УДК 621.37:621.391

В.В. ПАЛАГІН
Черкаський державний технологічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ПРИ АДИТИВНО-МУЛЬТИПЛІКАТИВНИХ АСИМЕТРИЧНО-ЕКСЦЕСНИХ НЕГАУСОВИХ ЗАВАДАХ

Розроблені математичні моделі та нелінійні методи обробки випадкових величин для синтезу і аналізу поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні адитивно-мультиплікативних асиметрично-ексцесних негаусових завадах при моментно-кумулянтому описі випадкових процесів з формуванням моментного критерію якості для забезпечення побудови ефективних методів і комп'ютерних засобів функціонування систем прийому та обробки даних.

Ключові слова: поліноміальні розв'язувальні правила, моментний критерій якості, адитивно-мультиплікативні негаусові завади.

V.V. PALAHIN
Cherkasy State Technological University

MODELING OF PROCESS SIGNAL DETECTION IN THE ADDITIVE-MULTIPLICATIVE ASYMMETRIC-KURTOSIS NON-GAUSSIAN NOISE

The paper is devote to create and realization of process models signal detection on background additive-multiplicative non-Gaussian noise based on moment-cumulant description of random variables with the formation of moment quality criterion of testing statistical hypotheses and polynomial decision rules for synthesis effective methods and computer tools functioning of receiving systems and processing data.

Signal detection decision rules on a background additive-multiplicative asymmetric-kurtosis non-Gaussian noise at stochastic polynomial degree s=3 is synthesized.

Analysis of the results showed that with increasing stochastic polynomial degree and taking into account non-Gaussian distribution additive-multiplicative noise the value moment quality criterion is decreased. This corresponds to an increase of efficiency signal processing as reducing upper limits of error probability of the first and second kind of decision rules in comparison with well known results.

Keywords: polynomial decision rules, moment-quality criterion, moment and cumulant description of random variables, signals detection on background additive-multiplicative Non-Gaussian noise.

Вступ

Побудова, розвиток і функціонування багатьох систем спостереження, діагностики, моніторингу, контролю, управління в основному базуються на обробці випадкових процесів зі стандартним нормальним законом щільності розподілу, що не повною мірою адекватно відображає реальні процеси з прийнятним наближенням. Традиційно для вирішення задач виявлення та розрізнення сигналів застосовується теорія перевірки статистичних гіпотез, де як розв'язувальне правило (РП) використовується відношення правдоподібності, яке порівнюється з заданим порогом, значення якого залежить від обраного ймовірнісного критерію якості [1, 2]. Застосування такого підходу при використанні негаусових щільностей розподілу викликає серйозні труднощі, пов'язані з визначенням їх параметрів, складністю алгоритмічної та практичної реалізації [3].

Використання традиційного підходу до дослідження і розробки систем обробки випадкових негаусових процесів характеризується суттєвими обмеженнями, пов'язаними зі складністю їх алгоритмічної реалізації, зростанням обчислювальних ресурсів, що призводить до відповідних труднощів при створенні якісних програмно-алгоритмічних та апаратних засобів обробки сигналів. До того ж, необхідно враховувати, що функціонування багатьох систем прийому та обробки сигналів не завжди достатньо адекватно описується поширеними адитивними моделями взаємодії сигналів та завад, тобто існує необхідність застосування адитивно-мультиплікативних моделей. Зазначені особливості можуть суттєво ускладнювати застосування традиційних методів обробки сигналів, що ґрунтуються на використанні ймовірнісних критеріїв якості (критерій Байєса, максимальної правдоподібності, Неймана-Пірсона тощо), в яких для опису випадкових величин застосовуються щільності розподілу.

Аналіз розв'язання широкого кола задач прийому та обробки різноманітних випадкових сигналів свідчить про застосування кореляційних методів, пов'язаних з використанням кореляційного виявника або узгодженого фільтра (рис. 1), які за результатами обробки вектора вибіркових значень $\mathrm{X} = \{x_1, x_2, \mathbf{L}, x_n\}$ визначають достатню статистику $\Lambda(\mathrm{X})$ і отриманий результат порівнюється з порогом h для прийняття рішення про реалізацію відповідної гіпотези $H_i, i = 0{,}1$.

Об'єктивно складний негаусовий характер сигналів і завад в реальних каналах зв'язку обумовлює те, що поширені кореляційні методи в багатьох випадках для широкого кола задач не дозволяють досягти необхідної точності. Незважаючи на відносну простоту реалізації кореляційного підходу для отримання алгоритмічного забезпечення функціонування систем прийому та обробки сигналів, на сучасному етапі недостатньо адекватно розв'язуються задачі, пов'язані з функціонуванням сучасних інформаційних технологій для вирішення принципово більш складних задач [4].

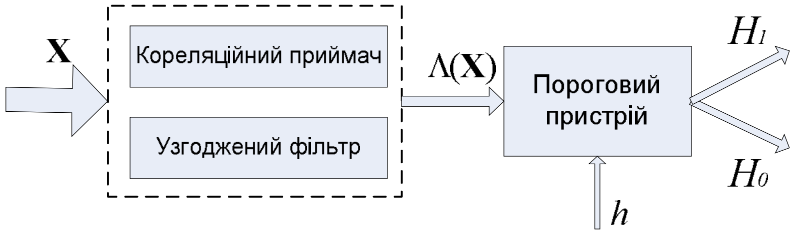


Рис. 1. Узагальнена структурна схема приймального пристрою

Найбільш повною моделлю взаємодії сигналів та завад є адитивно–мультиплікативна модель, яка характерна для багатьох практичних випадків проходження сигналів по каналах зв'язку. Адитивно–мультиплікативні завади виникають у випадках, коли параметри системи передачі або властивості середовища, в якому поширюються сигнали, зазнають випадкових змін в часі. Аналіз методів виявлення сигналів, що приймаються на фоні адитивно-мультиплікативних негаусових завад, показав необхідність застосування іншого підходу, який базується не на використанні щільності розподілу для опису випадкових величин, а на кінцевій послідовності моментів і кумулянтів [5, 6], що потребує розробки та дослідження нових моментних критеріїв якості перевірки статистичних гіпотез, поліноміальних РП та дозволяє підвищити точність методів і засобів обробки сигналів [7 - 9].

На підставі виконаного аналітичного огляду встановлено теоретичну значимість і прикладну необхідність проведення досліджень у напрямку математичного та комп'ютерного моделювання процесів виявлення сигналів на фоні адитивно-мультиплікативних негаусових асиметрично-ексцесних завад, як найбільш поширених, а також розробки методів їх реалізації при розв'язанні задач аналізу, синтезу, проектування, побудови і функціонування в системах спостереження, контролю, діагностики та управління.

Мета роботи полягає у створенні та реалізації моделей процесів виявлення сигналів на фоні адитивно-мультиплікативних негаусових завад на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових величин з формуванням моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та поліноміальних розв'язувальних правил для забезпечення побудови ефективних методів і комп'ютерних засобів функціонування систем прийому та обробки даних.

Постановка задачі

Нехай на вході системи спостерігається випадковий сигнал $x(t)$. Обробці підлягають вибіркові значення x_v з вибірки $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ розмірністю n із послідовності незалежних і однаково розподілених випадкових величин, за результатами якої необхідно винести рішення про виконання однієї з двох гіпотез: H_1 – прийнято сигнал $x(t)=(a_0+\Delta(t))S(t)+h(t)$, та H_0 – прийнято заваду $x(t)=h(t)$, де $S(t)$ – корисний постійний сигнал, який має місце в післядетекторній обробці або при передачі дискретних даних, адитивно зв'язаний з негаусовою асиметрично-ексцесною стаціонарною завадою $h(t)$, що має нульове математичне сподівання, характеризується дисперсією c_2 та кумулянтними коефіцієнтами $g_3, g_4, \ldots, g_{2s}$, а також мультиплікативно зв'язаний з негаусовою асиметрично-ексцесною стаціонарною завадою $\Delta(t)$, що має відмінне від нуля математичне сподівання a_0, характеризується дисперсією m_2 та кумулянтними коефіцієнтами $b_3, b_4, \ldots, b_{2s}$.

При заміні безперервного часу спостереження t на дискретні відліки v, здійсненні з сигналу та врахуванні стаціонарності адитивної та мультиплікативної складової завад, отримаємо їх дискретні значення для відповідних гіпотез:

$$H_1: x_v=(a_0+\Delta_v)S_v+h_v,$$

$$H_0: x_v=h_v.$$

Розв'язувальне правило (РП) виявлення сигналів на фоні адитивно–мультиплікативних негаусових завад, побудоване за моментним критерієм мінімуму верхньої границі ймовірностей помилок [7], являє собою стохастичний степеневий поліном кінцевого порядку s [8]:

$$\Lambda(\vec{x})_{ns}=\sum_{i=1}^{s} k_i \sum_{v=1}^{n} x_v^i + k_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0. \tag{1}$$

де невідомі коефіцієнти k_0 задаються у вигляді:

$$k_0 = -\frac{1}{2}\left(E_{1(sn)} + E_{0(sn)}\right), \tag{2}$$

а коефіцієнти k_i знаходяться з умови мінімуму критерію верхньої границі ймовірностей помилок:

$$Ku_{sn}[G,E] = \frac{G_{1(sn)} + G_{0(sn)}}{\left(E_{1(sn)} - E_{0(sn)}\right)^2}, \tag{3}$$

де $E_{i(sn)}, G_{i(sn)}$ – математичне сподівання й дисперсія РП (1), $i=\overline{0,1}$, які залежать від кількості вибіркових значень n, степені полінома s і мають вигляд:

$$E_{0(sn)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i u_i, \quad E_{1(sn)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i m_i. \tag{4}$$

$$G_{0(sn)} = n\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i k_j F_{i,j}(H_0),\ G_{1(sn)} = n\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i k_j F_{i,j}(H_1). \tag{5}$$

де $F_{i,j}(H_0)$, $F_{i,j}(H_1)$ – центровані корелянти розмірності (i,j) при гіпотезах H_0 й H_1 відповідно, m_i, u_i – початкові моменти при гіпотезах H_1 та H_0 відповідно.

Система рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів k_i РП (1) знаходиться з мінімуму функціонала (3) і має вигляд:

$$\sum_{j=1}^{s} k_j\left[F_{i,j}(H_0) + F_{i,j}(H_1)\right] = m_i - u_i, \qquad i=\overline{1,s}. \tag{6}$$

Для оцінки ефективності синтезованих РП використовується значення критерію $Ku_{sn}[G,E]$ (3). Чим менше його значення, тим менші ймовірності верхніх границь помилок першого й другого роду РП (1) і відповідно, ефективніші алгоритми обробки вибіркових значень.

Використовуючи поліноміальні РП та моментно-кумулянтний опис випадкових величин, проведено моделювання процесів виявлення сигналів на фоні адитивно-мультиплікативних асиметрично-ексцесних негаусових завад при застосуванні стохастичних поліномів степені $s=\overline{1,3}$ та здійснений аналіз їх ефективності.

Отримання основних результатів

Розглянемо задачу побудови поліноміальних РП для виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

Апріорна інформація про постійний сигнал S, стаціонарні адитивну h та мультиплікативну Δ завади базується на використанні моментно–кумулянтного опису сигналів, що приймаються на фоні негаусових завад.

Моментно–кумулянтний опис випадкових величин x до шостого порядку при реалізації гіпотези H_0 має вигляд:

$$u_1 = 0,\ u_2 = c_2,\ u_3 = g_3 c_2^{3/2},\ u_4 = c_2^2(3+g_4),\ u_5 = c_2^{5/2}(10g_3+g_5),$$
$$u_6 = c_2^3\left(10g_3^2 + 15g_4 + g_6 + 15\right).$$

де $\{g_3,\ g_5\}$ та $\{g_4,\ g_6\}$ – кумулянтні коефіцієнти адитивної негаусової завади h, які характеризують її асиметрію та ексцес відповідно.

Початкові моменти випадкових величин x при реалізації гіпотези H_1 матимуть вигляд:

$$\mathrm{m}_1 = a_0\sqrt{q}\sqrt{c_2},\ \mathrm{m}_2 = c_2\left(1 + a_0^2 q + q m_2\right),$$
$$\mathrm{m}_3 = c_2^{3/2}\left(3a_0\sqrt{q} + a_0^3 q^{3/2} + g_3 + 3a_0 q^{3/2} m_2 + q^{3/2} b_3 m_2^{3/2}\right),$$
$$\mathrm{m}_4 = c_2^2\left(3 + 6a^2 q + a^4 q^2 + 4a\sqrt{q} g_3 + g_4 + 6q m_2 + 6a^2 q^2 m_2 + 4aq^2 b_3 m_2^{3/2} + 3q^2 m_2^2 + q^2 b_4 m_2^2\right),$$
$$m_5 = \chi_2^{5/2}\left(15\sqrt{\mathrm{q}}\mathrm{a}_0 + 10\mathrm{q}^{3/2}\mathrm{a}_0^3 + \mathrm{q}^{5/2}\mathrm{a}_0^5 + 10\gamma_3 + 10\mathrm{q}\mathrm{a}_0^2\gamma_3 + 5\sqrt{\mathrm{q}}\mathrm{a}_0\gamma_4 + \gamma_5 +\right.$$
$$+ 30\mathrm{q}^{3/2}\mathrm{a}_0\mu_2 + 10\mathrm{q}^{5/2}\mathrm{a}_0^3\mu_2 + 10\mathrm{q}\gamma_3\mu_2 + 10\mathrm{q}^{3/2}\beta_3\mu_2^{3/2} + 10\mathrm{q}^{5/2}\mathrm{a}_0^2\beta_3\mu_2^{3/2} +$$
$$\left.+ 15\mathrm{q}^{5/2}\mathrm{a}_0\mu_2^2 + 5\mathrm{q}^{5/2}\mathrm{a}_0\beta_4\mu_2^2 + 10\mathrm{q}^{5/2}\beta_3\mu_2^{5/2} + \mathrm{q}^{5/2}\beta_5\mu_2^{5/2}\right),$$

$$m_6 = \chi_2^3\big(15 + 45qa_0^2 + 15q^2a_0^4 + q^3a_0^6 + 60\sqrt{q}a_0\gamma_3 + 20q^{3/2}a_0^3\gamma_3 + 10\gamma_3^2 + 15\gamma_4 +$$
$$+15qa_0^2\gamma_4 + 6\sqrt{q}a_0\gamma_5 + \gamma_6 + 45q\mu_2 + 90q^2a_0^2\mu_2 + 15q^3a_0^4\mu_2 + 60q^{3/2}a_0 \times$$
$$\times\gamma_3\mu_2 + 15q\gamma_4\mu_2 + 60q^2a_0\beta_3\mu_2^{3/2} + 20q^3a_0^3\beta_3\mu_2^{3/2} + 20q^{3/2}\beta_3\gamma_3\mu_2^{3/2} +$$
$$+45q^2\mu_2^2 + 45q^3a_0^2\mu_2^2 + 15q^2\beta_4\mu_2^2 + 15q^3a_0^2\beta_4\mu_2^2 + 60q^3a_0\beta_3\mu_2^{5/2} + 6q^3a_0 \times$$
$$\times\beta_5\mu_2^{5/2} + 15q^3\mu_2^3 + 10q^3\beta_3^2\mu_2^3 + 15q^3\beta_4\mu_2^3 + q^3\beta_6\mu_2^3\big),$$

де $q = \dfrac{S^2}{c_2}$ – відношення сигнал/шум по потужності.

Центровані корелянти $F_{i,j}(H_0)$, $F_{i,j}(H_1)$ визначаються згідно виразів:

$$F_{i,j}(H_0) = u_{i+j} - u_i u_j \quad F_{i,j}(H_1) = m_{i+j} - m_i m_j \quad i, j = \overline{1,n}$$

і для гіпотези H_0 мають вигляд:

$$F_{1,1}(H_0) = c_2,\ F_{1,2}(H_0) = F_{2,1}(H_0) = g_3 c_2^{3/2},\ F_{2,2}(H_0) = c_2^2(2 + g_4),$$
$$F_{3,1}(H_0) = F_{1,3}(H_0) = c_2^2(+g_4),$$
$$F_{3,2}(H_0) = F_{2,3}(H_0) = c_2^{5/2}(9g_3 + g_5),\ F_{3,3}(H_0) = c_2^3\big(9g_3^2 + 15 + 15g_4 + g_6\big).$$

а для гіпотези H_1 запишуться як:

$$F_{1,1}(H_1) = c_2 + qm_2c_2,\ F_{1,2}(H_1) = F_{2,1}(H_1) = 2\sqrt{q}a_0c_2^{3/2} + g_3c_2^{3/2} + 2q^{3/2}a_0m_2c_2^{3/2} + q^{3/2}b_3m_2^{3/2}c_2^{3/2},$$
$$F_{1,3}(H_1) = F_{3,1}(H_1) = 3c_2^2 + 3qa_0^2c_2^2 + 3\sqrt{q}a_0g_3c_2^2 + g_4c_2^2 + 6qm_2c_2^2 +$$
$$+3q^2a_0^2m_2c_2^2 + 3q^2a_0b_3m_2^{3/2}c_2^2 + 3q^2m_2^2c_2^2 + q^2b_4m_2^2c_2^2,$$
$$F_{2,2}(H_1) = 2c_2^2 + 4qa_0^2c_2^2 + 4\sqrt{q}a_0g_3c_2^2 + g_4c_2^2 + 4qm_2c_2^2 + 4q^2a_0^2m_2c_2^2 +$$
$$+4q^2a_0b_3m_2^{3/2}c_2^2 + 2q^2m_2^2c_2^2 + q^2b_4m_2^2c_2^2,$$
$$F_{2,3}(H_1) = F_{3,2}(H_1) = 12\sqrt{q}a_0\chi_2^{5/2} + 6q^{3/2}a_0^3\chi_2^{5/2} + 9\gamma_3\chi_2^{5/2} + 9qa_0^2\gamma_3\chi_2^{5/2} +$$
$$+5\sqrt{q}a_0\gamma_4\chi_2^{5/2} + \gamma_5\chi_2^{5/2} + 24q^{3/2}a_0\mu_2\chi_2^{5/2} + 6q^{5/2}a_0^3\mu_2\chi_2^{5/2} + 9q\gamma_3\mu_2\chi_2^{5/2} +$$
$$+9q^{3/2}\beta_3\mu_2^{3/2}\chi_2^{5/2} + 9q^{5/2}a_0^2\beta_3\mu_2^{3/2}\chi_2^{5/2} + 12q^{5/2}a_0\mu_2^2\chi_2^{5/2} + 5q^{5/2}a_0\beta_4 \times$$
$$\times\mu_2^2\chi_2^{5/2} + 9q^{5/2}\beta_3\mu_2^{5/2}\chi_2^{5/2} + q^{5/2}\beta_5\mu_2^{5/2}\chi_2^{5/2},$$
$$F_{3,3}(H_1) = 15\chi_2^3 + 36qa_0^2\chi_2^3 + 9q^2a_0^4\chi_2^3 + 54\sqrt{q}a_0\gamma_3\chi_2^3 + 18q^{3/2}a_0^3\gamma_3\chi_2^3 + 9\gamma_3^2\chi_2^3 +$$
$$+15\gamma_4\chi_2^3 + 15qa_0^2\gamma_4\chi_2^3 + 6\sqrt{q}a_0\gamma_5\chi_2^3 + \gamma_6\chi_2^3 + 45q\mu_2\chi_2^3 + 72q^2a_0^2\mu_2\chi_2^3 +$$
$$+9q^3a_0^4\mu_2\chi_2^3 + 54q^{3/2}a_0\gamma_3\mu_2\chi_2^3 + 15q\gamma_4\mu_2\chi_2^3 + 54q^2a_0\beta_3\mu_2^{3/2}\chi_2^3 +$$
$$+18q^3a_0^3\beta_3\mu_2^{3/2}\chi_2^3 + 18q^{3/2}\beta_3\gamma_3\mu_2^{3/2}\chi_2^3 + 45q^2\mu_2^2\chi_2^3 + 36q^3a_0^2\mu_2^2\chi_2^3 +$$
$$+15q^2\beta_4\mu_2^2\chi_2^3 + 15q^3a_0^2\beta_4\mu_2^2\chi_2^3 + 54q^3a_0\beta_3\mu_2^{5/2}\chi_2^3 + 6q^3a_0\beta_5\mu_2^{5/2}\chi_2^3 +$$
$$+15q^3\mu_2^3\chi_2^3 + 9q^3b_3^2\mu_2^3\chi_2^3 + 15q^3\beta_4\mu_2^3\chi_2^3 + q^3\beta_6\mu_2^3\chi_2^3.$$

Розглянемо побудову РП виявлення сигналів при різних значеннях степеня s стохастичного поліному (1).

Наведемо алгоритм синтезу РП при степені стохастичного полінома $s = 1$, яке в загальному випадку матиме вигляд:

$$\Lambda(X)_{1n} = k_1\sum_{n=1}^{n} x_n + k_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0.$$

Невідомі коефіцієнти РП знаходяться згідно мінімуму моментного критерію якості (3), та враховуючи вирази (4, 5) для математичних сподівань та дисперсій РП при гіпотезах H_0 та H_1:

$$E_{0(1n)}=0\,,\ E_{1(1n)}=\frac{a_0^2nq}{2+qm_2}\,,\ G_{0(1n)}=\frac{a_0^2nq}{\left(2+qm_2\right)^2}\,,\ G_{1(1n)}=\frac{a_0^2nq(1+qm_2)}{\left(2+qm_2\right)^2}$$

так вирази (2) і (6), набудуть кінцевого вигляду:

$$k_0=-\frac{nqa_0^2}{2\left(2+q\mu_2\right)}\,,\ k_1=\frac{a_0\sqrt{q}}{\left(2+q\mu_2\right)\sqrt{\chi_2}}\,.$$

Таким чином, РП при $s=1$ прийме лінійний вигляд:

$$\Lambda\left(X\right)_{1n}=\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}x_v-\frac{a_0S}{2}\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ 0. \tag{7}$$

З критерію якості $Ku_{1n}\left[G,E\right]$ (3) видно, що верхня границя ймовірностей помилок першого й другого роду лінійного РП (7) має вигляд:

$$Ku_{1n}=\frac{2+q\mu_2}{nqa_0^2} \tag{8}$$

З отриманого виразу (8) видно, значення критерію якості залежить як від відношення сигнал/шум q, так і від параметрів мультиплікативної складової. Окрім того, асимптотично при великих значеннях $n\to\infty$ значення критерію якості, а відповідно і верхні границі ймовірностей помилок першого і другого роду, прямують до нуля.

Отримане лінійне РП (7) не враховує негаусовість адитивних і мультиплікативних завад, що впливають на корисний сигнал, тому збільшимо степінь полінома до $s=2$ та синтезуємо РП, для побудови якого необхідно використати початкові моменти до 4-го порядку. В цьому випадку враховуються кумулянтні коефіцієнти третього і четвертого порядку, а саме коефіцієнти асиметрії g_3, b_3 і ексцесу g_4, b_4 адитивної та мультиплікативної завади відповідно.

При степені стохастичного полінома $s=2$ отримаємо РП, що в загальному випадку буде мати вигляд:

$$\Lambda(\mathbf{\vec{x}})_{2n}=k_1\sum_{n=1}^{n}x_n+k_2\sum_{n=1}^{n}x_n^2+k_0\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ 0. \tag{9}$$

Невідомі коефіцієнти РП (9) k_1, k_2 знаходяться з системи рівнянь (6) та мають такий вигляд:

$$k_1=\Big[\sqrt{q}\Big(-2\sqrt{q}\gamma_3\mu_2-q^2\beta_3\mu_2^{5/2}+2qa_0^3\left(1+q\mu_2\right)+a_0^2\Big(2\sqrt{q}\gamma_3+$$
$$+3q^2\beta_3\mu_2^{3/2}\Big)+a_0\left(4+2\gamma_4+q\mu_2\left(2+q\beta_4\mu_2\right)\right)\Big)\Big]\times1/\Big[\Big(8-4\gamma_3^2+4\gamma_4+q\Big(4a_0^2+$$
$$+2\Big(6+2qa_0^2-2\sqrt{q}a_0\gamma_3+\gamma_4\Big)\mu_2+4\sqrt{q}\beta_3\left(\sqrt{q}a_0-\gamma_3\right)\mu_2^{3/2}+2q\left(4+\beta_4\right)\mu_2^2+$$
$$+q^2\left(2-\beta_3^2+\beta_4\right)\mu_2^3\Big)\Big)\sqrt{\chi_2}\Big],$$

$$k_2=\Big[q^2a_0^2\mu_2-q\mu_2\left(2+q\mu_2\right)+a_0\Big(2\sqrt{q}\gamma_3+q^2\beta_3\mu_2^{3/2}\Big)\Big]\times1/\Big[-4\Big(2+qa_0^2-$$
$$-\gamma_3^2+\gamma_4\Big)-2q\Big(6+2qa_0^2-2\sqrt{q}a_0\gamma_3+\gamma_4\Big)\mu_2+4q^{3/2}\beta_3\left(-\sqrt{q}a_0+\gamma_3\right)\mu_2^{3/2}-$$
$$-2q^2\left(4+\beta_4\right)\mu_2^2+q^3\left(-2+\beta_3^2-\beta_4\right)\mu_2^3\Big)\chi_2\Big],$$

$$k_0=\Big[2nq^3a_0^3\beta_3\mu_2^{3/2}+nq^2a_0^4\left(2+q\mu_2\right)+nq\mu_2\left(2+q\mu_2\right)^2-2n\sqrt{q}a_0\left(1+q\mu_2\right)\times$$
$$\times\Big(2\gamma_3+q^{3/2}\beta_3\mu_2^{3/2}\Big)+nqa_0^2\left(4+2\gamma_4+q\mu_2\left(2+q\beta_4\mu_2\right)\right)\Big]\times1/\Big[-8\Big(2+qa_0^2-$$
$$-\gamma_3^2+\gamma_4\Big)-4q\Big(6+2qa_0^2-2\sqrt{q}a_0\gamma_3+\gamma_4\Big)\mu_2+8q^{3/2}\beta_3\left(-\sqrt{q}a_0+\gamma_3\right)\mu_2^{3/2}-$$
$$-4q^2\left(4+\beta_4\right)\mu_2^2+2q^3\left(-2+\beta_3^2-\beta_4\right)\mu_2^3\Big].$$

Математичні сподівання та дисперсії РП при гіпотезах H_0 та H_1, знаходяться з виразів (4) і (5) відповідно, та мають вигляд:

$$E_{0(2n)} = nk_2 c_2, \quad E_{1(2n)} = n\left[k_1 a_0 \sqrt{q}\sqrt{c_2} + k_2 c_2\left(1 + a_0^2 q + q m_2\right)\right].$$

$$G_{0(2n)} = n\left[k_1^2 c_2 + 2k_1 k_2 g_3 c_2^{3/2} + k_2^2\left(2c_2^2 + g_4 c_2^2\right)\right]$$

$$G_{1(2n)} = n\Big[k_1^2(c_2 + q m_2 c_2) + 2k_1 k_2\Big(2\sqrt{q} a_0 c_2^{3/2} + g_3 c_2^{3/2} + 2q^{3/2} a_0 m_2 c_2^{3/2} +$$
$$+ q^{3/2} b_3 m_2^{3/2} c_2^{3/2}\Big) + k_2^2\Big(2c_2^2 + 4qa_0^2 c_2^2 + 4\sqrt{q} a_0 g_3 c_2^2 + g_4 c_2^2 + 4q m_2 c_2^2 +$$
$$+ 4q^2 a_0^2 m_2 c_2^2 + 4q^2 a_0 b_3 m_2^{3/2} c_2^2 + 2q^2 m_2^2 c_2^2 + q^2 b_4 m_2^2 c_2^2\Big)\Big].$$

Значення критерію $Ku_{2n}[G,E]$ знаходиться з виразу (3) та має вигляд:

$$Ku_{2n} = \Big[8 - 4\gamma_3^2 + 4\gamma_4 + q\mu_2^{3/2}\Big(4a_0^2 + 2\Big(6 + 2qa_0^2 - 2\sqrt{q}a_0\gamma_3 + \gamma_4\Big)\mu_2 + 4\sqrt{q}\beta_3 \times \tag{10}$$
$$\times\Big(\sqrt{q}a_0 - \gamma_3\Big)\mu_2^{3/2} + 2q(4 + \beta_4)\mu_2^2 + q^2\Big(2 - \beta_3^2 + \beta_4\Big)\mu_2^3\Big)\Big] \times$$
$$\times 1\Big/\Big[nq\Big(2q^2 a_0^3 \beta_3 \mu_2^{3/2} + qa_0^4(2 + q\mu_2) + q\mu_2^2(2 + q\mu_2) - 2a_0 \times$$
$$\times\Big(2\sqrt{q}\gamma_3\mu_2 + q^2\beta_3\mu_2^{5/2}\Big) + a_0^2\big(4 + 2\gamma_4 + q\mu_2(4 + q\beta_4\mu_2)\big)\Big)\Big].$$

При проведенні дослідження впливу коефіцієнтів асиметрії та ексцесу адитивної та мультиплікативної складової завади на значення критерію якості $Ku_{2n}[G,E]$ необхідно враховувати області допустимих значень (ОДЗ) [5, 6], які мають вигляд

$$g_3^2 \le g_4 + 2.$$

Аналогічна залежність буде і між коефіцієнтами асиметрії b_3 та ексцесу b_4 мультиплікативної завади.

Аналізуючи вираз (10), можемо сказати, що значення критерію Ku_{2n} залежить не лише від відношення сигнал/шум q та параметрів мультиплікативної завади, але й від значень кумулянтних коефіцієнтів третього і четвертого порядків адитивної та мультиплікативної складової завад.

Користуючись вище наведеним підходом проведено синтез нелінійних РП при степені поліному $s = 3$, де використовувалися початкові моменти до 6-го порядку. Для проведення дослідження вважалося, що кумулянтні коефіцієнти 5-го та 6-го порядків дорівнювалися нуля, тоді ОДЗ для кумулянтних коефіцієнтів 3-го та 4-го порядків мають вигляд [5, 6]:

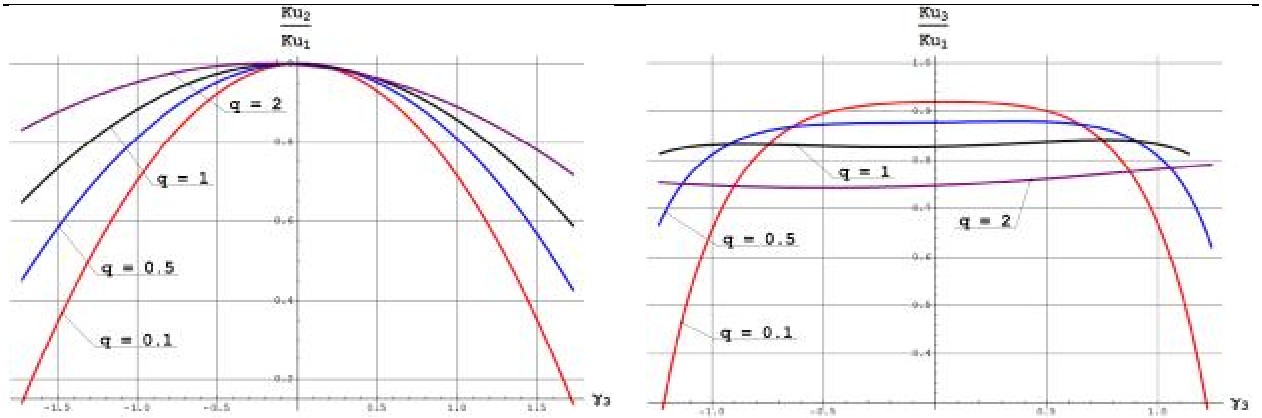
$$4 - 8g_3^2 - 3g_3^4 + 8g_4 + \frac{7}{3}g_4^2 - \frac{1}{3}g_4^3 + 4g_3^2 g_4 > 0.$$

Проведемо аналіз отриманих лінійних і нелінійних РП, які враховують різну апріорну інформацію про параметри розподілу негаусової завади.

Аналіз результатів

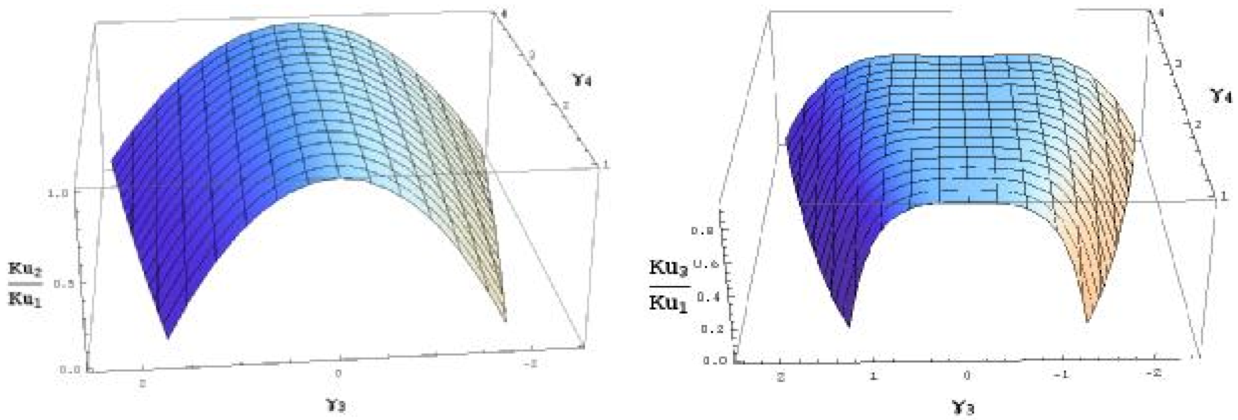
Ефективність отриманих РП виявлення сигналів оцінюється відношенням значень критеріїв якості Ku_{sn}/Ku_{1n} при різних степенях стохастичних поліномів в якості РП. Аналіз ефективності проводився для багатьох можливих комбінацій типів і видів адитивної і мультиплікативної завад. На рисунках 2-3 наведені результати порівняння ефективності лінійних (7) та нелінійних РП (9) для негаусової асиметрично-ексцесної адитивної складової завади, яка характеризується коефіцієнтами асиметрії g_3 та ексцесу g_4. При аналізі ефективності синтезованих РП видно, що з врахуванням коефіцієнта асиметрії g_3 та збільшенням степеня полінома РП до другого порядку значення критерію якості можуть бути меншими для нелінійного РП у порівнянні з лінійним РП, що відповідає зменшенню верхніх меж ймовірностей помилок при виявленні сигналів на фоні негаусових завад. Аналогічна тенденція спостерігається при збільшенні степені поліному РП до 3-го порядку при зменшенні ОДЗ кумулянтних коефіцієнтів.

На рисунку 4. наведені результати моделювання процесів виявлення сигналів на фоні негаусових завад на основі розроблених програмних засобів обробки сигналів в середовищі MatLab. Демонструються результати моделювання процесу виявлення постійного сигналу лінійним (а) і нелінійним (б) РП при адитивно-мультиплікативній моделі взаємодії з негаусовою завадою при використанні поліноміальних РП, які ‘ оптимальними за моментним критерієм якості. З графіків видно, що результати обробки лінійним РП (а) вибіркових значень сигналу при впливі негаусових завад характеризуються більш частими випадковими викидами і перевищеннями нульового порогу (на рис.4а виділені колами №1 та №2), що відповідає помилковим рішенням виявлення сигналу в порівнянні з результатами обробки нелінійним РП (б) при другій степені полінома.



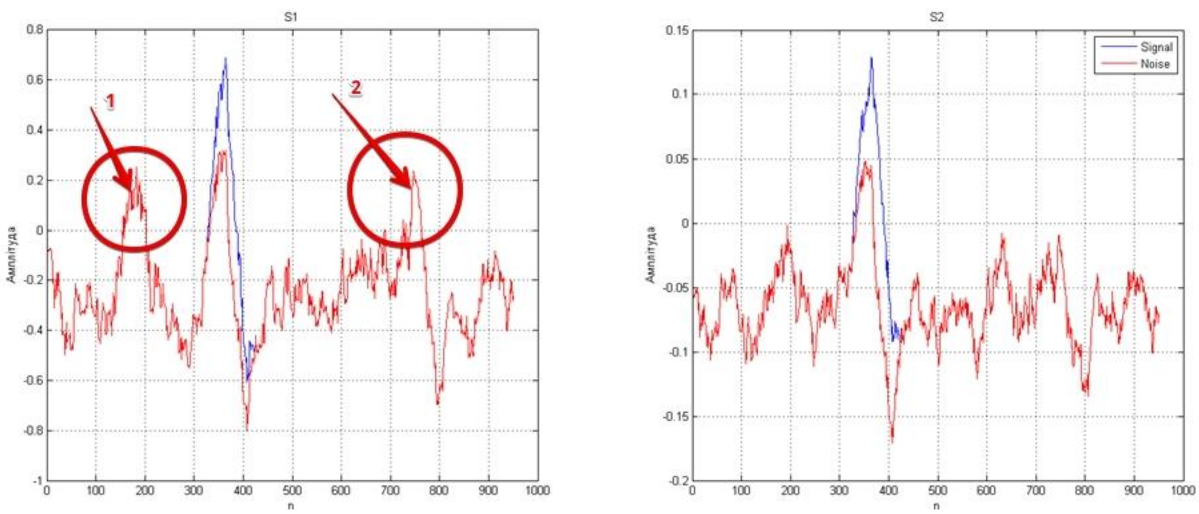
а) б)

Рис. 2 – Залежність ефективності нелінійних РП (а - при $s = 2$, б - $s = 3$) виявлення сигналу по відношенню до лінійного РП ($s = 1$) від коефіцієнта асиметрії γ_3 при $a_0 = 2$, $\gamma_4 = 1$ та $m_2 = 0{,}1$.



а) б)

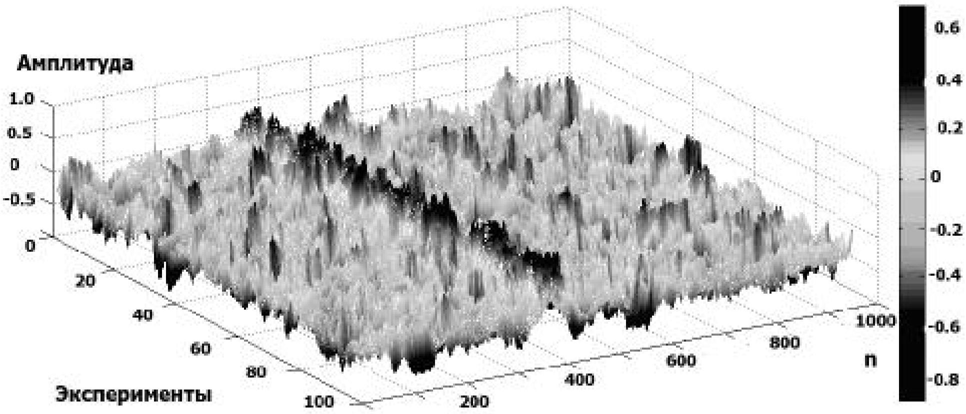
Рис. 3. Залежність ефективності нелінійних РП (а - при $s = 2$, б - $s = 3$) виявлення сигналу по відношенню до лінійного РП ($s = 1$) від коефіцієнтів асиметрії γ_3 та ексцесу g_4 при $a_0 = 2$, $m_2 = 0{,}1$ та $q = 0{,}1$.



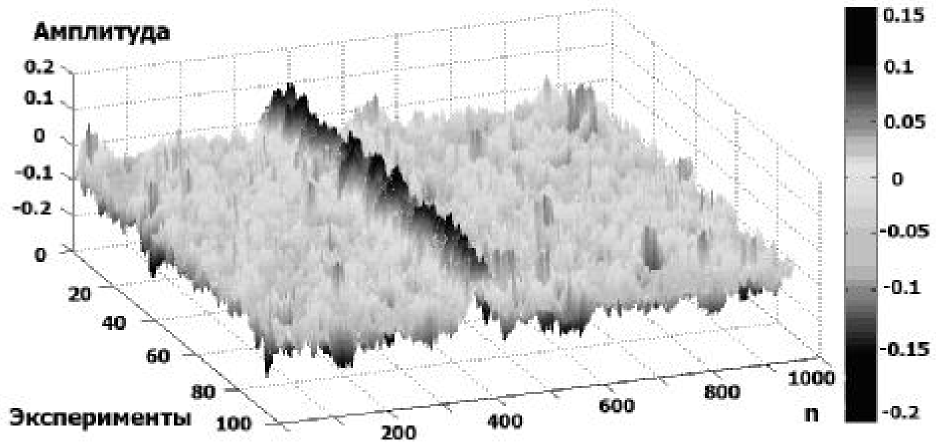
а) б)

Рис. 4 – Результати експерименту по виявленню постійного сигналу лінійним а) і нелінійним б) РП при адитивно-мультиплікативній моделі взаємодії з негаусовою завадою при $q = 0.125$, $g_4 = 0.8$, $b_3 = 1.0$, $b_4 = 0.2$.

На рисунку 5 показані результати моделювання серії експериментів ($M = 100$) по виявленню постійного сигналу лінійним ($s = 1$, а) та нелінійним ($s = 2$, б) РП при адитивно-мультиплікативній взаємодії з негаусовою завадою.



а)



б)

Рис. 5. Результати серії експериментів по виявленню постійного сигналу лінійним а) і нелінійним б) РП при адитивно-мультиплікативній моделі взаємодії з негаусовою завадою при $q = 0.1,\ g_4 = 0.8,\ b_3 = 1.0,\ b_4 = 0.2$

З графіків видно, що нелінійна обробка вибіркових значень та врахування параметрів негаусового розподілу адитивно-мультиплікативної завади дозволяє зменшити випадкові викиди результату обробки вибіркових значень, і як наслідок, збільшити ефективність виявлення сигналів в порівнянні з відомими лінійними результатами.

Висновок

Вдосконалення методів обробки сигналів потребують розробки та дослідження адекватних моделей досліджуваних процесів. В роботі розроблені математичні моделі негаусових випадкових процесів при адитивно-мультиплікативній взаємодії з корисним сигналом на основі застосування моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових величин і степеневих перетворень вибіркових значень, що дозволяє враховувати негаусовий розподіл випадкових даних у вигляді кумулянтних коефіцієнтів третього і вище порядків.

Розроблено методи виявлення сигналів при застосуванні поліноміальних стохастичних розв’язувальних правил, оптимальних за моментним критерієм якості, що дозволяє збільшити точність обробки сигналів у вигляді зменшення ймовірностей помилок першого і другого роду розв’язувальних правил у порівнянні з відомими результатами.

Отримані результати можуть знайти своє застосування в програмних реалізаціях високоточних пристроїв обробки сигналів на фоні складних завадових ситуаціях при проектуванні сучасних систем спостереження, діагностики, моніторингу, контролю, управління та ін.

Література

1. Van Trees H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory. – Part IV: Optimum Array Processing. John Wiley, 2002. — 1470 pp.

2. Tuzlukov V. P. Signal Processing Noise. – USA, Florida: CRC Press LLC, 2002. – 688 p.

3. Васильев К.К. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие / К.К. Васильев, М.Н. Служивый. — Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 170 с.

4. Городецкий А.Я. Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения: учеб.пособие / А.Я. Городецкий. – СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. — 326 с.

5. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ негауссовых процессов и их преобразований / А.Н. Малахов. – М.: Сов. Радио, 1978. – 376 с.

6. *Kunchenko Y.* Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables. —Germany, Aachen: Shaker Verlag, 2002. —396 p.

7. Кунченко Ю.П. Разработка нелинейных обнаружителей сигналов при негауссовых помехах, оптимальных по дисперсионных критериям. / Ю.П. Кунченко, В.В, Палагин, С.С. Мартыненко // Тр. 2-й междунар. конф. по радиосвязи, звуковому и телевиз. вещанию (УкрТелеком-95). – Одесса, 1995. – С. 440 – 443.

8. Палагин В.В. Адаптация моментного критерия качества для многоальтернативной проверки гипотез при спользовании полиномиальных решающих правил / В.В. Палагин // Электронное моделирование. – 2010. – Т.32, №4. – С. 17 – 33.

9. Палагін В.В. Нелінійні алгоритми виявлення радіосигналів на тлі адитивно–мультиплікативних негаусівських завад / В.В. Палагін // Східноєвропейський журнал передових технологій. – 2012. – № 6/11(60) . – С. 23-28.

References

1. Van Trees H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory. – Part IV: Optimum Array Processing. John Wiley, 2002. — 1470 pp.

2. Tuzlukov V. P. Signal Processing Noise. – USA, Florida: CRC Press LLC, 2002. – 688 p.

3. Vasilev K.K. Matematicheskoe modelirovanie sistem svyazi: uchebnoe posobie / K.K. Vasilev, M.N. Sluzhivyiy.- Ulyanovsk: UlGTU, 2008. — 170 s.

4. Gorodetskiy A.Ya. Informatsionnyie sistemyi. Veroyatnostnyie modeli i statisticheskie resheniya: ucheb.posobie / A.Ya. Gorodetskiy — SPb: Izd-vo SPbGPU, 2003. — 326 s.

5. Malahov A.N. Kumulyantnyiy analiz negaussovyih protsessov i ih preobrazovaniy. – M.: Sov. Radio, 1978. – 376 s.

6. Kunchenko Y. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables. —Germany, Aachen: Shaker Verlag, 2002. —396 p.

7. Kunchenko Yu.P. Razrabotka nelineynyih obnaruzhiteley signalov pri negaussovyih pomehah, optimalnyih po dispersionnyih kriteriyam. / Kunchenko Yu.P., Palagin V.V., Martyinenko S.S.// Tr. 2-y mezhdunar. konf. po radiosvyazi, zvukovomu i televiz. veschaniyu (UkrTelekom-95). – Odessa, 1995. – S. 440 – 443.

8. Palahin V.V. Adaptatsiya momentnogo kriteriya kachestva dlya mnogoalternativnoy proverki gipotez pri spolzovanii polinomialnyih reshayuschih pravil / Palagin V.V.// Elektronnoe modelirovanie – 2010. – T.32. №4. – S. 17 – 33.

9. Palahin V.V. Neliniini alhorytmy vyiavlennia radiosyhnaliv na tli adytyvno–multyplikatyvnykh nehausivskykh zavad / Palahin V.V. // Skhidnoievropeiskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii. – 2012 # 6/11(60) - S.23-28.

Рецензія/Peer review : 18.5.2015 р. Надрукована/Printed : 13.5.2015 р.
Стаття прорецензована редакційною колегією