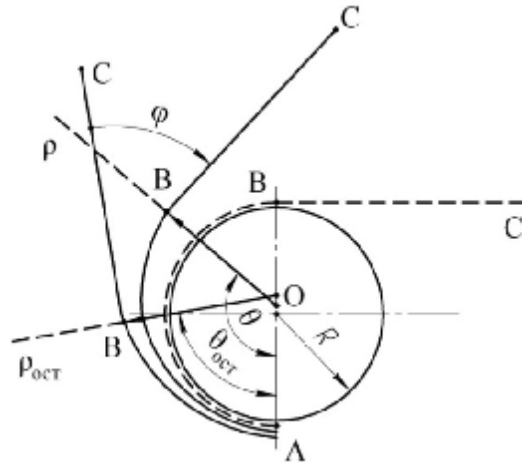


Рис. 1. Вращение лоскута ткани

Дифференциальное уравнение вращения лоскута при разгрузке

$$\frac{d}{dt}(I_A \dot{\varphi}) = -kj. \tag{4}$$

Величина  $I_A$  в уравнении (4) – момент инерции лоскута относительно оси вращения A,  $j$  и  $\dot{\varphi}$  – угол поворота (2) и угловая скорость лоскута;  $k$  – коэффициент пропорциональности в законе Гука [2, с. 449]

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{ост}} = \frac{M}{EI}, \tag{5}$$

действующего при разгрузке ( $E$  – модуль Юнга материала лоскута,  $I$  – момент инерции его поперечного сечения,  $EI$  – жесткость поперечного сечения). Напишем закон (5) в обозначениях (3, 2):

$$M = EI(k - k_{ост}) = \frac{EI}{pR} j;$$

коэффициент

$$k = \frac{EI}{pR}. \tag{6}$$

Перейдем в уравнении (4) к переменной (3): используя формулу (2), найдем уравнение

$$\frac{d}{dt}[I_A p R \dot{\varphi}] + k p R (k - k_{ост}) = 0,$$

или, вводя переменную

$$x = k - k_{ост}, \tag{7}$$

уравнение

$$\frac{d}{dt}[I_A \dot{\varphi}] + kx = 0. \tag{8}$$

Коэффициент  $k$  в уравнении (8) дается формулой (6).

Момент инерции лоскута относительно оси вращения A в уравнении (8) определяется по формуле

$$I_A = I_A^{AB} + I_A^{BC}, \tag{9}$$

где  $I_A^{AB}$  – момент инерции криволинейной части лоскута (ее масса  $m_{AB}$ ),  $I_A^{BC}$  – момент инерции прямолинейной части лоскута (ее масса  $m_{BC}$ ). Первый из моментов (рис. 2) в сумме (9) находится интегрированием по длине криволинейной части лоскута  $I_{AB}$ :

$$I_A^{AB} = \int_{I_{AB}} (dm_{AB}) r^2. \tag{10}$$

Элемент массы в интеграле (10)

$$dm_{AB} = g r dy$$

(погонная масса (рис. 1, 2)

$$g = \frac{m_{AB}}{pR} = \frac{m_{AB}}{r q},$$

расстояние элемента от оси вращения  $A$

$$r = 2r \sin \frac{j}{2}, \quad (11)$$

момент инерции (10)

$$I_A^{AB} = \int_0^q (gr dy) 4r^2 \sin^2 \frac{y}{2} = 2gr^3 (q - \sin q) = 2m_{AB} \left(1 - \frac{\sin q}{q}\right) r^2. \quad (12)$$

Момент инерции прямолинейной части лоскута (рис. 2)

$$I_A^{BC} = \frac{m_{BC} L^2}{12} + m_{BC} d^2, \quad (13)$$

где  $L$  – длина ее, квадрат расстояния ее центра масс  $S$  от оси вращения  $A$  (рис. 2)

$$d^2 = AB^2 + BS^2 - 2 \cdot AB \cdot BS \cdot \cos(90^\circ + 90^\circ - \frac{q}{2}),$$

где – см. формулу (11) – длина

$$AB = 2r \sin \frac{q}{2},$$

длина  $BS = L/2$ ; момент инерции (13)

$$I_A^{BC} = \frac{m_{BC} L^2}{3} + m_{BC} \left[ 4 \sin^2 \frac{q}{2} + \frac{L}{r} \sin q \right] r^2. \quad (14)$$

Выражая угол  $q$  – см. комментарий к формуле (1) – через кривизну (3), получаем моменты инерции (12) и (14) в виде

$$I_A^{AB} = 2m_{AB} \left( 1 - \frac{\sin \left( p \frac{k}{k_0} \right)}{p \frac{k}{k_0}} \right) \frac{1}{k^2}, \quad (15)$$

$$I_A^{BC} = \frac{m_{BC} L^2}{3} + m_{BC} \left[ 4 \sin^2 \left( \frac{p k}{2 k_0} \right) + Lk \sin \left( p \frac{k}{k_0} \right) \right] \frac{1}{k^2}.$$

Суммируя величины (15), найдем момент инерции (9) в уравнении (8).

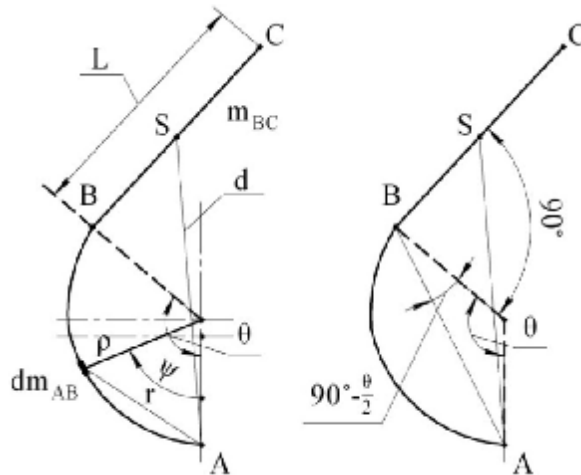


Рис. 2. К вычислению момента инерции лоскута

Задаемся конкретными значениями величин геометрии лоскута ткани и его механических характеристик: ткань сорочечная с содержанием льна 60% и хлопка 40%, толщина материала лоскута  $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м, ширина лоскута  $f = 1,5 \cdot 10^{-1}$  м, толщина шаблона  $H = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м, длина прямолинейного участка  $L = 7 \cdot 10^{-3}$  м, поверхностная плотность ткани  $r_{нов} = 0,1$  кг/м<sup>2</sup>, исходная кривизна лоскутка ткани  $k_o = 690$  м<sup>-1</sup>, остаточная кривизна лоскутка ткани  $k_{ост} = 104$  м<sup>-1</sup>, предел текучести ткани  $S_m = 15 \cdot 10^6$  Па, приведенный модуль Юнга материала лоскутка  $E = 1,31 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>.

На рисунке 3 изображен график суммы моментов инерции (15), т.е. график момента инерции (9). В интересующем нас интервале ( $k_{ост}, k_o$ ) он, очевидно, хорошо аппроксимируется прямой – положим

$$I_A = a - b(k - k_{ocm}) = a - bx, \tag{16}$$

где  $x$  – переменная (7). Уравнение (8) принимает вид

$$\frac{d}{dt}[(a - bx) \cdot \xi] + kx = 0,$$

или

$$-b \cdot \xi + (a - bx) \frac{d\xi}{dx} + kx = 0. \tag{17}$$

Упрощаем уравнение (17)

$$\frac{d(\xi)}{dx} - \frac{2b}{a - bx} \xi + \frac{2kx}{a - bx} = 0 \tag{18}$$

– линейное уравнение 1-го порядка относительно функции  $\xi$ .

Общее решение уравнения (18)

$$\xi = \frac{C - 2 \frac{k}{b^2} \left( \frac{z^3}{3} - a \frac{z^2}{2} \right)}{z^2}, \tag{19}$$

где введена новая переменная

$$z = a - bx,$$

имеющая смысл момента инерции (16). Произвольную постоянную  $C$  находим из начального условия

$$\xi(z_0 = a - bx_0) = 0,$$

где начальные значения переменной (7)

$$x_0 = k_0 - k_{ocm} = \frac{1}{R} - \frac{1}{r_{ocm}} :$$

$$C = 2 \frac{k}{b^2} \left( \frac{z_0^3}{3} - \frac{z_0^2}{2} \right). \tag{20}$$

Используем постоянную (20) в решении (19): искомое частное решение

$$\xi = 2 \frac{k}{b^2} \frac{1}{z^2} \left[ \frac{1}{3} (z_0^3 - z^3) + \frac{a}{2} (z^2 - z_0^2) \right].$$

Находя теперь функцию

$$\xi \equiv \frac{dx}{dt} = \sqrt{\xi}$$

и разделяя переменные, получаем время «отскока» лоскута до положения, характеризуемого остаточной кривизной  $k_{ocm}$ :

$$\int_{x_0}^{x_{ocm}} \frac{dx}{\sqrt{\xi}} = T,$$

где пределы интегрирования

$$x_0 = k_0 - k_{ocm},$$

$$x_{ocm} = k_{ocm} - k_{ocm} = 0.$$

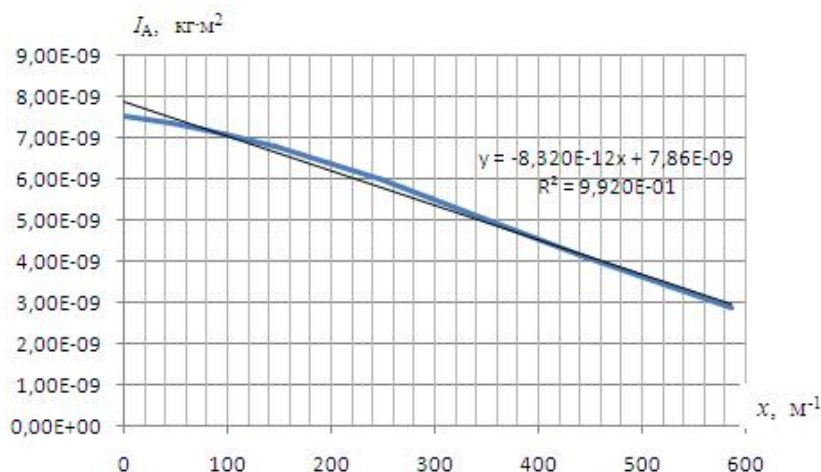


Рис. 3. График зависимости суммы моментов инерции  $I_A$  различных частей лоскута от переменной  $x$

Для лоскута ткани с заданной геометрией и механическими свойствами, приведенными выше, проведен расчет времени восстановления путем численного интегрирования методом прямоугольников. Время, полученное расчетным путем, составило 0,0011 с.

#### **Выводы**

В результате проведенного расчета установлено, что время восстановления формы текстильного материала, которому сообщили деформацию изгиба, очень мало, что доказывает невозможность технологического использования только деформации изгиба. Поэтому помимо изгиба для получения формоустойчивого сгиба изделия (складки, зафальцованного края и т.д.) необходимо наложение новых технологических факторов: влажно-тепловой обработки, использования адгезионных способов, прессования при достаточно большом нагружении, виброформования и т.д.

#### **Литература**

1. Моделирование процесса восстановления ткани после изгиба / [С.В. Бойко, Н.А. Смирнова, В.В. Замышляева, В.В. Лапшин] // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010. – № 2 (323). – С. 25–27.

2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов : [учеб. для вузов] / В.И. Феодосьев. – [10-е изд., перераб. и доп.]. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 592 с.

#### **References**

1. Bojko S. V., Smirnova N. A., Zamyshlyeva V. V., Lapshin V. V., Modelirovanie processa vosstanovleniya tkani posle izgiba, Izvestiya vuzov. Tekhnologiya tekstil'noj promy'shlennosti, 2010, No 2 (323), pp. 25–27.
2. Feodosev V. I. Soprotivlenie materialov. Moskow. BMSTU, 2000, 592 p.

Рецензія/Peer review : 26.3.2013 р.

Надрукована/Printed :20.4.2013 р.

Рецензент: д.т.н., проф., кафедра механіки,

Вітебський державний технологічний університет, Сакевич В. Н.