

**ОБРОБКА ВИМІРЮВАЛЬНОГО СИГНАЛУ СЕНСОРА  
ЗА ДОПОМОГОЮ ПАРАБОЛІЧНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ**

Розглянуто можливість чисельної обробки сигналу автогенераторного перетворювача вологості на основі чутливих МДН-структур. Виведено методику розрахунку енергії ВЧ сигналу за визначений період на основі уточненого метода трапецій. Проведено експериментальне порівняння отриманих результатів з відомими методами: прямокутників, трапецій, Сімпсона. Наведено логічну блок-схему реалізації запропонованого метода.

Ключові слова: визначений інтеграл, сенсор вологості, автогенераторний перетворювач, точність вимірювання.

O.V. OSADCHUK, A.YU. SAVYTSKYI, O.S. ZVIAHIN  
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine

**PROCESSING OF MEASURING SIGNAL FROM SENSOR BY USING PARABOLIC INTERPOLATION**

Improving the quality of industrial products due to the improvement of information and measurement systems based on the use of modern research in the field of information processing. One of the main sources of measurement errors physical quantities is the primary sensor signal processing. The possibility of numerical processing signal generator humidity sensor, based on humidity sensitive MOS-structures. Displaying methodology for calculating energy high-frequency signal for a certain period based on an improved method of trapezoids. An experimental comparison of the results with known methods, rectangles, trapezoids, Simpson. Shows the logical block diagram of the proposed method.

Keywords: definite integral, moisture sensor, generating converter, measurement accuracy.

**Вступ**

Одним з головних завдань, що ставиться перед наукою і технікою, є оптимізація, спрощення і здешевлення промислової продукції, підвищення продуктивності праці і якості готової продукції. Дана мета досягається розробкою і вдосконаленням існуючих технологій виготовлення, що базуються на використанні сучасних методів обробки інформації в системах контролю параметрів технологічного процесу, вихідних матеріалів і поточного контролю напівфабрикатів [1].

**Обробка сигналів сенсорів інформаційно-вимірювальних систем**

В даній роботі розглянуто можливість використання уточнення чисельного метода інтегрування (метода трапецій) з метою підвищення точності генераторних перетворювачів фізичних величин. Запропоноване уточнення полягає у заміні прямої, що з'єднує вузли апроксимації, на відрізок дуги з центром на осі координат. Це дозволяє підвищити точність вимірювання, при цьому зберігаючи степінь апроксимуючого полінома, а отже простоту програмного забезпечення і швидкодю лінійної кускової апроксимації.

Основним джерелом інформації систем контролю та регулювання є сенсори фізичних величин, що впливають на процеси обробки, виробничий мікроклімат та інші об'єкти, що впливають на процес виробництва та якість готової продукції. Іншою важливою складовою таких систем є процес обробки первинної інформації та методика прийняття рішень про регулювання параметрів системи.

Розглянемо структуру звичайного двоканального сенсора (рис. 1), наприклад сенсора вологості, описаного в [2].



Рис. 1. Структурна схема двоканального сенсора

Проходження вимірювального сигналу вимірювальним середовищем супроводжується, в залежності від типу сенсора, поглинанням частини його енергії чи відбиттям від нього. Порівнюючи сигнал, що пройшов крізь середовище з опорним сигналом того самого джерела, можна визначити кількісну ознаку вимірюваного параметру [3]. Точність порівняння даних сигналів впливає на результат вимірювання. Для вимірювання різницевого сигналу двох каналів застосування компараторів та інших аналогових пристроїв обмежена внаслідок їх низької завадостійкості та необхідності використання АЦП для інтеграції у загальну інформаційно-вимірювальну систему. Тому блоки обробки первинних сигналів сенсорів таких систем часто виконуються на основі мікропроцесорів [2, 4].

Для розробки програмного забезпечення мікропроцесорних вимірювальних систем застосовуються чисельні методи, реалізація яких пов'язана з апроксимацією періодично знятих показників і подальшого обчислення визначеного інтеграла за одним з чисельних методів. Точність даних методів залежить від

частоти повторення вимірювань та степеня апроксимуючого полінома, що описує функцію між двома точками. Однак, серед таких методів нелінійної апроксимації широкого практичного застосування отримав метод Сімпсона.

В даній роботі пропонується метод на основі уточнення метода трапецій, що за рахунок використання криволінійної інтерполяції дозволяє усунути необхідність «склеювання» парабол за методом Сімпсона.

Нехай на відрізку  $[ab]$  існує функція диференційована на даному відрізку  $F(x)$  (рис. 2). Розділимо даний відрізок на  $n$  рівних частин прямими  $y = x_0 = a$ ,  $y = x_1, \dots, y = x_n = b$  з кроком  $x_n - x_{n-1} = h$ .

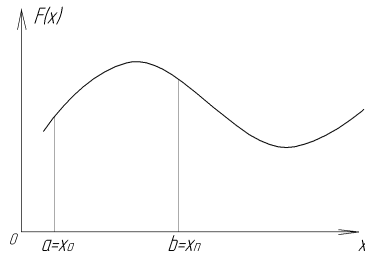


Рис. 2. Графік вхідної функції

Знайдемо площу, обмежену зверху графіком функції  $F(x)$ , знизу – віссю абсцис та графіками функцій  $y = x_0$ ,  $y = x_1$ , що математично є визначеним інтегралом функції  $F(x)$  на відрізку  $[x_0, x_n]$  (рис. 3).

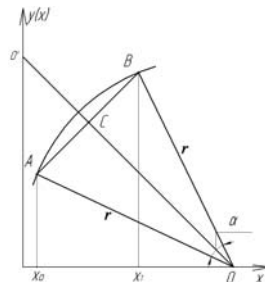


Рис. 3. Геометричне місце точок центрів кіл  $O$

Розглянемо випадок, коли функція  $F(x)$  випукла вгору.

Для перевірки даного твердження проведемо відрізок  $[AB]$  (де  $A$  – перетин графіків  $F(x)$  та  $y(x) = x_0$  та  $B$  – перетин графіків функцій  $F(x)$  та  $y(x) = x_1$ ). Координати даних точок будуть:

$$A(x_0; F(x_0)), \quad B(x_1; F(x_1)).$$

Координати точки  $C$ , яка є серединою відрізка  $AB$ :

$$C\left(\frac{x_1 + x_0}{2}; \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2}\right).$$

Проводимо через точку  $C$  пряму, перпендикулярну відрізку  $AB$ . Дана пряма є геометричним місцем точок центрів кіл, що проходять через точки  $A$  та  $B$ . Позначимо  $O$  точку перетину даної прямої та осі абсцис, та  $O'$  – точку перетину даної прямої з віссю ординат.

Площа, яку необхідно знайти, є сумою площі трапеції  $X_0ABX_1$  та сегменту кола в центрі в точці  $O$ , яка проходить через  $A$  та  $B$ :

$$S_{\Sigma} = S_{trap} + S_{segm}. \tag{1}$$

Площа трапеції  $X_0ABX_1$  визначається за виразом:

$$S_{trap} = h \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2}.$$

Знайдемо площу сегменту  $S_{segm}$ . Для цього проведемо та позначимо через  $r$  відрізки  $AO$  та  $BO$

$$|AO| = |OB| = r,$$

де  $r$  – радіус кола.

Виведемо рівняння прямої, яка проходить через точки  $A$  та  $B$ :

$$\frac{y(x) - F(x_0)}{F(x_1) - F(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

З останнього рівняння отримаємо рівняння прямої, яка проходить через точки  $O$  та  $O'$ :

$$y_1(x) = x \frac{F(x_1) - F(x_0)}{h} - \frac{x_0(F(x_1) - F(x_0))}{h} + F(x_0).$$

Пряма, перпендикулярна прямій  $y_1(x)$ , буде мати кутовий коефіцієнт:

$$K = -\frac{h}{F(x_1) - F(x_0)}.$$

Запишемо рівняння прямої з даним кутовим коефіцієнтом, яка проходить через точку  $C$ :

$$y_2(x) = K \cdot x - K \frac{x_1 + x_0}{2} + \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2}. \quad (2)$$

Підставимо в рівняння (2) значення коефіцієнту  $K$ :

$$y_2(x) = -x \frac{h}{F(x_1) - F(x_0)} + \frac{h}{F(x_1) - F(x_0)} \frac{x_1 + x_0}{2} + \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2};$$

$$y_2(x) = -x \frac{h}{F(x_1) - F(x_0)} + \frac{x_1^2 - x_0^2}{2(F(x_1) - F(x_0))} + \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2}. \quad (3)$$

У випадку, коли функція  $F(x)$  випукла вгору, тоді точка  $O$  (центр кола, яке проходить через точки  $A$  та  $B$ ) буде мати координати:

$$O \left( \frac{(x_1^2 - x_0^2) + (F^2(x_1) - F^2(x_0))}{2h}; 0 \right).$$

Дані координати центра кола знаходяться з рівняння (3) при умові, що точка  $O$  лежить на осі абсцис.

У випадку, коли функція  $F(x)$  випукла вниз, тоді точка  $O$ , виходячи з того, що вона лежить на осі ординат, буде мати наступні координати:

$$O \left( 0; \frac{x_1^2 - x_0^2}{2(F(x_1) - F(x_0))} + \frac{F(x_1) + F(x_0)}{2} \right).$$

Радіус кола, що описує точки  $A$  і  $B$  і має центр в точці  $O$ , описується виразом:

$$r = \sqrt{(Ox_0)^2 + F^2(x_0)}$$

$$|Ox_0| = \frac{(x_1^2 - x_0^2) + (F^2(x_1) - F^2(x_0))}{2 \cdot h} - x_0 = \frac{(x_1^2 - x_0^2) + (F^2(x_1) - F^2(x_0)) - 2 \cdot h \cdot x_0}{2 \cdot h}, \quad (4)$$

Тоді вираз для радіусу кола описується рівнянням:

$$r = \sqrt{\left( \frac{(x_1^2 - x_0^2) + (F^2(x_1) - F^2(x_0)) - 2 \cdot h \cdot x_0}{2 \cdot h} \right)^2 + F^2(x_0)}. \quad (5)$$

Розглянемо трикутник  $\Delta ABO$  та позначимо через  $\alpha$  кут  $\angle AOB$ .

Виходячи з теореми косинусів отримаємо:

$$\cos \alpha = \frac{OB^2 + OA^2 - AB^2}{2 \cdot OB \cdot OA} = \frac{2r^2 - AB^2}{2r^2} = 1 - \frac{AB^2}{2r^2}, \quad (6)$$

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (F(x_1) - F(x_0))^2}. \quad (7)$$

Тоді, підставивши отримане значення у вираз (6) косинус кута:

$$\cos \alpha = 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2 + (F(x_1) - F(x_0))^2}{2r^2},$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{(x_1 - x_0)^2 + (F(x_1) - F(x_0))^2}{2r^2} \right)^2}, \quad (8)$$

$$\alpha = |\arcsin(\sin \alpha)|. \quad (9)$$

Площа сегменту кола з центром в точці  $O$  обмежена хордою  $AB$  описується рівнянням:

$$S_{\text{segm}} = \frac{r^2}{2} \left( \pi \frac{\alpha}{180} - \sin \alpha \right). \quad (10)$$

В загальному випадку рівняння (5, 8, 9, 10) перепишуться у вигляді:

$$r_n = \sqrt{\left[ \frac{x_n^2 + x_{n-1}^2 + F^2(x_{n-1}) - 2h \cdot x_{n-1}}{2h} \right]^2 + F^2(x_{n-1})} \tag{11}$$

$$\sin \alpha_n = \sqrt{1 - \left[ 1 - \left( \frac{(x_n - x_{n-1})^2 + (F(x_n) - F(x_{n-1}))^2}{2r_n^2} \right) \right]^2}, \tag{12}$$

$$\alpha_n = |\arcsin(\sin \alpha_n)|; \tag{13}$$

$$S_{\text{segm.n}} = \frac{r_n^2}{2} \left( \pi \frac{\alpha_n}{180^\circ} - \sin \alpha_n \right). \tag{14}$$

Площа, обмежена графіками функцій  $x = x_0, F(x), x = x_n$  замінюється інтегральною сумою:

$$\int_a^b F(x) dx = \sum_{i=1}^n S_{\text{trap},i} + \sum_{i=1}^n S_{\text{segm},i},$$

$$\sum_{i=1}^n S_{\text{trap},i} = h \left( \frac{F(x_0) + F(x_n)}{2} + F(x_1) + \dots + F(x_{n-1}) \right),$$

$$\sum_{i=1}^n S_{\text{segm},i} = \sum_{i=1}^n \frac{r_i^2}{2} \left( \pi \frac{\alpha_i}{180^\circ} - \sin \alpha_i \right).$$

Оскільки ділянка кривої замінюється дугою з радіусом  $r$ , то похибка даного методу визначається добутком суми залишкових членів ряду Тейлора 2-го порядку на крок квантування  $h$ . Причому похибка інтерполяції визначається за відомим виразом:

$$\sum_{i=1}^n R_i(x) \leq \frac{M_{i+1}}{(i+1)!} |\omega_{i+1}|,$$

де  $M_{i+1} = \max_{x \in [a,b]} |F^{(i+1)}(x)|$ .

Проведемо спочатку порівняння результатів обчислення визначеного інтеграла за виведеним удосконаленим методом трапецій і методом Сімпсона. Для прикладу обрахуємо визначений інтеграл функції

$$y(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 5} \text{ на відрізку } [1;2] \text{ з кроком } 0,1.$$

Проведемо розрахунок за методом Сімпсона. У загальному випадку рівняння, за методом Сімпсона описується рівнянням:

$$\int_a^b \frac{\ln x}{x^2 + 5} dx = \frac{h}{3} [y(2) + y(1) + 2y(x_{2i}) + 4y(x_{2i-1})].$$

Наведемо дану функцію у табличній формі.

Таблиця 1

**Таблична форма функції  $y(x)$**

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
y	0	0,01534	0,0283	0,03922	0,04834	0,05593	0,06217	0,06725	0,07123	0,07455	0,077

Використаємо наведений вище вираз для метода Сімпсона:

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2 + 5} dx = \frac{0,1}{3} (0 + 0,077 + 2 \cdot (0,0233 + 0,04334 + 0,06217 + 0,07133) + 4(0,01534 + 0,03922 + 0,05593 + 0,06725 + 0,07455)) =$$

$$= \frac{0,1}{3} (0,077 + 0,4203 + 1,00916) = 0,05022.$$

Проведемо розрахунок заданого інтеграла за методом трапецій. Використовуючи попередню таблицю знайдемо визначений інтеграл методом трапецій:

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2 + 5} dx = h \left( \frac{y(1) + y(2)}{2} + y(1,1) + \dots + y(1,9) \right) = 0,05009.$$

Для використання уточнення метода трапецій побудуємо таблицю додаткових значень величин, необхідних для розрахунків.

Таблиця 2

**Таблиця квадратів абсциси і ординати функції  $y(x)$**

$x_i$	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
$x_i^2$	1	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61	4
$y_i^2(x)$	0	0,00023	0,0008	0,00156	0,00234	0,00313	0,00387	0,00452	0,00507	0,00556	0,00593

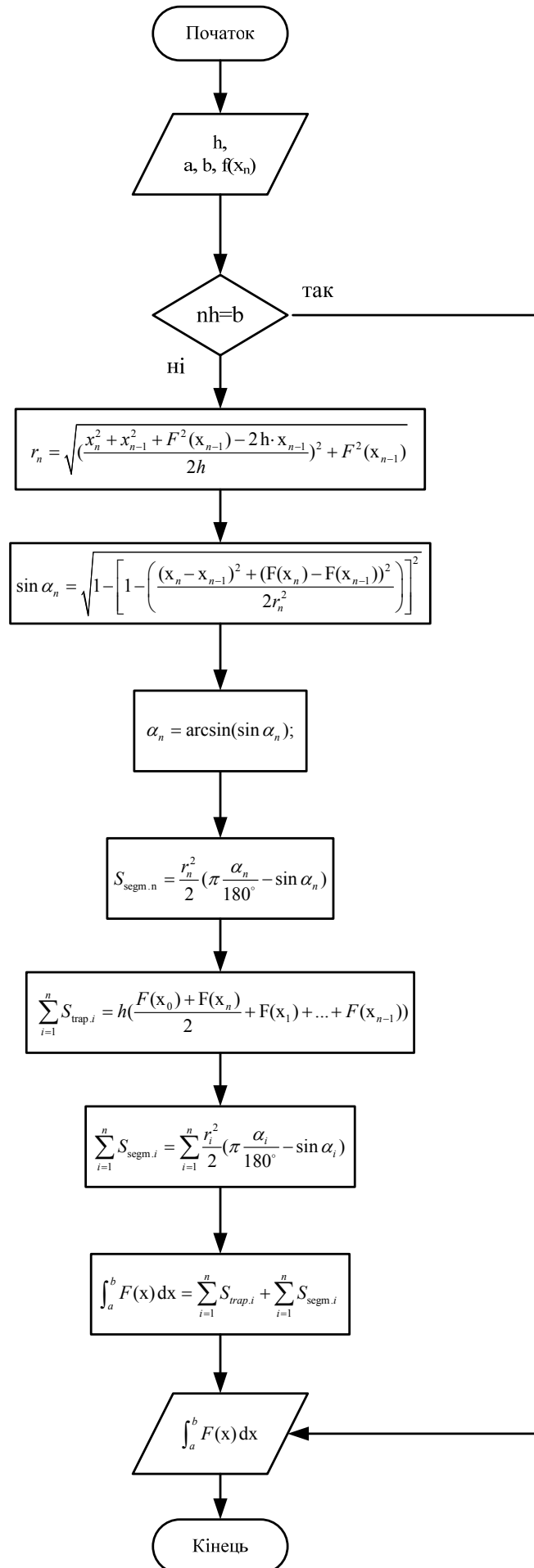


Рис. 4. Логічна блок-схема уточненого метода трапецій

Таблиця площ уточнюючих сегментів для метода трапецій

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$r_i$	1,05115	1,1531	1,25402	1,35457	1,4547	1,55471	1,65442	1,75404	1,85382	1,95327
$\sin \alpha_i$	0,095	0,0866	0,07969	0,07377	0,0687	0,06429	0,06042	0,0569	0,05392	0,051179
$\alpha_i^o$	5,4513	4,968	4,5707	4,23055	3,9393	3,686	3,4639	3,2619	3,0909	2,9337
$S_{segm.i}$	0,000052	0,000043	0,000034	0,000027	0,00002	0,000012	0,0000079	0,0000031	0,0000016	0,0000004

Додавши ряд значень  $S_{наіі}$  останньої таблиці до результату, отриманого методом трапецій, отримуємо наступний результат:

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2 + 5} dx = 0,050299.$$

З результатів розрахунку видно, що отримане значення до четвертого знаку після коми співпадає з результатом за методом Сімпсона. Логічна блок-схема даного метода зображена на рис. 4:

Отже, в ході дослідження було доведено можливість досягнення точності квадратичної апроксимації лінійними методами, що може бути використана для вимірювання фізичних параметрів анізотропних нерозривних об'єктів дослідження. Порівняння отриманих практичних результатів з відомим чисельним методом Сімпсона показує збіжність результатів з похибкою в межах 5%.

### Висновки

Розглянуто можливість чисельної обробки сигналів генераторних перетворювачів фізичних величин. Запропоновано використання уточнення методу трапецій, що дозволяє розробку різноманітних перетворювачів фізичних величин. Запропоновано логічну блок-схему розробленого чисельного методу розрахунку визначеного інтеграла.

### Література

1. Уайт В. Проектирование чистых помещений / Уайт В. ; пер. с англ. – М. : Клинрум, 2004. – 360 с. – ISBN 5-902728-01-0.
2. Осадчук О.В. Прилад для вимірювання вологості повітря чистих кімнат / О.В. Осадчук, А.Ю. Савицький, О.М. Жагловська // Вісник Хмельницького національного університету. – 2014. – № 4. – С. 60–64.
3. Давачі : довідник / З.Ю. Готра, Л.Я. Іляницький, Є.С. Поліщук та ін. ; під ред. З. Ю. Готри та О.І. Чайковського]. – Львів : Каменяр, 1995. – 312 с. – ISBN 5-7745-0233-3.
4. Яценков В.С. Микроконтроллеры Microchip с аппаратной поддержкой USB / Яценков Владимир Семенович. – М. : Горячая линия – Телеком, 2008. – 400 с. – ISBN 978-5-9912-0030-1.
5. Виглеб Г. Датчики / Г. Виглеб ; [пер. с нем. М. А. Хацериова]. – М. : Мир, 1989. – 196 с. – ISBN 5-03-000634-6.

### References

1. B. White Cleanroom Design: Per. p. Eng. / B. White / - M. : Klinrum, 2004. - 360 St. - ISBN 5-902728-01-0.
2. A.V. Osadchuk. A device for measuring humidity cleanroom / Osadchuk O., Savitsky A., A. Zhahlovskaya // Journal of Khmelnytsky National University. - 2014. - №4. - P. 60 - 64.
3. sensors: directory / S. Yu. Gotra, L.Y. Ilyanytsky, E.S. Polishchuk, etc.; ed. Z. Yu. Gotra and A.I. Tchaikovskiy.]. - Lviv: Mason, 1995. - 312 p. - ISBN 5-7745-0233-3.
4. Yatsenko Vladimir Semenovich. Microchip microcontrollers with hardware support for USB / Yatsenko VS - M: Hotline - Telecom, 2008. - 400 p. - ISBN 978-5-9912-0030-1.
5. G. Vagleb Sensors / G. Vagleb; [trans. with it. MA Hatzseriova]. - Moscow: Mir, 1989. - 196 p. - ISBN 5-03-000634-6.

Рецензія/Peer review : 10.3.2015 р.

Надрукована/Printed : 15.4.2015 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Кичак В.М.