УДК 004.942

Т.Б. МАРТИНЮК, А.В. КОЖЕМ'ЯКО
Вінницький національний технічний університет
Л.М. КУПЕРШТЕЙН
Вінницький фінансово-економічний університет

ВЛАСТИВОСТІ МАТРИЦІ ЕЛЕМЕНТІВ ДИСКРИМІНАНТНИХ ФУНКЦІЙ

В роботі розглянуто властивості матриці елементів дискримінантних функцій, що визначають стохастичний характер оброблення елементів матриці за різницевими зрізами.

Ключові слова: класифікація образів, дискримінантна функція, регресійний аналіз.

T.B. MARTYNIUK, A.V. KOZHEMIAKO
Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine
L.M. KUPERSHTEIN
Vinnytsia Financial Economical University, Vinnytsia, Ukraine

THE PROPERTIES OF MATRIX ELEMENTS OF DISCRIMINANT FUNCTIONS

Abstract – The aim of this work is determining the temporal correlations in generally of difference cuts processing as mathematical dependence in view of *the matrix elements dimension of discriminant functions.The difference cuts processing applying to processing such matrix elements adduct to the need regression analysis applying to determine the dependence of the maximum number of processing cycles N_{max} from the matrix demention (mxn).Typical properties of the matrix elements of discriminant functions, that are used in the pattern classification, include a stochastic difference cuts processing of matrix elements and dependence of temporal characteristics of the process on the dimension of the matrix (mxn) largely and the ratio between the values m and n.*

Key words: pattern classification, discriminant function, regression analysis.

Вступ

Для класифікації образів, наприклад, при медичному діагностуванні [1], широко застосовують дискримінантний аналіз через можливість використання лінійних розподільчих функцій в ознаковому просторі між класами [2]. В цьому випадку класифікація образів виконується визначенням максимуму l-ої дискримінантної функції (ДФ), що відповідає l-му класу, до якого належить довільний вектор спостережень [2]. Але цей метод має суттєвий недолік через значний об'єм розрахунків значень лінійних ДФ та визначення максимальної серед них [1].

Разом з тим в роботах [3, 4] запропоновано новий підхід до оброблення елементів ДФ, що дозволяє, не обчислюючи значень ДФ, визначити максимальну серед них. Цей підхід використовує різницево-зрізовий (РЗ) принцип оброблення, розповсюджений на двовимірні (матричні) масиви даних [3]. Фактично, такий спосіб оброблення елементів ДФ у вигляді матриці представляє собою відсортування значень ДФ від мінімальної до максимальної, тобто дозволяє виконати їх ранжування [5]. Оскільки процес сортування має стохастичний характер, то визначення у загальному вигляді максимального значення тривалості цього процесу особливо при обробленні матричних масивів даних представляє певні труднощі.

Отже, метою даної роботи є визначення часових співвідношень процесу оброблення за різницевими зрізами (РЗ) у загальному вигляді як математичних залежностей з врахуванням розмірності матриці елементів ДФ.

Постановка задачі

Використання різницево-зрізового оброблення двовимірних масивів даних передбачає формування початкової матриці $\boldsymbol{A}^0$ з елементів відповідних ДФ $g_i(X)$ вигляду [3]:

$$g_i(X) = w_{i1}x_1 + w_{i2}x_2 + ... + w_{in}x_n\,, \tag{1}$$

де $X = \{x_1, ..., x_n\}$ - вхідний вектор ознак образу;

w_{ij} - ваговий коефіцієнт входження j-го компонента x_j в i-й клас C_{ij}; $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$.

Якщо кожний доданок ДФ $g_i(X)$ позначити як

$$a^0_{ij} = w_{ij} \cdot x_j\,, \tag{2}$$

то ці доданки a^0_{ij} відповідають елементам матриці $\boldsymbol{A}^0$ таким чином:

$$\boldsymbol{A}^0 = \begin{pmatrix} a^0_{11} & a^0_{12} & ... & a^0_{1n} \\ a^0_{21} & a^0_{22} & ... & a^0_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ a^0_{m1} & a^0_{m2} & ... & a^0_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^0_1 \\ A^0_2 \\ ... \\ A^0_m \end{pmatrix}, \tag{3}$$

тобто елементи кожного рядка A^0_i матриці $\boldsymbol{A}^0$ (3) відповідають доданкам ДФ $g_i(X)$ (1). Як відомо, операція підсумовування вигляду (1) має властивості асоціативності і комутативності, тому однойменні елементи у стовпцях матриці $\boldsymbol{A}^0$ можна зменшувати на певну величину, а самі елементи у рядках зсувати праворуч або ліворуч.

Таким чином, можна паралельно по всіх стовпцях матриці $\boldsymbol{A}^0$ вилучити відповідний мінімальний елемент, що приведе до появи хоча б одного нульового елемента у кожному стовпці. Потім нульові елементи можна перемістити з обміном у крайню праву вільну позицію у кожному рядку матриці $\boldsymbol{A}^0$. Ці дії – вилучення мінімального елемента у кожному стовпці і транспозиція нульових елементів у кожному рядку матриці – виконуються циклічно до моменту отримання першого нульового рядка у поточній матриці $\boldsymbol{A}^t$, $t=\overline{1,N}$, де N - кількість циклів оброблення. Це свідчить про визначення мінімальної за значенням ДФ $g_i(X)$, якій присвоюється найменший перший ранг. Цей процес продовжується циклічно до моменту отримання останнього нульового рядка $A^N{}_l$ у матриці $\boldsymbol{A}^N$, який має максимальний m-й ранг, а номер l-го рядка вказує на l-й клас, до якого належить вхідний образ, заданий вектором ознак X.

В роботі [6] було виконано імітаційне моделювання, що дозволило з використанням регресійного аналізу визначити математичні залежності для часових параметрів максимальної кількості циклів двовимірного оброблення за РЗ у вигляді:

$$N_{max}=\frac{mn}{2}+1, \tag{4}$$

оскільки коефіцієнти лінійної регресії дорівнюють a_1 = 0,505 , a_0 = 1,141.

Мінімальна кількість циклів при цьому складає

$$N_{min}=m, \tag{5}$$

що відповідає випадку, коли поступово обнулюється рядок матриці за кожний цикл оброблення.

Разом з тим у роботі [6] не було отримано математичних залежностей для трьох можливих варіантів співвідношення розмірності матриці: $m=n$, $m<n$, $m>n$, що представляє інтерес при попередньому оцінювання часових витрат при обробленні матриць певної розмірності.

Використання регресійного аналізу для обчислення часових залежностей

Позначивши розмірність матриці (mxn) як аргумент x, а величину N_{max} як y, можна використати лінійну регресію вигляду [7]:

$$y=f(x)=a_0+a_1x. \tag{6}$$

Задача регресійного аналізу в даному випадку полягає у знаходженні параметрів a_0, a_1 з виразу (6), що дозволяє встановити функціональну залежність $y(x)$ за результатами вимірів (x_i, y_i), $i=\overline{1,k}$, де k - кількість експериментів. Експериментальні дані (x_i, y_i) в даній роботі отримано у результаті розгляду конкретних варіантів оброблення за РЗ матриць елементів ДФ певної розмірності. Для обчислення коефіцієнтів лінійної регресії використовується широко відомий метод найменших квадратів, для чого у середовищі математичного пакету MathCad 2000 передбачено відповідні функції *intercept*(x, y) і *slope*(x, y) [7].

ORIGIN:= 0

$$G := \begin{pmatrix} 12 & 15 & 18 & 20 & 21 & 24 & 28 & 32 \\ 7 & 8 & 8 & 11 & 9 & 12 & 13 & 13 \end{pmatrix}$$

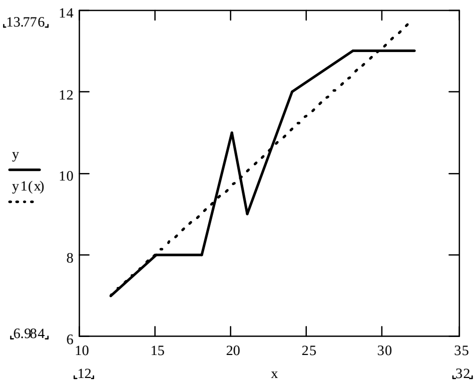
$F := G^T$ $N := 8$ $x := F^{\langle 0 \rangle}$ $y := F^{\langle 1 \rangle}$ $i := 1..N$

a0 := intercept(x, y)   a0 = 2.908

a1 := slope(x, y)   a1 = 0.34

y1(x) := a0 + a1·x

а)



б)

Рис. 1. Результати імітаційного моделювання при $m<n$

ORIGIN:= 0

$$G := \begin{pmatrix} 8 & 10 & 12 & 15 & 18 & 20 & 24 & 30 \\ 7 & 9 & 9 & 12 & 15 & 14 & 18 & 20 \end{pmatrix}$$

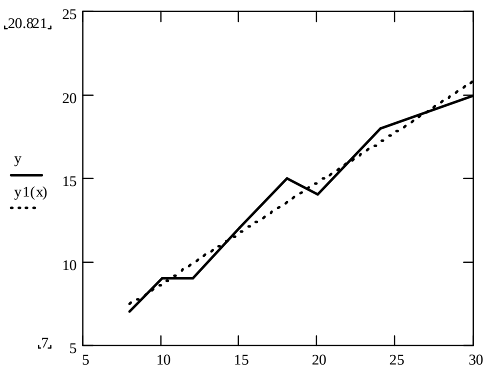
$F := G^T$ $N := 8$ $x := F^{\langle 0 \rangle}$ $y := F^{\langle 1 \rangle}$ $i := 1..N$

a0 := intercept(x, y)   a0 = 2.598

a1 := slope(x, y)   a1 = 0.607

y1(x) := a0 + a1·x

а)



б)

Рис. 2. Результати імітаційного моделювання при $m>n$

$$\mathrm{ORIGIN} := 0$$

$$G := \begin{pmatrix} 4 & 9 & 16 & 25 & 36 & 49 & 64 & 81 & 100 \\ 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & 28 & 36 & 45 & 55 \end{pmatrix}$$

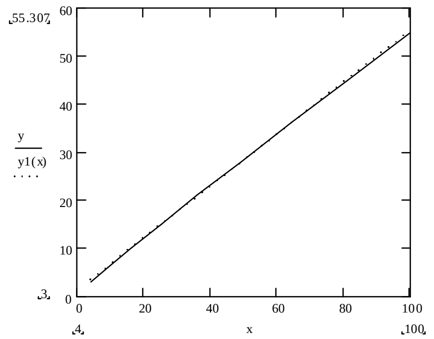
$$F := G^{T} \quad N := 9 \quad x := F^{\langle 0 \rangle} \quad y := F^{\langle 1 \rangle} \quad i := 1..\,N$$

$$a0 := \mathrm{intercept}(x, y) \quad a0 = 1.283$$

$$a1 := \mathrm{slope}(x, y) \quad a1 = 0.54$$

$$y1(x) := a0 + a1 \cdot x$$

а)



б)

Рис. 3. Результати імітаційного моделювання при $m = n$

В даній роботі проведено три варіанти імітаційного моделювання у середовищі MathCad 2000 відповідно для таких співвідношень розмірності матриці $\boldsymbol{A}^0$ елементів ДФ: а) $m<n$; б) $m>n$; в) $m = n$. На рисунках 1,а–3,а наведено фрагмент робочого документа MathCad, який містить відповідну таблицю експериментальних даних G та результати обчислення коефіцієнтів лінійної регресії a_0, a_1 . На рисунках 1,б–3,б показано відповідний графік, що відображає залежність $y = f(x)$ для наведених даних G.

Аналіз отриманих результатів на рисунках 1,б–3,б показав, що найбільш наближенимИ до лінійного є графіки на рисунку 3,б для квадратної матриці ($m = n$). При цьому коефіцієнти дорівнюють a_1 = 0,54, a_0 = 1,283, що відповідає визначеній раніше залежності (4). Найбільші відхилення від лінійного вигляду у графіків на рисунках 1,б і 2,б для співвідношення $m < n$, $m > n$ з коефіцієнтами відповідно a_1 = 0,34, a_0 = 2,908 і a_1 = 0,607, a_0 = 2,598. Це пов'язано із невідповідністю кількості рядків і стовпців матриці, що обробляються у кожному циклі.

Висновок

До характерних властивостей матриці елементів ДФ, що використовуються в процесі класифікації образів, можна віднести як стохастичний вигляд процесу оброблення за РЗ елементів матриці, так і залежність часових характеристик процесу в значній мірі від розмірності матриці (m x n) та від співвідношення між величинами m і n.

Література

1. Юнкеров В. И. Математико-статистическая обработка данных медицинских исследований / В. И. Юнкеров, С. Г. Григорьев. – СПб.: ВМедА, 2002. − 266с.

2. Дискриминантные функции для классификации многомерных объектов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://masters.donutu.edy.ua/2005/kita/ kapustino/library/discr-an2.htm

3. Мартынюк Т. Б. Классификатор биомедицинских сигналов / Т. Б. Мартынюк, А. Г. Буда, В. В. Хомюк, А. В. Кожемяко, Л. М. Куперштейн // Искусственный интеллект. – 2010. − №3. – С. 88-95.

4. Martyniuk T. B., Kupershtein L. M., Kozhemiako A. V. etc. Applications of discriminant analysis methods in medical diagnostics. Optical Fibers and Their Applications, 2012. Proceedings of the SPIE, V.8698, article id.86980 G, 4pp.(2013). Doi: 10.1117/12. 2019733.

5. Мартинюк Т. Б. Моделювання процесу ранжування значень дискримінантних функцій / Т.Б. Мартинюк, А.В. Медвідь, О.М. Гуцол // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – №5. – С .74-80.

6. Мартинюк Т.Б. Особливості паралельно-позрізового оброблення елементів матриць для класифікації об'єктів / Т.Б. Мартинюк, А.В. Кожем'яко, А.В. Мельник // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2013. − №2(26). – С. 28-33.

7. Плис А.И. MathCad 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров : учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 656с.

References

1. Yunkerov V. I., Grigoriev S.G. Matematiko-statisticheskaya obrabotka dannyh meditsinskih issledovaniy. Sankt-Peterburg, VMedA, 2002, 226 p.

2. Diskriminantnyie funktsii dlya klassifikatsii mnogomernyih ob'ektov [Elektronniy resurs]. – Rezhim dostupu: http://masters.donutu.edy.ua/2005/kita/ kapustino/library/discr-an2.htm

3. Martyniuk T. B., Buda A. G., Homjuk V. V., Kozhemiako A. V., Kupershtein L. M. Klassifikator biomeditsinskih signalov, *Iskusstvennyj intellekt*, 2010, No 3, pp.88-95.

4. Martyniuk T. B., Kupershtein L. M., Kozhemiako A. V. etc. Applications of discriminant analysis methods in medical diagnostics, *Optical Fibers and Their Applications*, 2012. Proceedings of the SPIE, V.8698, article id.86980 G, 4pp.(2013). Doi: 10.1117/12. 2019733.

5. Martyniuk T. B., Medvid A.V., Hutsol O.M. Modeliuvannia protsesu ranzhuvannia znachen dyskryminantnyh funktsii, *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*. 2013. No5, pp. 74-80.

6. Martyniuk T. B., Kozhemiako A. V., Mel`nyk A. V. Osoblyvosti paralel`no-pozrizovogo obroblennya elementiv matryts` dlya klasyfikacii obiektiv, *Optyko-elektroni informatsiyno-energetychni tehnologii*, 2013, Vol. 2(26). pp. 28-33.

7. Plis A.I., Slivina N.A. MathCad 2000. Matematicheskiy praktikum dlya ekonomistov i inzhenerov, Moskva, Finansy i statistika, 2000, 656 p.

Рецензія/Peer review : 5.5.2015 р. Надрукована/Printed :15.5.2015 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Дубовой В.М.