УДК 677.055

В.В. ЧАБАН, Б.Ф. ПІПА
Київський національний університет технологій та дизайну
Д.В. ЛАЗАРЕВА
Одеський національний політехнічний університет

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ ВИСОКОЧАСТОТНОГО СТАБІЛІЗАТОРА ДИНАМІЧНОГО НАТЯГУ НИТОК ОСНОВИ

Ефективність роботи основов'язальних машин в значній мірі залежить від досконалості пристроїв подачі ниток основи та стабільності їх натягу, особливо високочастотних пристроїв стабілізації натягу ниток основи. Враховуючи це, стаття присвячена аналізу розрахунків таких пристроїв. Представлені результати аналізу підходів до розрахунку високочастотного стабілізатору натягу ниток основи основов'язальної машини. Встановлено, що розрахунок високочастотного стабілізатора динамічного натягу ниток основи можна виконати тільки чисельними методами, причому, перевагу слід віддати методу скінченних елементів.

Ключові слова: основов'язальна машина, натяг ниток основи, стабілізатор натягу ниток основи, метод розрахунку стабілізатору натягу ниток основи.

V.V. CHABAN, B.F. PIPA
Kyiv National University of Technologies and Design
D.V. LASAREWA
Odessa National Polytechnic University

TO THE CALCULATION OF HIGH-FREQUENCY STABILIZER OF DYNAMIC PULL OF FILAMENTS OF BASIS

Efficiency of work of warp-knitting machines largely depends on perfection of devices of serve of filaments of basis and stability of their pull, especially high-frequency devices of stabilizing of pull of filaments of basis. Taking into account it, the article is sanctified to the analysis of calculations of such devices. Presented results of analysis of going near the calculation of high-frequency stabilizer of pull of filaments of basis of warp-knitting machine. It is set that the calculation of high-frequency stabilizer of dynamic pull of filaments of basis can be executed only by numeral methods, thus, advantage it is necessary to give to the method of eventual elements.

Keywords: warp-knitting machine, pull of filaments of basis, stabilizer of pull of filaments of basis, method of calculation of stabilizer of pull of filaments of basis.

Одним із факторів підвищення ефективності роботи основов'язальних машин є вирішення проблеми стабілізації динамічного натягу ниток основи [1–3]. Для розв'язання цієї проблеми важливим є розробка надійних систем стабілізації натягу ниток основи, зокрема високочастотних стабілізаторів динамічного натягу ниток (СДННО). Проте відсутність наукових основ і інженерних методів проектування СДННО стримує вирішення цієї проблеми.

Об'єкт та методи дослідження

Об'єктом досліджень обрано аналіз підходів до розрахунку високочастотних стабілізаторів динамічного натягу ниток основи. При вирішенні поставлених задач були використані сучасні методи теорії пружності, опору матеріалів та теорії проектування в'язальних машин.

Постановка завдання

Враховуючи актуальність питання підвищення ефективності роботи основов'язальних машин (підвищення продуктивності машин та якості основов'язального полотна) шляхом удосконалення систем стабілізації натягу ниток основи, стаття присвячена аналізу методів розрахунку високочастотних стабілізаторів динамічного натягу ниток основи.

Результати та їх обговорення

Оскільки робочим елементом СДННО є тонка пластина [2], метою роботи є аналіз існуючих методів розрахунку пластин і обґрунтування вибору підходу до розрахунку високочастотного стабілізатора динамічного натягнення ниток основи, розрахунковою схемою якого є тонка трикутна пластина, ослаблена трикутним вирізом, з можливою наявністю ребер жорсткості (рис. 1).

На сьогодні можна виділити дві основні теорії розрахунку пластин, що згинаються. Загальновизнаною класичною теорією вигину тонких пластин є теорія Кірхгофа-Лява, яка базується на двох гіпотезах — статичної і динамічної. Альтернативою їй являється теорія Тимошенка (вона відноситься до так званих "зсувних теорій"), заснована на гіпотезі про незалежний поворот нормалі. Ця гіпотеза уперше була сформульована в роботі С. П. Тимошенка [4] і поширена Е. Рейснером на пластини [5] і оболонки [6]. При динамічній деформації пластин вона уперше була використана в роботах Р. Миндлина [7]. Зсувні теорії спочатку розроблялися для розрахунку товстих пластин, пластин середньої товщини і композитних пластин.

Аналітичні рішення завдань про вигин пластин отримані тільки для деяких видів пластин і граничних умов.

Для виведення диференціального рівняння, що описує вигин високочастотного СДННО (рис. 1), розглянемо, як це прийнято в теорії пружності, три групи рівнянь.

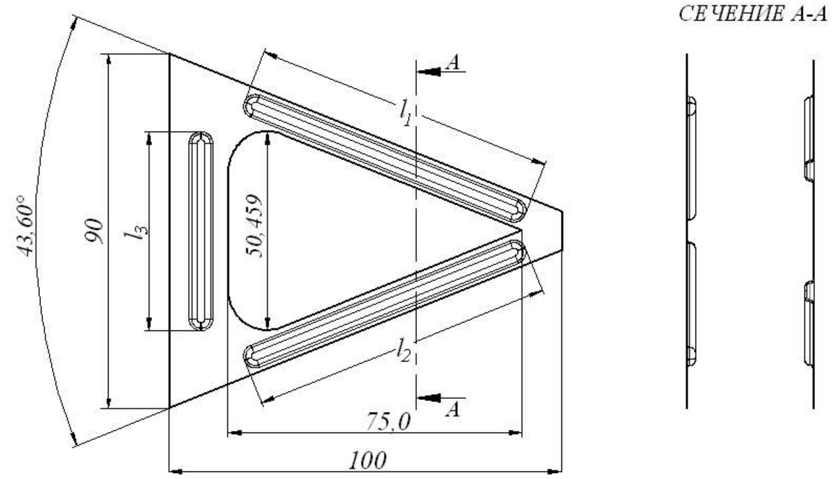

Рис. 1. Високочастотний стабілізатор трикутної форми

1. Рівняння спільності деформацій.

Виділимо нескінченно малий елемент із сторонами dx, dy (рис. 2) і запишемо співвідношення для його лінійних і кутових деформацій (рис. 3) при вигині пластини :

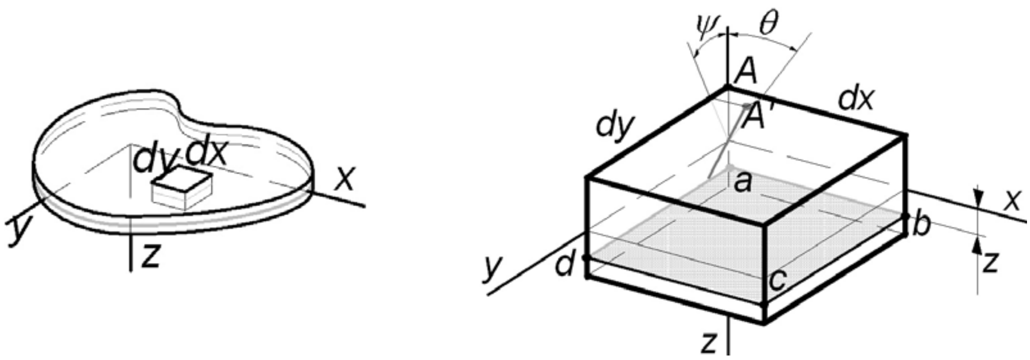

Рис. 2. Нескінченно малий елемент пластини, що згинається

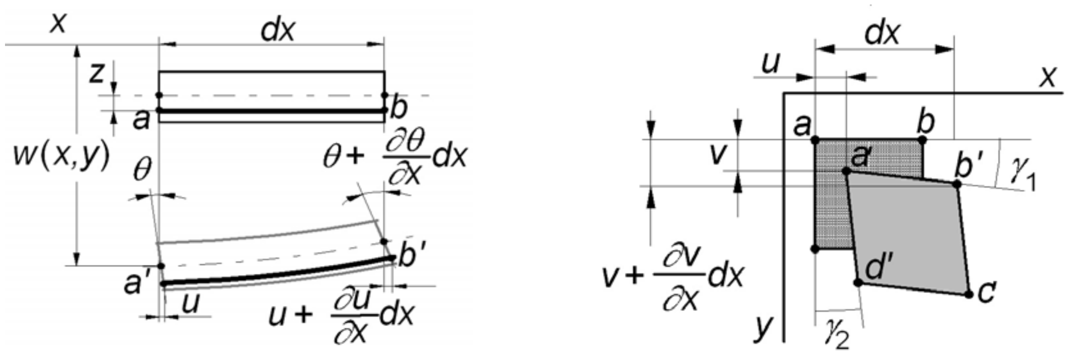

Рис. 3. Переміщення та деформації елементу пластини, що згинається

$$\varepsilon_x=\frac{|a'b'|-|ab|}{|ab|}=\frac{\left[dx+\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right)-u\right]-dx}{dx}=\frac{\partial u}{\partial x};\quad \varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y};$$

$$u=\theta z=-\frac{\partial w}{\partial x}z;\quad v=\psi z=-\frac{\partial w}{\partial y}z;$$

$$\gamma=\gamma_1+\gamma_2;$$

$$\gamma_1\approx tg\gamma_1=\frac{\left(v+\frac{\partial v}{\partial x}dx\right)-v}{dx}=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial w}{\partial y}z\right);$$

$$\varepsilon_x=-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}z;\quad \varepsilon_y=-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}z;\quad \gamma_{xy}=-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}z.$$

2. Закон Гука.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \mu\sigma_y}{E};\quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \mu\sigma_x}{E};\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G};\quad G = \frac{E}{2(1+\mu)};$$

$$\begin{cases} \sigma_x = -\dfrac{Ez}{1-\mu^2}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \\ \sigma_y = -\dfrac{Ez}{1-\mu^2}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \\ \tau_{xy} = -\dfrac{Ez}{1+\mu}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{cases}$$

3. Рівняння рівноваги.

Для погонних згинальних та крутних моментів можна отримати:

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z\sigma_x dz = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right);$$

$$M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z\sigma_y dz = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right);$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z\tau_{yx} dz = -D(1-\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

де $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – циліндрична жорсткість пластинки.

Прикладемо до нескінченно малого елементу із сторонами dx і dy зовнішні по відношенню до нього дії – згинальні та крутні моменти, поперечні сили і навантаження $q(x, y)$ (рис. 4).

Складемо умови рівноваги цього елементу. Проектуючи усі сили на вертикальну вісь і скорочуючи отриману рівність на $dxdy$, одержуємо:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0.$$

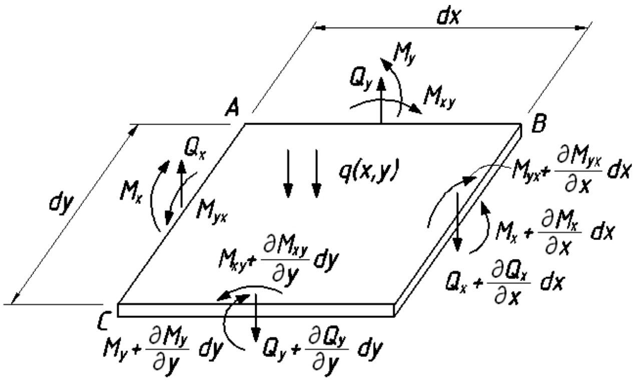

Рис. 4. Навантаження на елемент пластини

Суми моментів усіх сил відносно сторін AC і AB дозволяють отримати (нехтуючи величинами вищого порядку малості) ще два рівняння:

$$-\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + Q_x = 0;$$

$$-\frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} + Q_y = 0.$$

Підставляючи вирази згинальних та крутних моментів, знаходимо:

$$\begin{cases} Q_x = -D\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \\ Q_y = -D\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \end{cases}$$

В результаті спільного використання приведених співвідношень після відомих перетворень [8] отримаємо диференціальне рівняння вигину пластини — рівняння Жермен-Лагранжа:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{q}{D}. \tag{1}$$

$$\nabla^2\nabla^2 w=\frac{q}{D}, \tag{2}$$

де

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}. \tag{3}$$

Таким чином, розрахунок пластин зводиться до інтегрування бігармонічного рівняння (1) з різними граничними умовами. Точне рішення цієї задачі вдається отримати лише для декількох випадків, коли граничні умови не перешкоджають розподілу просторових змінних [4, 8], а пластинка є прямокутною або круглою (кільцевою).

Найбільш відомими методами рішення рівняння (1) є рішення Навьє і Леви, але вони застосовні тільки для прямокутних пластин і за певних граничних умов.

Для пластин іншого контуру – трапецеїдальних, трикутних, у формі паралелограма та ін. – точних методів розрахунку не існує.

Тут, як і при рішенні багатьох інших завдань механіки твердого тіла, що деформується, великого значення набули чисельні методи, засновані на варіаційних постановках. До них в першу чергу відноситься метод кінцевих елементів (МКЕ).

Переваги варіаційних методів очевидні як з теоретичної, так і з практичної точок зору. Використання варіаційних постановок завдань в чисельних методах дозволяє простіше отримувати рішення, оскільки функціонали мають нижчий порядок похідних шуканих функцій, чим у відповідних диференціальних рівняннях. На основі варіаційних методів можна конструювати наближені рішення на класі кусочно-гладких функцій, визначених в підобластях кінцевих розмірів, в так званих кінцевих елементах. Умови стикування сусідніх кінцевих елементів вимагають виконання головних граничних умов варіаційного завдання, які залежать від порядку похідних у функціоналах. Чим нижче порядок похідних шуканих функцій в початкових функціоналах, тим простіше побудувати локальні апроксимації для кінцевих елементів, що задовольняють умови стикування. Очевидною перевагою варіаційних методів є автоматичне виконання природних граничних умов. Іншою перевагою варіаційних постановок є можливість застосування подвійного аналізу, тбто отримання за допомогою наближеного рішення верхніх і нижніх меж точного рішення. Це здійснюється на основі застосування подвійних варіаційних принципів до одного і того ж завдання. Усі вказані теоретичні переваги варіаційних постановок не були б такими істотними, якби практична реалізація методів кінцевих елементів виявилася складною. Проте простота, економічність і, головне, універсальність обчислювальних алгоритмів для різних схем методу кінцевих елементів привели до того, що нині цей метод є основним методом розрахунку різноманітних конструкцій.

Істотний поштовх у своєму розвитку МКЕ отримав після того, як було доведено (1963 р.), що цей метод можна розглядати як один з варіантів відомого у будівельній механіці методу Релея-Ритца, який шляхом мінімізації потенційної енергії дозволяє звести завдання до системи лінійних рівнянь рівноваги.

Зв'язок МКЕ з процедурою мінімізації дозволив використовувати його при рішенні завдань в інших областях техніки. Метод застосовувався до завдань, що описуються рівняннями Лапласа або Пуассона. Рішення цих рівнянь також пов'язане з мінімізацією деякого функціонала. Відомі рішення за допомогою цього методу завдань поширення тепла, гідромеханіки, зокрема, завдань про течію рідини в пористому середовищі.

Сфера застосування МКЕ істотно розширилася, коли було показано (1968 р.), що рівняння, що визначають елементи в завданнях будівельної механіки, поширення тепла, гідромеханіки, можуть бути отримані за допомогою таких варіантів методу зважених нев'язок, як метод Галеркіна або метод найменших квадратів. Це зіграло важливу роль в теоретичному обґрунтуванні МКЕ, оскільки дозволило застосовувати його при рішенні багатьох типів диференціальних рівнянь.

Таким чином, метод кінцевих елементів з чисельної процедури рішення завдань будівельної механіки перетворився на загальний метод чисельного рішення диференціальних рівнянь або їх систем.

Нині кількість комп'ютерних програм, що реалізовують метод кінцевих елементів, обчислюється десятками, якщо не сотнями. Серед них можна відмітити таких гігантів, як ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, можливості яких дозволяють вирішувати завдання різних галузей знань. У цих програмах використовується велика кількість різних модифікацій кінцевих елементів.

Розглянемо порівняльний аналіз теорій Кірхгофа-Лява і Тимошенка з позицій методу кінцевих елементів.

Класична теорія, заснована на гіпотезі Кірхгофа-Лява, у виразах для функціоналів, що мінімізуються, містить другі похідні від шуканої функції прогину. Отже, головними граничними умовами варіаційного завдання є прогин і перша похідна, які мають бути безперервні на міжелементних межах. Побудова погоджених звичайно-елементних двовимірних апроксимацій в цьому випадку дуже скрутна навіть для плоских кінцевих елементів, а для оболонок довільної форми є майже не вирішуваним завданням. Побудовані на базі теорії Кірхгофа-Лява погоджені кінцеві елементи для пластин мають високий порядок апроксимації, яка, крім того, містить неповні поліноми. Це погіршує властивості кінцевих елементів і їх збіжність виявляється гірше, ніж збіжність неузгоджених кінцевих елементів. Застосування неповних поліномів не дозволяє також застосовувати в рішенні ізопараметричну техніку.

Широке поширення в розрахунках оболонок і пластин для лінійних завдань отримали неузгоджені кінцеві елементи. Для них виконується умова нерозривності прогину на міжелементних межах, але порушується нерозривність першої похідної від прогину. Проте в лінійних завданнях збіжність існує. Однак застосування неузгоджених кінцевих елементів для вирішення нелінійних завдань може привести до непередбачуваних погрішностей. Проблему неузгоджених апроксимацій можна вирішувати різними способами. Можна, наприклад, узагальнити існуючі варіаційні принципи на неузгоджені апроксимації шляхом введення у функціонали додаткових інтегралів, що мінімізують міжелементну неузгодженість. Але це пов'язано з додатковими обчислювальними витратами, які не завжди виправдані.

Класична теорія була створена для зведення тривимірної задачі до двовимірної, але це досягається ціною підвищення порядку похідною в початкових функціоналах. Відмітимо, що функціонали теорії пружності містять лише перші похідні від шуканих функцій. З точки зору ефективності рішення задач деформації оболонок і пластин варіаційними методами зведення тривимірної задачі до двовимірної необхідно будувати на базі теорії, що не підвищують порядок похідної в початкових функціоналах тривимірної теорії пружності. Число шуканих функцій після приведення в даному випадку має другорядне значення, хоча бажано, щоб воно було мінімальним. Найпоширенішою теорією, функціонали якої містять тільки перші похідні від переміщень, є теорія оболонок і пластин Тимошенка.

Кінцеві елементи, використовувані в інженерних програмах для розрахунку тонких пластин, що згинаються, як правило, засновані на теорії Кірхгофа-Лява.

Висновки

Резюмуючи проведений аналіз, можна констатувати, що розрахунок високочастотного стабілізатора динамічного натягу ниток основи (СДННО) основов'язальної машини можна виконати тільки чисельними методами, причому, перевагу слід віддати методу кінцевих елементів і якому-небудь інженерному програмному комплексу, що реалізовує алгоритм цього методу.

Литература

1. Гарбарук В.Н. Проектирование трикотажных машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 472 с.
2. Чабан В.В. Наукові основи проектування пристроїв натягу ниток основи машин легкої та текстильної промисловості. – К.: КНУТД, 2010. – 180 с.
3. Чабан В.В., Бакан Л.А., Піпа Б.Ф. Динаміка основов'язальних машин. - К.: КНУТД, 2012 - 287 с.
4. Timoshenko S. P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibration of prismatic bars. — Philos. Mag., 1921, vol. 41, N 6, p. 744–746.
5. Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic pLates. — J. Appl. Mech., 1945, vol. 12, June, p. A69–A77.
6. Reissner E. Stress-strain relations in the theory of thin elastic shells. — J. Math. Phys., 1952, vol. 31, N 2, p. 109–119.
7. Mindlin R. D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic rectangular plates. — J. Appl. Mech., 1951, vol. 18, March., p. 31–38.
8. Александров А.В. Основы теории упругости и пластичности / А.В. Александров, В.Д. Потапов — М.: Высшая школа, 1990. — 398 с.

References

1. Harbaruk V.N. Proektyrovanye trykotazhnykh mashyn. – L.: Mashynostroenye, 1980. – 472 s.
2. Chaban V.V. Naukovi osnovy proektuvannia prystroiv natiahu nytok osnovy mashyn lehkoi ta tekstylnoi promyslovosti. – K.: KNUTD, 2010. – 180 s.
3. Chaban V.V., Bakan L.A., Pipa B.F. Dynamika osnovoviazalnykh mashyn. - K.: KNUTD, 2012 - 287 s.
4. Timoshenko S. P. On the correction for shear of the differential equa¬tion for transverse vibration of prismatic bars. — Philos. Mag., 1921, vol. 41, N 6, p. 744–746.
5. Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic pLates. — J. Appl. Mech., 1945, vol. 12, June, p. A69–A77.
6. Reissner E. Stress-strain relations in the theory of thin elastic shells. — J. Math. Phys., 1952, vol. 31, N 2, p. 109–119.
7. Mindlin R. D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic rectangular plates. — J. Appl. Mech., 1951, vol. 18, March., p. 31–38.
8. Aleksandrov A.V. Osnovy teoryy upruhosty y plastychnosty / A.V. Aleksandrov, V.D. Potapov — M.: Vysshaia shkola, 1990. — 398 s.

Рецензія/Peer review : 27.4.2014 р. Надрукована/Printed : 17.5.2014 р.
Рецензент: Зенкін А.С., д.т.н., проф., завідувач кафедри МСС КНУТД