

пусковому моменту електродвигуна (моменту відцентрової фрикційної муфти) при обох швидкісних режимах його роботи, що призводить до зниження динамічних навантажень в приводі.

Висновки

Аналізуючи результати досліджень, можемо зробити наступні висновки:

- запропонований метод динамічного аналізу привода машин, зокрема машин і апаратів легкої промисловості, дозволяє оперативнo вирішувати питання знаходження динамічних навантажень, що виникають в приводі під час пуску;
- з метою зниження пускових динамічних навантажень машин, як показує аналіз, найбільш доцільним є зниження пускового моменту електродвигуна;
- зниження пускового моменту електродвигуна може бути досягнуто шляхом використання в складі привода машини відцентрової фрикційної муфти;
- встановлено, що використання в приводі в'язальних машин типу КО відцентрової фрикційної муфти дозволяє знизити динамічні навантаження, що виникають під час пуску, в 2,73 разу.

Література

1. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / Голубенцев А.Н. – М. : Машгиз, 1959. – 306 с.
2. Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / Кожевников С.Н. – К. : Наукова думка, 1986. – 288 с.
3. Хомяк О.Н., Пипа Б.Ф. Повышение эффективности работы вязальных машин / О.Н. Хомяк, Б.Ф. Пипа. – М. : Легпромбытиздат, 1990. – 208 с.
4. Поляков В.С. Справочник по муфтам / Поляков В.С., Барабаш И.Д., Ряховский О.А. – 2-е изд. – Л. : Машиностроение, 1979. – 351 с.
5. Пипа Б.Ф. Приводи в'язальних машин і автоматів з пристроями зниження динамічних навантажень / Пипа Б.Ф., Чабан О.В., Музичишин С.В. – К. : КНУТД, 2015. – 280 с.

Рецензія/Peer review : 11.11.2015 р.

Надрукована/Printed : 4.12.2015 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Сорокати́й Р.В.

УДК 681.5.015.63:539.4.019:621.319.4

А.В. ГОРОШКО

Хмельницький національний університет

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГОЛОВНИХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ УСІЧЕНОЇ ОЦІНКИ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТІВ РОТОРА

Показана актуальність проблеми ідентифікації ексцентриситетів для ротора авіадвигуна. Запропоновано використання методу головних компонент для усіченої оцінки найменших квадратів в розв'язанні некоректно поставленої оберненої задачі ідентифікації ексцентриситетів за експериментально визначеними прогинами ротора і статичними коефіцієнтами впливу. Продемонстрована ефективність методу усічених оцінок в задачі визначення ексцентриситетів ротора компресора авіадвигуна АІ-20 для п'ятимасової моделі в порівнянні з методом найменших квадратів.

Ключові слова: метод головних компонент, усічена оцінка, авіадвигун АІ-20, ексцентриситети, обернена задача, метод найменших квадратів

ANDRII VOLODYMYROVYCH GOROSHKO

Khmelnitsky National University

APPLICATION OF PRINCIPAL COMPONENT FOR TRUNCATED EVALUATION LEAST SQUARES TO SOLVE THE INVERSE PROBLEM IDENTIFICATION ROTOR ECCENTRICITY

Abstract - Shown relevance of identifying eccentricities for rotor aircraft engine. The use of the method of principal component truncated least squares estimation in solving ill-posed inverse problem for identification eccentricities experimentally determined deflections of the rotor and static factors of influence. The effectiveness of the method of truncated ratings the problem of determining eccentricities compressor rotor aircraft engine AI-20 for 5-mass model compared with the method of least squares.

Keywords: principal components method, truncated assessment, aircraft engine AI-20, eccentricities, inverse problem, method of least squares.

Вступ

Газотурбінні двигуни (ГТД) є відповідальними конструкціями, що застосовуються в авіації (рис. 1). Досвід їх проектування, виробництва і експлуатації виявив цілу низку проблем міцності і надійності цих конструкцій, зокрема перевищення ротором допустимих за ТУ вібрацій.

Ротор компресора газотурбінного двигуна (ГТД) АІ-20 дисково-барабанного типу містить десять

окремих дисків, які несуть на своїх вінцях робочі лопатки, задній вал ротора і лабіринти ущільнення вузлів заднього і переднього підшипника (рис. 2).

Крутний момент турбіни сприймається шліцами заднього валу і від диску до диску передається радіальним штифтам, розташованим в пазах під лопатками. Диски компресора сполучаються один з одним напрусуванням по посадковим поясам із заданим натягом. Всі диски і задній вал компресора після механічної обробки піддаються статичному балансуванню в динамічному режимі, а зібраний ротор компресора – динамічному балансуванню до залишкового дисбалансу 5 г·см на кожну опору. При складанні машини передній підшипник ротора монтується у лобовому картері, а задній – у корпусі камери згорання. Цими вузлами і визначається носкість опор ротора.

Ротор компресора дисково-барабанного типу містить десять окремих дисків, які несуть на своїх вінцях робочі лопатки, задній вал ротора і лабіринти ущільнення вузлів заднього і переднього підшипника (рис. 2). Всі диски і задній вал компресора після механічної обробки піддаються статичному балансуванню в динамічному режимі, а зібраний ротор компресора – динамічному балансуванню до залишкового дисбалансу 5 г·см на кожну опору.

В процесі експлуатації двигунів АИ-20 і при проведенні тривалих випробувань на стендах були знайдені такі дефекти, як погнутість заднього вала, поломки штифтового з'єднання ротора компресора, головним чином, у зчленуванні заднього вала з десятим ступенем ротора, а також низка дефектів по корпусу камери згорання. Причинами дефектів були вібрації двигуна.

Постановка проблеми

Для зменшення вібрацій двигуна необхідно знати ексцентриситети вала. Одним із способів їх ідентифікації є розв'язання бази експериментальних даних матричного рівняння

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}(\mathbf{Y} + \mathbf{e})\omega^2, \quad (1)$$

де $\mathbf{Y} = [y_i]_{1 \times n}$, $\mathbf{e} = [e_i]_{1 \times n}$, $\mathbf{A} = [a_{ik}]_1^n$. Тут координатами вектора \mathbf{Y} є прогини вала ротора в місцях посадки дисків, вектора \mathbf{e} – ексцентриситети цих дисків, а елементи матриці \mathbf{A} являють собою добуток статичних коефіцієнтів впливу на маси відповідних дисків.

Перетворимо (1) до вигляду

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{A}\omega^2}{1 - \mathbf{A}\omega^2} \mathbf{e}. \quad (2)$$

Поклавши $\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{A}\omega^2}{1 - \mathbf{A}\omega^2}$, приходимо до розв'язання лінійної некоректно-поставленої оберненої задачі типу

$$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{e}. \quad (3)$$

Внаслідок того, що обумовленість $\text{cond}(\hat{\mathbf{A}})$ як правило велика, а елементи вектора \mathbf{Y} вимірюються з похибками, задача ідентифікації ексцентриситетів ротора типу (1) не може бути розв'язана на практиці, оскільки її розв'язки будуть хибними. Отже, актуальною проблемою на шляху розв'язання вказаної оберненої задачі є подолання нестійкості її розв'язків, викликаною поганою обумовленістю матриці $\hat{\mathbf{A}}$. Задача буде некоректною і її розв'язок нестійким з тієї причини, що маленькі похибки в \mathbf{Y} будуть набагато збільшені у розв'язку \mathbf{X} [1, 2].

В роботах [3, 4] показано, що для забезпечення стійкості розв'язків необхідно застосовувати багатократні вимірювання, що є по суті застосуванням методу найменших квадратів (МНК). Збільшуючи кількість вимірювань, можна зменшити похибку вимірювань (рис. 3). Але на практиці безмежно підвищувати таким способом точність вимірювання не вдається, оскільки рано чи пізно визначальним стає не розсіювання середнього арифметичного, а брак інформації (що виражається, наприклад, у незнанні точного значення поправок і т. п.). Накопичувати експериментальні дані і зменшувати за рахунок цього стандартне відхилення середнього арифметичного має сенс лише до тих пір, поки за умовою ним не можна знехтувати у порівнянні з аналогом середнього квадратичного відхилення, яке враховує дефіцит інформації. Точність багаторазового вимірювання, отже, обмежується дефіцитом інформації, що і викликає систематичну похибку.

Отже, незважаючи на те, що оцінка найменших квадратів (ОНК) – незміщена оцінка, вона є нестійкою, і для системи лінійних алгебраїчних рівнянь з великими числами обумовленості МНК малоефективний. Причиною нестійкості є величезна дисперсія ОНК. Як зазначають автори [5], при розв'язанні оберненої задачі функція правдоподібності має застосовуватись лише як попередній інструмент. Замість цього слід опиратись на деяку не комунікативну статистику, яка б брала до уваги систематичні відхилення порівнюваних випадкових послідовностей.

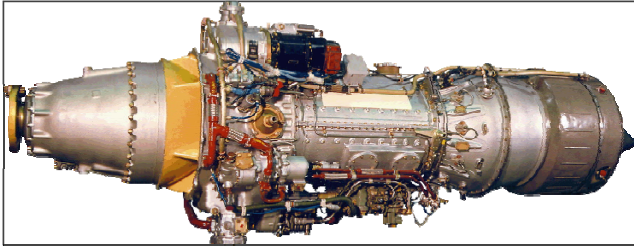


Рис. 1. Газотурбінний авіаційний двигун АІ-20



Рис. 2. Зовнішній вигляд ротора компресора газотурбінного двигуна АІ-20

Опис теоретичних досліджень

Для розв'язання оберненої задачі визначення ексцентриситетів ротора пропонується застосувати до ОНК лінійну фільтрацію. Суть фільтрації, як одного із методів регуляризації, полягає у тому, щоб свідомо піти на деяке зміщення отриманої оцінки, при цьому істотно зменшивши її розсіяння. Отже, необхідно знайти таку оцінку, зміщення якої ще прийнятне, а дисперсія – значно менша, ніж у ОНК. З метою фільтрації пропонується застосувати стиснення інформації і одержання усіченої оцінки (*truncated estimate*). Для цього пропонується використати відомий із статистики і багатомірного аналізу метод стиснення даних – метод головних компонент (*PCA*) [5].

Нехай замість (3) розв'язується

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{Y} + \Delta\mathbf{Y}, \quad (4)$$

де \mathbf{Y} – істинне значення, $\Delta\mathbf{Y}$ – вектор значень «шуму», компоненти якого розподілені нормально $\Delta y_i \sim N(0, \sigma_i)$. Тоді $\Delta\mathbf{Y}$ є багатомірною нормальною величиною з нульовим середнім $\langle \Delta\mathbf{Y} \rangle = 0$ і коваріаційною матрицею $\Sigma = \text{cov}(\Delta\mathbf{Y})$.

Як відомо, одну із важливіших ролей у аналізі формування нестійкості розв'язків лінійних обернених задач відіграє матриця Фішера \mathbf{I} , оскільки дорівнює оберненій коваріаційній матриці ОНК $\mathbf{\Omega} = \mathbf{I}^{-1}$. Матриця Фішера для ОНК оцінки моделі (4) може бути знайдена за формулою

$$\mathbf{I} = \mathbf{A}^T \Sigma^{-1} \mathbf{A},$$

де коваріаційна матриця «шуму» знаходиться як $\Sigma = (\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}})$, або за формулою

$$\mathbf{I} = \left((\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^T (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \right)^{-1},$$

де $\bar{\mathbf{X}}$ – ОНК.

Отримаємо спектральне представлення інформаційної матриці Фішера у вигляді

$$\mathbf{I} = \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{V}^T, \quad \mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_n > 0, \quad (5)$$

де $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ – власні значення матриці Фішера, \mathbf{V} – ортогональна матриця, стовпці якої $(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_n)$ задають напрями головних осей еліпсоїдальної області допустимих оцінок некоректно поставленої задачі (1) [5]. В той час ОНК розкладається за системою власних векторів матриці Фішера як

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{p}}, \quad (6)$$

де $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n$ – головні компоненти ОНК. Це компоненти $\hat{\mathbf{X}}$ в системі координат, яка повернута відносно початкової таким чином, щоб координатні вісі стали паралельні головним осям еліпсоїда розсіяння ОНК.

Як відомо [5], слід коваріаційної матриці ОНК дорівнює сумі її власних значень

$$\text{tr}(\mathbf{\Omega}) = \sum_{i=1}^n \langle (\hat{x}_i - x_i)^2 \rangle = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{-1}.$$

Звідси видно, що сумарне відхилення ОНК від істинного об'єкта визначається спектром матриці \mathbf{I} . Найбільший внесок у сумарне відхилення вносять найменші власні значення, тобто «хвіст» матриці Фішера. Отже, суть фільтрації полягає у компромісному виборі такої кількості головних компонент $v \leq n$, яка б забезпечила достатню точність оцінки при прийнятній дисперсії. Збільшуючи v , ми досягаємо більш точного в середньому представлення \mathbf{X} через $\hat{\mathbf{X}}_v$, але при цьому враховується все більше доданків λ_k^{-1} із «хвоста» спектра матриці Фішера, і це дуже швидко погіршує якість усіченої оцінки.

Усічена оцінка має вигляд

$$\mathbf{X}_{tr} = \mathbf{V}_{v_{\min}} \hat{\mathbf{p}}.$$

Враховуючи, що із (6) $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{V}^T \hat{\mathbf{X}}$, маємо

$$\mathbf{X}_{tr} = \mathbf{V}_{v_{\min}} \mathbf{V}^T \hat{\mathbf{X}}. \quad (7)$$

Застосування методу для розв’язання оберненої задачі ідентифікації ексцентриситетів ротора

Запропоновані статистичні методи ОНК і усіченої оцінки були застосовані для розв’язання оберненої задачі визначення невідомих ексцентриситетів ротора компресора авіаційного газотурбінного двигуна АІ-20.

Розглянемо застосування ОНК і усіченої оцінки для розв’язання оберненої задачі визначення невідомих ексцентриситетів ротора за допомогою коефіцієнтів впливу шляхом розв’язання матричного рівняння (1).

Для пошуку ексцентриситетів була створена п’ятимасова математична модель ротора компресора, представлена на рис. 4.

$$A = \begin{bmatrix} 0.228 & 0.203 & 0.195 & 0.155 & 0.1299 \\ 0.184 & 0.246 & 0.284 & 0.246 & 0.2457 \\ 0.143 & 0.230 & 0.303 & 0.295 & 0.3472 \\ 0.111 & 0.195 & 0.290 & 0.336 & 0.4440 \\ 0.067 & 0.139 & 0.234 & 0.316 & 0.5200 \end{bmatrix}, c^{-2}.$$

Критичні частоти обертання ротора на жорстких опорах дорівнюють 14000, 28900, 65300, 130600, 419300 об/хв. Число обумовленості матриці $cond(A) \approx 573$. Це означає, що при точності вимірювання прогинів ротора 10^{-5} м, що відповідає відносній похибці 6–10%, похибка у визначенні ексцентриситетів для звичайного інверсного розв’язку $e = \hat{A}^{-1}Y$ системи (3) може сягнути 5730%, тобто отриманий розв’язок буде абсолютно ненадійним. Застосування ОНК в цій ситуації при 50-и вимірюваннях покращить точність ненабагато (оцінка зверху зменшиться приблизно в 7 разів), що теж не є прийнятним.

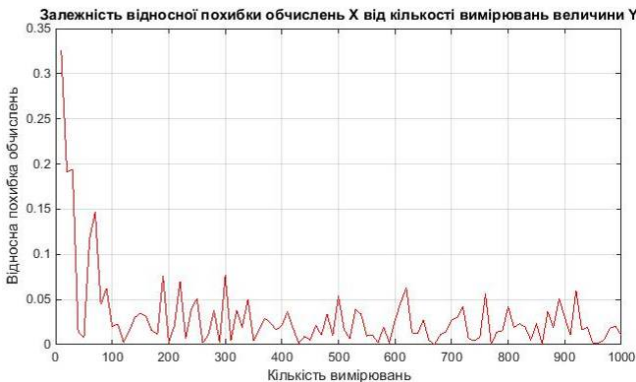


Рис. 3. Залежність відносної похибки обчислень X від кількості вимірювань Y

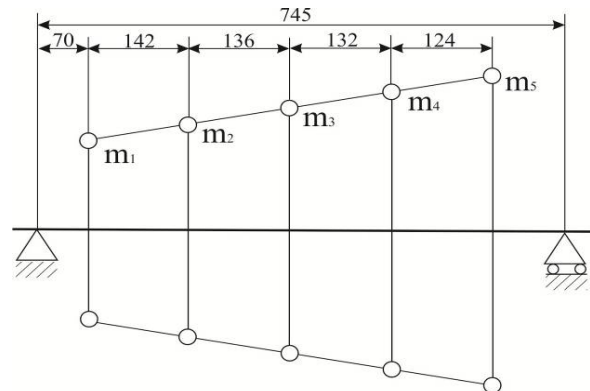


Рис. 4. П’ятимасова модель ротора компресора

Для перевірки дієвості запропонованого методу лінійної фільтрації з використанням методу головних компонент за допомогою програми MATLAB [6] був проведений наступний чисельний експеримент. На основі заданих точних значень ексцентриситетів перерізів $e = [77.4, 89.9, 105.0, 79.0, 59.5]^T \cdot 10^{-6}$ м. були визначені точні значення прогинів Y ротора шляхом розв’язку прямої задачі, в якому матриця A передбачалась заданою без похибок. Ці значення $Y = [76.35, 100.23, 107.52, 109.53, 98.16]^T \cdot 10^{-6}$ м. були прийняті за математичне сподівання прогинів у заданих перерізах. Далі, задаючи СКВ $\sigma = \Delta/3$, де $\Delta = 10^{-5}$ м. – точність вимірювань, використовуючи комп’ютерний генератор випадкових чисел, були отримані різні реалізації прогинів, як випадкових величин, розподілених за нормальним законом розподілу із вказаними вище параметрами. У наведеному експерименті було передбачено генерування 50 реалізацій прогинів у кожному із розглянутих перерізів. Для кожної реалізації Y були знайдені реалізації e і за ними – їх математичні сподівання, що співпадають із ОНК \hat{e} .

Матриця Фішера дорівнює

$$I = \begin{bmatrix} 0.3273 & 0.4145 & 0.5008 & 0.4771 & 0.5375 \\ 0.4145 & 0.5629 & 0.7082 & 0.7002 & 0.8257 \\ 0.5008 & 0.7082 & 0.9137 & 0.9263 & 1.1251 \\ 0.4771 & 0.7002 & 0.9263 & 0.9651 & 1.2090 \\ 0.5375 & 0.8257 & 1.1251 & 1.2090 & 1.5683 \end{bmatrix} \times 10^9.$$

Здійснивши спектральне розкладання матриці Фішера згідно (5), одержали діагональну матрицю D з власними значеннями на головній діагоналі (вибірковими дисперсіями головних компонент) і матрицю власних векторів V.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 64215 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14310 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2919 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 568 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 104 \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} -0.2463 & 0.5968 & 0.7071 & -0.2176 & 0.1891 \\ -0.3559 & 0.4432 & -0.1751 & 0.5095 & -0.6218 \\ -0.4670 & 0.2426 & -0.5148 & 0.1023 & 0.6690 \\ -0.4831 & -0.1000 & -0.2230 & -0.7616 & -0.3561 \\ -0.6010 & -0.6152 & 0.3932 & 0.3202 & 0.0572 \end{bmatrix}.$$

Звідси видно, що сумарна вибіркова дисперсія складає 82116. Дисперсія головної компоненти складає 78,2% сумарної дисперсії, а три головні компоненти вичерпують 99,2% повної дисперсії. Для фільтрації оцінки обмежимося трьома власними векторами коваріаційної матриці ($v = 3$). Тоді маємо

$$\mathbf{V}_3 = \begin{bmatrix} -0.2463 & 0.5968 & 0.7071 & 0 & 0 \\ -0.3559 & 0.4432 & -0.1751 & 0 & 0 \\ -0.4670 & 0.2426 & -0.5148 & 0 & 0 \\ -0.4831 & -0.1000 & -0.2230 & 0 & 0 \\ -0.6010 & -0.6152 & 0.3932 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} -0.1741 \\ 0.0686 \\ 0.0012 \\ -0.0508 \\ 0.4897 \end{bmatrix} \times 10^{-3}.$$

Усічена оцінка, підрахована за формулою (2.9), дорівнює $\mathbf{e}_{tr} = [84.64, 92.14, 97.31, 76.96, 62.88]^T \cdot 10^{-6}$ м. Відносна похибка усіченої оцінки, підрахована як $(\|\mathbf{e}_{tr}\| - \|\mathbf{e}\|) / \|\mathbf{e}\|$ склала $\Delta e = 0,18\%$. В той же час оцінка за МНК дорівнює $\hat{\mathbf{e}} = [188.3, 238.3, 419.8, 58.8, 74.6]^T \cdot 10^{-6}$ м. Відносна похибка ОНК склала $\Delta e = 182\%$, тобто точність розв'язку з використанням усіченої оцінки порівняно із звичайним ОНК збільшилась у 1167 разів. Ці цифри наочно демонструють достатньо високу точність і ефективність описаного статистичного методу одержання регулярних розв'язків лінійних обернених задач за допомогою лінійної фільтрації ОНК з залученням методу головних компонент.

Висновки

Отже, для забезпечення стійкості розв'язків лінійних некоректно поставлених задач на прикладі задачі ідентифікації ексцентриситетів ротора запропоновано використання методу усіченої оцінки з використанням методу головних компонент як лінійної фільтрації оцінок найменших квадратів. Суть фільтрації полягає у такій дії на ОНК, яка б істотно звузила еліпсоїд розсіяння ОНК за допомогою стиснення інформації, що міститься у матриці розсіяння, завдяки «усіченню» «хвоста» спектра матриці Фішера.

Продемонстровано високу ефективність методу усічених оцінок для розв'язання оберненої задачі визначення невідомих ексцентриситетів ротора компресора авіадвигуна АІ-20 за допомогою експериментально визначених коефіцієнтів впливу і прогинів ротора.

Література

1. Андрушевский Н.М. Анализ устойчивости решений систем линейных алгебраических уравнений : учебное пособие / Н.М. Андрушевский. – М. : Издательский отдел факультета ВМиК МГУ имени М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2008. – 71 с.
2. Петров Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений / Ю.П. Петров. – СПб : БХВ-Петербург, 2009. – 176 с.
3. Горошко А.В. Шляхи підвищення точності розв'язків зворотних задач / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – № 6. – С. 60–69.
4. Goroshko A.V. Statistical Methods for Providing the Stability of the Solutions of Inverse Problems and Their Application to Decrease Rotor Vibroactivity / A.V. Goroshko, V.P. Roizman // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2015. – Vol. 44, № 3. – P. 232–238.
5. Теребиж В.Ю. Введение в статистическую теорию обратных задач / В.Ю. Теребиж. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 376 с.
6. MathWorks. The MathWorks, Inc. 1994–2014. URL: <http://www.mathworks.com/>

Рецензія/Peer review : 1.11.2015 р.

Надрукована/Printed : 5.12.2015 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Ройзман В.П.