

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОДНОФАЗОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА ЯК ГРУПОВОГО ЕЛЕМЕНТА В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІЙ СИСТЕМІ

Наведено обґрунтування необхідності підвищення повноти та вірогідності моделювання процесів в енергосистемах. Представлена модель однофазного трансформатора як одного з основних елементів енергосистеми.

Ключові слова: математична модель, однофазовий трансформатор, електроенергетична система, рівняння, аварія.

O.L. SHPAK

Public Joint Stock Company "Khmelnyskoblenergo"

MATHEMATICAL MODEL OF SINGLE-PHASE TRANSFORMER AS A GROUP ELEMENT IN THE ELECTRIC POWER SYSTEM

The reasoning for the need to improve the completeness and accuracy of modelling of processes in power systems was grounded by the author. A model of single-phase transformer as one of the main elements of the power system was presented in the article. The proposed model is more accurate and has higher performance in comparison with existing ones. This form of transformer is the most convenient in describing it as an element of complex energy system.

Keywords: mathematical model, single-phase transformer, electric power system, equation, accident.

Статистичні дані [1, 2] свідчать про те, що близько 50% важких аварій в електроенергетичних системах (ЕЕС) відбувається через неправильні дії диспетчерського персоналу, релейного захисту, технологічної та протиаварійної автоматики, головною причиною котрих є використання під час проектування, пусконаладжень і експлуатації недостатньо повної і достовірної інформації про нормальні та особливо аварійні процеси ЕЕС.

Специфіка ЕЕС практично виключає можливість отримання цієї інформації натурним шляхом, а складність сучасних ЕЕС стає перешкодою для їх фізичного моделювання. Тому основним джерелом отримання інформації про різноманітні нормальні і аварійні процеси в ЕЕС є математичне моделювання. Можливості й ефективність цього інструментарію визначаються в основному двома факторами: наявністю достатньо точних математичних моделей для всіх видів і типів обладнання і засобів, які здатні надійно і ефективно розв'язувати системи рівнянь, утворені цими моделями.

Висока аварійність і ЕЕС свідчить про те, що існуюча реалізація цих факторів не забезпечує для її зниження необхідного рівня достовірності математичного моделювання для ефективного диспетчерського управління його оперативності.

Детально ці фактори проаналізовано в [3–5], з яких випливає насущна необхідність і актуальність подальшого розвитку обох цих факторів. Очевидно також, що логічно першочерговою є побудова математичних моделей.

Невід'ємними і значущими елементами перетворення і розподілу електроенергії є трансформатори, вони справляють суттєвий вплив на процеси в ЕЕС в цілому. Тому для досягнення необхідної повноти і достовірності відтворення процесів у ЕЕС їх математична модель повинна мати високу точність і враховувати конструктивні особливості, які визначаються кількістю фаз, обмоток та типом магнітопровода. Найпоширенішими є одно- та трифазні трансформатори, які можуть мати одну або декілька вихідних обмоток.

Розглянемо математичну модель однофазного двообмоткового трансформатора. При виведенні рівнянь стану будемо вважати, що параметри вторинної обмотки наведені за числом витків до первинної. Це означає, що число витків у рівняннях стану фігурувати не буде.

Рівняння первинної і вторинної обмоток згідно з другим законом Кірхгофа мають вигляд

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = u_1 - r_1 i_1, \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -L \frac{di_2}{dt} - (r_2 + R_H) i_2, \quad (1)$$

де $\Psi_1, \Psi_2, i_1, i_2, r_1, r_2$ – повні потокозчеплення, струми та опори обмоток трансформатора; u_1 – напруга живлення. Тут індекси 1 і 2 вказують на причетність до первинної та вторинної обмоток.

Повні потокозчеплення представимо сумою

$$\Psi_1 = \Psi_{\sigma 1} + \Psi, \quad \Psi_2 = \Psi_{\sigma 2} + \Psi, \quad (2)$$

де $\Psi_{\sigma 1}, \Psi_{\sigma 2}$ – потокозчеплення розсіяння обмоток; Ψ – робоче або основне потокозчеплення.

Лінійність зв'язку між потокозчепленнями розсіяння і відповідними їм струмами обумовлена лінійними середовищами, за якими вони замикаються, тому

$$\Psi_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} i_1 = i_1 / \alpha_1, \quad \Psi_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} i_2 = i_2 / \alpha_2, \quad (3)$$

де $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ – індуктивності розсіяння обмоток, а α_1, α_2 – обернені їм величини.
Підставимо (3) в (2)

$$\Psi_1 = i_1 / \alpha_1 + \Psi, \quad \Psi_2 = i_2 / \alpha_2 + \Psi. \quad (4)$$

Рівняння струмів згідно з (4) набудуть вигляду

$$i_1 = \alpha_1 (\Psi_1 - \Psi), \quad i_2 = \alpha_2 (\Psi_2 - \Psi). \quad (5)$$

Для другого рівняння системи (1) введемо позначення

$$\frac{d\Psi_1'}{dt} = -r_2 i_2, \quad (6)$$

тоді друге рівняння стане

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{d\Psi_2'}{dt} - L \frac{di_2}{dt}. \quad (7)$$

Продиференціюємо (5) за часом і в отриманий результат підставимо (7). Отримаємо

$$\frac{di_1}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right), \quad (8)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \alpha_2 \left(\frac{d\Psi_2'}{dt} - L \frac{di_2}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right). \quad (9)$$

Розв'язок (9) відносно похідної струму i_2 буде такий

$$\frac{di_2}{dt} = \alpha_2' \left(\frac{d\Psi_2'}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right), \quad (10)$$

де

$$\alpha_2' = \alpha_2 / (1 + \alpha_2 L), \quad (11)$$

Криву намагнічування осердя трансформатора, тобто залежність функцій робочого потокозчеплення $\varphi(\Psi)$ від струмів i_1, i_2 , подамо у вигляді

$$\varphi(\Psi) = i_1 + i_2. \quad (12)$$

Продиференціюємо вираз (12) за часом і в отриманий результат підставимо (8), (10)

$$\alpha'' \frac{d\Psi}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right) + \alpha_2' \left(\frac{d\Psi_2'}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \right). \quad (13)$$

Тут α'' – величина, обернена диференціальній індуктивності трансформатора, яку визначаємо за кривою намагнічування

$$\alpha'' = \frac{d\varphi(\Psi)}{d\Psi} = \alpha''(\Psi). \quad (14)$$

Вираз для похідної основного потокозчеплення, розв'язавши відносно неї (13):

$$\frac{d\Psi}{dt} g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + g_2 \frac{d\Psi_2'}{dt}, \quad (15)$$

де

$$g_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha'' + \alpha_1 + \alpha_2'}, \quad g_2 = \frac{\alpha_2'}{\alpha'' + \alpha_1 + \alpha_2'}. \quad (16)$$

Підставивши (15) в (8), (10), отримаємо

$$\frac{di_1}{dt} = \alpha_1 \left(\frac{d\Psi_1}{dt} - g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} - g_2 \frac{d\Psi_2'}{dt} \right), \quad (17)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \alpha_2' \left(\frac{d\Psi_2'}{dt} - g_1 \frac{d\Psi_1}{dt} - g_2 \frac{d\Psi_2'}{dt} \right). \quad (18)$$

Після нескладних перетворень рівня похідних струмів набудуть вигляду

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_2'}{dt}, \quad (19)$$

$$\frac{di_2}{dt} = a_{21} \frac{d\Psi_1}{dt} + a_{22} \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad (20)$$

де

$$a_{11} = \alpha_1(1 - g_1), a_{12} = -\alpha_1 g_2, a_{21} = -\alpha_2' g_1, a_{22} = \alpha_2'(1 - g_2), \quad (21)$$

Підставимо похідні потокозчеплень з першого рівняння системи (1) і (6) отримаємо остаточний вигляд рівнянь, які є математичною моделлю трансформатора

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11}(u_1 - r_1 i_1) - a_{12} r_2 i_2, \quad (22)$$

$$\frac{di_2}{dt} = a_{21}(u_1 - r_1 i_1) - a_{22} r_2 i_2. \quad (23)$$

Висновок. Рівняння (22), (23) розв'язані відносно похідних струмів, тобто представлені в нормальній формі Коші. Виключення необхідності виконання самої трудомісткої операції чисельного інтегрування диференціальних рівнянь – обертання матриці коефіцієнтів означає, що запропонована модель є більше точною і має вищу швидкодю у порівнянні з існуючими. Така форма моделі трансформатора є найбільш зручною під час описування його як елемента складної енергетичної системи.

Література

1. Скопинцев В. А. Анализ и прогноз аварийности в электроэнергетических системах / В. А. Скопинцев, Ю. В. Морошкин // Электричество. – 1997. – № 11. – С. 2–8.
2. Управление мощными энергообъединениями / под ред. С. А. Савалова. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 256 с.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие / Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. мет., 1987. – 600 с.
4. Бабушка И. Численные процессы решения дифференциальных уравнений / Бабушка И., Витасек Э., Пракер М. ; пер. с англ. / под ред. Г. И. Марчука. – М. : Мир, 1969. – 368 с.
5. Погосян Т. А. Погрешность расчетов электромеханических переходных процессов в электрических системах / Т. А. Погосян // Электричество. – 1984. – № 3. – С. 54–56.

References

1. V. A. Skopincev, Yu. V. Moroshkin, Analiz i prognoz avarijnosti v elektroenergeticheskix sistemax, Elektrichestvo. 1997. Issue 11. P. 2–8.
2. Upravlenie moshhnyimi enerhoob'edineniyami / pod red. S. A. Sovalova. M. : Energoatomizdat, 1984. 256 p.
3. N. S. Baxvalov, N. P. Zhydkov, H. M. Kobelkov, Chislennyye metody: ucheb. posobie, M.: Nauka. Hl. red. fiz.-mat. met., 1987. 600 p.
4. I. Babushka, E. Vytasek, M. Praker, Chislennyye procesy resheniya dyfferentsialnyx uravneniy, per. s angl. pod red. H. Y. Marchuka. M. : Mir, 1969. 368 p.
5. T. A. Pohosyan, Pogreshnost raschetov elektromexanicheskix perexodnyx processov v elektricheskix systemax, Elektrichestvo. 1984. Issue 3. P. 54–56.

Рецензія/Peer review : 20.8.2015 р.

Надрукована/Printed :28.6.2015 р.

Стаття рецензована редакційною колегією