УДК 678.023.5

О.М. СИНЮК, М.Є. СКИБА
Хмельницький національний університет

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БАГАТОШАРОВИХ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ

Запропонований метод визначення ефективних властивостей багатошарових полімерних матеріалів і отримані вирази, що дозволяють визначити повний комплект релаксаційних характеристик багатошарового полімерного матеріалу при визначеній орієнтації моношарів, дають можливість визначити мінімальні технологічні зусилля, які необхідні для розшаровування цього матеріалу.

Ключеві слова: полімер, властивості, моношари, орієнтація, зусилля, розшарування.

O.M. SYNYUK, M.Y. SKYBA
Khmelnytskyi National University

THE METHOD FOR DETERMINING EFFECTIVE PROPERTIES OF MULTILAYER POLYMER MATERIAL

The proposed method of identifying effective properties of multilayer polymer material and the resulting expressions determine the complete set of relaxation features of multilayer polymer material in a defined orientation of monolayer, and make it possible to determine the minimal technical effort necessary for separation of the material.

Keywords: polymer, properties, monolayers, orientation, effort, separation.

Сьогодні багатошарові і комбіновані матеріали є одним з видів композиційних матеріалів. Тому поділ полімерних матеріалів на багатошарові і комбіновані досить умовно. Термін "багатошарові матеріали" відноситься до групи матеріалів, що складаються тільки з шарів синтетичних полімерів, в той час як до складу комбінованих матеріалів входять шари полімерних матеріалів та матеріалів різного типу (папір, фольга, тканина).

Порядок чергування шарів, тобто структура багатошарового полімерного і композиційного матеріалу, визначається його функціональним призначенням. Зовнішній шар (субстрат) здійснює захист від зовнішнього впливу, а також служить основою для нанесення барвистою друку. Зазвичай це двовісно-орієнтовані поліефірні, поліпропіленові або поліамідні плівки, папір, картон.

Комбіновані і багатошарові матеріали знаходять широке застосування в якості упаковки. Це пояснюється практично необмеженими можливостями варіювання їх властивостей за рахунок: вибору складу композиційного матеріалу; встановлення порядку чергування шарів; забезпечення необхідного рівня адгезійної взаємодії між шарами; вибору оптимальної технології і обладнання для отримання конкретного матеріалу.

Як відомо з [1, 2, 5] більшу частину полімерних відходів представляють пакувальні матеріали. Той факт, що останнім часом величезна кількість упаковок проводиться з багатошарових матеріалів, говорить про те, що утилізація використаних упаковок ускладнюється. Тобто перед тим як починати переробку полімерного матеріалу його необхідно відокремити від іншого полімерного матеріалу або матеріалу іншого типу.

Більшість вчених займалися і займаються проблемою переробки відходів полімерних матеріалів, починаючи моделювати процес переробки, минаючи етап відділення одного матеріалу від іншого, який є необхідним у випадку подрібнення багатошарових полімерних виробів [1–12]. В роботах [1, 2, 4, 5] авторами розглядається процес сортування окремих фракцій основного матеріалу, але при цьому зовсім не приділяється увага процесу відокремлення шарів у багатошаровому полімерному виробі.

Процес відділення шарів синтетичних полімерів один від одного або відділення полімерного шару від інших матеріалів (наприклад, фольги, паперу, тканини і т.д.) повинен передувати сортуванні та подальшої утилізації полімерних відходів. Саме цій проблемі присвячуються наші дослідження.

Основна частина. Структуру багатошарових полімерних матеріалів будемо моделювати двох або багатоелементним шаруватим композиційним середовищем, при цьому будемо розглядати це середовище як систему анізотропних пружних елементів [13, 14].

В роботі [13] отримана система з шести рівнянь, яка встановлює взаємозв’язок між основними в'язко пружними параметрами полімерного матеріалу і може вважатися моделлю ізотропного орієнтованого полімеру.

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & -\frac{\nu_{32}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{pmatrix} \quad \text{або} \quad \varepsilon_i = S_{ij}\cdot\sigma_j,\ (i,j=1,2,3,4,5,6)\ , \qquad (1)$$

де E_{ij} – модулі пружності (в'язко пружні модулі), ν_{ij} – коефіцієнти Пуассона (перший індекс показує напрямок прикладеного навантаження, а другий – напрямок зміни поперечних розмірів), G_{ij} – модулі зсуву (подвійний індекс вказує площину зсуву), ε_i і σ_j – відповідно тензори деформацій і напружень першого рангу, S_{ij} – тензор податливостей другого рангу (або тензор коефіцієнтів, що описують в'язко пружні властивості полімерів).

Із властивості симетрії матеріалу $\left[S_{ij}\right]=\left[S_{ji}\right]$ та з рівняння (1) витікає співвідношення

$$\nu_{ij}E_j=\nu_{ji}E_i\,. \qquad (2)$$

Тут підсумовування за індексами, що повторюються, не проводиться.

Формування поверхонь багатошарових полімерних виробів відбувається в умовах, коли формований матеріал моношару знаходиться в умовах плоского напруженого стану. В цьому випадку маємо $\sigma_3=\sigma_{33}=0;\ \sigma_4=\sigma_{23}=0;\ \sigma_5=\sigma_{13}=0$ [13], і підставляючи ці умови в рівняння (1) отримаємо

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix}. \qquad (2)$$

З системи (2) видно, що для опису поведінки моношару необхідно мати значення чотирьох незалежних в'язко пружних констант.

З рівняння (2) може бути отримане зворотне співвідношення

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}}\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Обернену матрицю визначимо, використовуючи відому формулу перетворення $C=S^{-1}=\frac{1}{|S|}\cdot S_*^T$, де $|S|$ – визначник вихідної матриці S; S_*^T – транспонована матриця алгебраїчних доповнень відповідних елементів матриці S. В результаті отримаємо

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{E_{11}}{1-\nu_{21}\nu_{12}} & \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{21}\nu_{12}} & 0\\ \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{21}\nu_{12}} & \frac{E_{22}}{1-\nu_{21}\nu_{12}} & 0\\ 0 & 0 & G_{12}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix} \quad \text{або} \quad \sigma_i=C_{ij}\cdot\varepsilon_j,\ (i,j=1,2,3,4,5,6)\ . \tag{4}$$

Взаємозв'язок між компонентами в'язко пружними компонентами з рівняння (4) і константами C_{ij} [13] легко встановити, якщо покласти, що напруження σ_3 дорівнює нулю [15]. В результаті отримаємо таку систему рівнянь

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C_{11}-\frac{C_{13}^2}{C_{33}} & C_{12}-\frac{C_{13}\cdot C_{23}}{C_{33}} & 0\\ C_{12}-\frac{C_{13}\cdot C_{23}}{C_{33}} & C_{22}-\frac{C_{23}^2}{C_{33}} & 0\\ 0 & 0 & C_{66}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}. \tag{5}$$

Введемо такі позначення

$Q_{11}=C_{11}-C_{13}^2/C_{33}$; $Q_{12}=Q_{21}=C_{12}-C_{13}C_{23}/C_{33}$; $Q_{22}=C_{22}-C_{23}^2/C_{33}$; $Q_{66}=C_{66}$.

Тоді система рівнянь (5) перепишеться в такий спосіб

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{21} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}. \tag{6}$$

При формуванні багатошарового полімерного виробу і залежно від технології процесу, окремі моношари можуть бути повернуті один відносно другого на різні кути в площині формування. Але при цьому виникає завдання визначення релаксаційних властивостей окремих моношарів у напрямку дії системи сил.

При повороті системи координат відносно однієї з осей, що є перпендикулярною площині симетрії, у напрямку дії прикладених навантажень (рис. 1) змінюються в'язко пружні властивості полімерного матеріалу, які можна визначити з умови інваріантності в'язко пружного потенціалу [13].

Отже, для матеріалу моношару, система координат якого повернена відносно осі, що є перпендикулярною площині симетрії, закон перетворення тензора C_{ijkl} в узагальненому законі Гука [13, 16, 17] у в'язко пружній постановці для анізотропних матеріалів буде мати такий вигляд [15].

$$C'_{ijkl}=a_{im}a_{jn}a_{ko}a_{lp}C_{mnop} \tag{7}$$

Приймемо $1', 2', 3'\ (\text{або } x', y', z')$ - нові осі системи координат 1, 2, 3 (або x, y, z), повернено́ї відносно осі 3 (або z), тоді відповідно до [15] можна записати

$$\begin{aligned}
C'_{11}&=m^4C_{11}+2m^2n^2\cdot(C_{12}+2C_{66})+4mn\cdot(m^2C_{16}+n^2C_{26})+n^4C_{22},\\
C'_{12}&=m^2n^2\cdot(C_{11}+C_{22}-4C_{66})-2mn\cdot(m^2-n^2)\cdot(C_{16}-C_{26})+(m^4+n^4)\cdot C_{12},\\
C'_{13}&=m^2C_{13}+n^2C_{23}+2mnC_{36},\\
C'_{16}&=m^2\cdot(m^2-3n^2)\cdot C_{16}-mn\cdot(m^2C_{11}-n^2C_{22}-(m^2-n^2)\cdot(C_{12}+2C_{66}))+n^2\cdot(3m^2-n^2)\cdot C_{26},\\
C'_{22}&=n^4C_{11}+2m^2n^2\cdot(C_{12}+2C_{66})-4mn\cdot(m^2C_{26}+n^2C_{16})+m^4C_{22},\\
C'_{23}&=n^2C_{13}+m^2C_{23}-2mnC_{36},\\
C'_{26}&=m^2\cdot(m^2-3n^2)\cdot C_{26}-mn\cdot(n^2C_{11}-m^2C_{22}+(m^2-n^2)\cdot(C_{12}+2C_{66}))+n^2\cdot(3m^2-n^2)\cdot C_{16},\\
C'_{33}&=C_{33},\\
C'_{36}&=(m^2-n^2)\cdot C_{36}+mn\cdot(C_{23}-C_{13}),\\
C'_{44}&=m^2C_{44}-2mnC_{45}+n^2C_{55},\\
C'_{45}&=(m^2-n^2)\cdot C_{45}+mn\cdot(C_{44}-C_{55}),\\
C'_{55}&=m^2C_{55}+2mnC_{45}+n^2C_{44},\\
C'_{66}&=m^2n^2\cdot(C_{11}+C_{22}-2C_{12})+2mn\cdot(m^2-n^2)\cdot(C_{22}-C_{16})+(m^2-n^2)^2\cdot C_{66},
\end{aligned} \tag{8}$$

де $n = \sin\theta$ $m = \cos\theta$, θ – кут повороту.

Отримаємо формули перетворення для співвідношення напруження – деформація при тому ж таки плоскому напруженому стані. Для ортотропного матеріалу, що володіє тільки однією площиною симетрії, яка співпадає з площиною 1, 2 (або x, y) системи координат, співвідношення напруження – деформація (6) можна узагальнити таким чином:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

де

$$Q_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3}C_{j3}}{C_{33}}. \tag{10}$$

Наявність компонент $Q_{16} = Q_{61}, Q_{26} = Q_{62}$ в (10) відображає взаємодію між нормальними або дотичними напруженнями і деформаціями. Компоненти Q_{ij} та C_{ij} при повороті системи координат підпорядковуються одному і тому ж закону перетворення (7) як компоненти тензора четвертого рангу. Відповідно до [18] перетворення (8) можна записати в досить компактній формі.

Ввівши позначення

$$\begin{aligned} m^4 &= \frac{1}{8}\left(3 + 4\cos 2\theta + \cos 4\theta\right), \\ m^3 n &= \frac{1}{8}\left(2\sin 2\theta + \sin 4\theta\right), \\ m^2 n^2 &= \frac{1}{8}\left(1 - \cos 4\theta\right), \qquad , \\ m n^3 &= \frac{1}{8}\left(2\sin 2\theta - \sin 4\theta\right), \\ n^4 &= \frac{1}{8}\left(3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta\right) \end{aligned} \tag{11}$$

і підставляючи їх в (9) з врахуванням (8) компоненти Q_{ij} перетворяться до такого вигляду

$$\begin{pmatrix} Q'_{11} \\ Q'_{22} \\ Q'_{12} \\ Q'_{66} \\ 2Q'_{16} \\ 2Q'_{26} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 & 2U_6 & U_3 & U_7 \\ U_1 & -U_2 & -2U_6 & U_3 & U_7 \\ U_4 & 0 & 0 & -U_3 & -U_7 \\ U_5 & 0 & 0 & -U_3 & -U_7 \\ 0 & 2U_6 & -U_2 & 2U_7 & -2U_3 \\ 0 & 2U_6 & -U_2 & -2U_7 & 2U_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 4\theta \end{pmatrix}, \tag{12}$$

де

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8}\left(3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}\right), \\ U_2 &= \frac{1}{2}\left(Q_{11} - Q_{22}\right), \\ U_3 &= \frac{1}{8}\left(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}\right), \\ U_4 &= \frac{1}{8}\left(Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}\right), \qquad , \\ U_5 &= \frac{1}{8}\left(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}\right), \\ U_6 &= \frac{1}{2}\left(Q_{16} + Q_{26}\right), \\ U_7 &= \frac{1}{2}\left(Q_{16} - Q_{26}\right). \end{aligned} \tag{13}$$

Безпосередньо з системи рівнянь (12) слідує ряд важливих інваріантних властивостей

$$\begin{aligned} &Q'_{11} + Q'_{22} + 2Q'_{12} = Q_{11} + Q_{22} + 2Q_{12}, \\ &Q'_{66} - Q'_{12} = Q_{66} - Q_{12}. \end{aligned} \tag{14}$$

Тепер уявимо, що багатошаровий полімерний матеріал утворений регулярною послідовністю ортотропних шарів [13].

Для того, щоб відшарувати один шар від іншого необхідно створити такий напружений стан багатошарового полімерного матеріалу, в результаті якого спочатку під дією напруження зсуву один шар полімеру зсунеться відносно іншого, руйнуючи тим самим адгезійні зв'язки між шарами.

Розглянемо створення такого плоского напруженого стану, який призведе до зсуву одного шару відносно іншого. Припустимо, що два або більше однакових шари укладені послідовно кожен з поворотом відносно попереднього на деякий однаковий кут. Рівнодіючі напружень для такого багатошарового полімерного матеріалу записується відповідно до [15] у такому вигляді

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}, \tag{15}$$

де

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \left(Q_{ij}\right)_k h_k , \tag{16}$$

де h_k – товщина *k*-го шару багатошарового полімерного матеріалу.

Розглянемо для прикладу член B_{11}. Перепишемо рівняння (16) у такому вигляді

$$B'_{11} = \sum_{k=1}^{n} \left(Q'_{11}\right)_k h_k , \tag{17}$$

і визначимо значення в'язко пружної константи B'_{11} в напрямку i. Приймемо, що вісі координатної системи 1, 2 співпадають з головними напрямками ортотропії даного шару. Таким чином, з рівняння (12) випливає

$$\left(Q'_{11}\right)_k = U_1 + U_2 \cos 2\theta_k + U_3 \cos 4\theta_k , \tag{18}$$

де θ_k – кут між віссю 1 шару k і віссю $1'$ багатошарового полімерного матеріалу. Позначимо загальну товщину багатошарового матеріалу через h. Тоді, якщо всі моношари будуть однакові за товщиною, то товщина окремого моношару буде визначатися за такою формулою

$$h_k = \frac{h}{n}. \tag{19}$$

З рівнянь (17) та (18) з урахуванням (19) отримаємо

$$B'_{11} = \frac{h}{n}\left(U_1 + U_2 \sum_{k=1}^{n} \cos 2\theta_k + U_3 \sum_{k=1}^{n} \cos 4\theta_k \right). \tag{20}$$

Нехай будь-який напрямок деформації багатошарового полімерного матеріалу буде повернутий на кут ϕ відносно осі $1'$. Тоді технологічні, в'язко пружні та інші властивості багатошарового полімерного матеріалу в напрямку, повернену щодо осі $1'$ на кут ϕ, можна виразити з рівняння (20)

$$B''_{11} = \frac{h}{n}\left(U_1 + U_2 \sum_{k=1}^{n} \cos 2\left(\theta_k - \phi\right) + U_3 \sum_{k=1}^{n} \cos 4\left(\theta_k - \phi\right) \right). \tag{21}$$

Використовуючи тригонометричні тотожності отримаємо

$$B''_{11} = \frac{h}{n}\left(U_1 + U_2 \cos 2\phi \sum_{k=1}^{n} \cos 2\theta_k + U_3 \sin 2\phi \sum_{k=1}^{n} \sin 2\theta_k + U_3 \left(\cos 4\phi \sum_{k=1}^{n} \cos 4\theta_k + \sin 4\phi \sum_{k=1}^{n} \sin 4\theta_k \right) \right). \tag{22}$$

Аналогічно можна отримати вирази для повного комплекту в'язко пружних постійних багатошарового полімерного матеріалу, необхідних для визначення технологічної деформації, що призведе до його розшаровування.

Кут між шарами в *n*-шаровому пакеті дорівнює π / n, і типова сума, що входить в рівняння (22), буде мати такий вигляд

$$\sum_{k=1}^{n} \cos 2\theta_k = \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{4\pi}{n} + \ldots + \cos 2\pi . \tag{23}$$

Рівняння (23) можна переписати таким чином

$$\cos x + \cos 2x + \ldots + \cos nx = \frac{\sin\left(n + 1/2\right)x}{2\sin\left(x/2\right)} - \frac{1}{2}. \tag{24}$$

Використовуючи в (24) позначення $x = 2\pi / n$ отримаємо

$$\sum_{k=1}^{n}\cos 2\theta_k = 0 .$$

Таким чином всі інші суми в рівнянні (22) будуть дорівнювати нулю, але тільки для $n \geq 3$, і B''_{11} в (22) не залежить від ϕ

$$B''_{11} = \frac{h}{n} U_1 . \tag{25}$$

Аналогічно $B'_{ij} = const$ і не залежить від орієнтації осей $1', 2'$. Але, як зазначалось раніше, отриманий результат не справедливий для $n = 2$. В цьому випадку для визначення компонент використовуються рівняння (21) і (22).

З рівняння (15) може бути отримане зворотне співвідношення

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{16} \\ L_{21} & L_{22} & L_{26} \\ L_{61} & L_{62} & L_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}, \tag{26}$$

де $L_{11}...L_{66}$ – податливості багатошарового полімерного матеріалу, $L = B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot B_*^T$, де $|B|$ – визначник вихідної матриці B; B_*^T – транспонована матриця алгебраїчних доповнень відповідних елементів матриці B.

При рішенні задачі у разі багатошарового полімерного матеріалу, складеного з n анізотропних моношарів, знаючи в'язко пружні властивості кожного шару, можна використовуючи викладений вище метод визначати технологічні деформації зсуву, які необхідно створити технологічним обладнанням, для забезпечення розшарування даного полімерного пакету.

Проведемо дослідження плоского напруженого стану двошарового полімерного виробу (рис. 1), моношари якого повернені один до іншого так, щоб багатошаровий полімерний матеріал був збалансований.

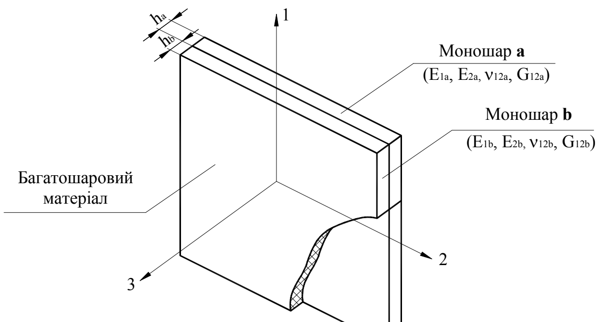

Рис. 1. Модель двошарового полімерного матеріалу

Збалансованим багатошаровим матеріалом будемо вважати такий матеріал, в якому моношари знаходиться в умовах плоского напруженого стану, і розміщуються таким чином, щоб їхні головні осі симетрії були паралельними.

Для того, щоб забезпечити розшарування багатошарового полімеру, необхідно між шарами створити такі нормальні напруження σ_{2k} і напруження зсуву σ_{6k}, щоб вони перевищили допустимі напруження, що створюються силами адгезії.

З рівняння (2), враховуючі введені в роботі [13] позначення, визначимо деформації

– в шарі 1

$$\varepsilon_{11a} = \frac{\sigma_{11a}}{E_{11a}} - \sigma_{22a}\frac{\nu_{21a}}{E_{22a}}; \quad \varepsilon_{22a} = -\sigma_{11a}\frac{\nu_{12a}}{E_{11a}} + \frac{\sigma_{22a}}{E_{22a}}; \quad \varepsilon_{12a} = \frac{\sigma_{12a}}{G_{12a}},$$

– в шарі 2

$$\varepsilon_{11b} = \frac{\sigma_{11b}}{E_{11b}} - \sigma_{22b}\frac{\nu_{21b}}{E_{22b}}; \quad \varepsilon_{22a} = -\sigma_{11b}\frac{\nu_{12b}}{E_{11b}} + \frac{\sigma_{22b}}{E_{22b}}; \quad \varepsilon_{12b} = \frac{\sigma_{12b}}{G_{12b}}. \tag{27}$$

Так як, зовнішнє навантаження, що приводить до відокремлення шарів, задане, нормальні напруження в напрямку 1: σ_{11a} і σ_{11b} та напрямку 2: σ_{22a} і σ_{22b} і напруження зсуву σ_{12a} і σ_{12b} мають бути еквівалентними середньому нормальному або тангенціальному напруженню.

$$\begin{aligned} \sigma_{11a}h_a + \sigma_{11b}h_b &= \langle\sigma_{11}\rangle(h_a + h_b), \\ \sigma_{22a}h_a + \sigma_{22b}h_b &= \langle\sigma_{22}\rangle(h_a + h_b); \\ \sigma_{12a}h_a + \sigma_{12b}h_b &= \langle\sigma_{12}\rangle(h_a + h_b). \end{aligned} \tag{28}$$

Припустимо, що нормальні напруження в напрямку 2 знаходяться в рівновазі. Отже, система рівнянь (28) перепишеться таким чином:

$$\begin{aligned}
&\sigma_{11a}h_a+\sigma_{11b}h_b=\langle\sigma\rangle\left(h_a+h_b\right),\\
&\sigma_{22a}h_a+\sigma_{22b}h_b=0;\\
&\sigma_{12a}h_a+\sigma_{12b}h_b=\langle\sigma_{12}\rangle\left(h_a+h_b\right),
\end{aligned}\tag{29}$$

де $\langle\sigma\rangle=\langle\sigma_{11}\rangle=\langle\sigma_{22}\rangle$ – еквівалентне середньому нормальному напруженню.

В’язко пружні деформації моношарів рівні між собою і рівні середнім деформаціям $\langle\varepsilon\rangle$

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11a}=\varepsilon_{11b}=\langle\varepsilon_{11}\rangle;\\
&\varepsilon_{22a}=\varepsilon_{22b}=\langle\varepsilon_{22}\rangle;\\
&\varepsilon_{12a}=\varepsilon_{12b}=\langle\varepsilon_{12}\rangle.
\end{aligned}\tag{30}$$

В результаті деяких перетворень системи (27) з урахуванням співвідношень (29) та (30) отримаємо таку систему рівнянь

$$\begin{aligned}
&A_{11}\sigma_{11a}+A_{12}\sigma_{22a}=\left(\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{11b}}\right)\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right),\\
&A_{21}\sigma_{11a}+A_{22}\sigma_{22a}=-\left(\nu_{12b}\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{11b}}\right)\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right),\\
&A_{33}\sigma_{12a}=\left(\frac{\langle\sigma_{12}\rangle}{G_{12b}}\right)\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right).
\end{aligned}\tag{31}$$

де $A_{11}=\dfrac{1}{E_{11a}h_a}+\dfrac{1}{E_{11b}h_b};\ A_{22}=\dfrac{1}{E_{22a}h_a}+\dfrac{1}{E_{22b}h_b};\ A_{33}=\dfrac{1}{G_{12a}h_a}+\dfrac{1}{G_{12b}h_b};\ A_{12}=A_{21}=-\dfrac{\nu_{12a}}{E_{11a}h_a}-\dfrac{\nu_{12b}}{E_{11b}h_b}.$

Вирішуючи рівняння (31) відносно нормальних напружень σ_{11a} і σ_{22a} отримаємо

$$\begin{aligned}
&\sigma_{11a}=-\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{11b}}\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right)\left(\frac{A_{22}+\nu_{12b}A_{12}}{A_{11}A_{22}+A_{12}{}^2}\right),\\
&\sigma_{22a}=-\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{22b}}\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right)\left(\frac{A_{12}+\nu_{12b}A_{11}}{A_{11}A_{22}-A_{12}{}^2}\right),\\
&\sigma_{12a}=\langle\sigma_{12}\rangle\left(\frac{h_a+h_b}{h_ah_b}\right)\left(\frac{1}{A_{33}}\right).
\end{aligned}\tag{32}$$

З рівняння (26) або, у випадку дослідження плоского напруженого стану двошарового матеріалу, з рівняння (2), враховуючи рівняння (32) та (31), отримаємо деформації моношарів і всього матеріалу в напрямках дії технологічного навантаження

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11a}=\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{11b}h_b}\frac{\left(h_a+h_b\right)}{E_{11a}h_a}\cdot\frac{\left(\dfrac{1}{E_{22a}h_a}+\dfrac{1}{E_{22b}h_b}\right)-\left(\dfrac{\nu_{12b}\nu_{12a}}{E_{11a}h_a}+\dfrac{\nu^2_{12b}}{E_{11b}h_b}\right)}{\left(\dfrac{1}{E_{11a}h_a}+\dfrac{1}{E_{11b}h_b}\right)\left(\dfrac{1}{E_{22a}h_a}+\dfrac{1}{E_{22b}h_b}\right)-\left(\dfrac{\nu_{12a}}{E_{11a}h_a}+\dfrac{\nu_{12b}}{E_{11b}h_b}\right)^2},\\
&\varepsilon_{22a}=\frac{\langle\sigma\rangle}{E_{11b}h_b}\frac{\left(h_a+h_b\right)}{E_{11a}h_a}\cdot\frac{\nu_{12b}\left(\dfrac{\nu_{12a}}{E_{11a}h_a}+\dfrac{\nu_{12a}}{E_{11b}h_b}\right)-\left(\dfrac{\nu^2_{12a}}{E_{11a}h_a}+\dfrac{\nu_{12a}\nu_{12b}}{E_{11b}h_b}\right)}{\left(\dfrac{1}{E_{11a}h_a}+\dfrac{1}{E_{11b}h_b}\right)\left(\dfrac{1}{E_{22a}h_a}+\dfrac{1}{E_{22b}h_b}\right)-\left(\dfrac{\nu_{12a}}{E_{11a}h_a}+\dfrac{\nu_{12b}}{E_{11b}h_b}\right)^2},\\
&\varepsilon_{12a}=\frac{\langle\sigma_{12}\rangle\left(h_a+h_b\right)}{G_{12a}h_a+G_{12b}h_b}.
\end{aligned}\tag{33}$$

Релаксаційний модуль багатошарового полімерного матеріалу E_{11} у напрямку 1 знайдемо з такої умови

$$\langle\sigma\rangle=E_{11}\varepsilon_{11}=E_{11}\varepsilon_{11a},\tag{34}$$

або

$$E_{11} = \frac{\langle \sigma \rangle}{\varepsilon_{11a}}.$$

Підставивши в рівняння (34) перше рівняння системи (33) отримаємо

$$E_{11} = \frac{E_{11b} h_b E_{11a} h_a}{(h_a + h_b)} \cdot \frac{\left(\frac{1}{E_{11a} h_a} + \frac{1}{E_{11b} h_b}\right)\left(\frac{1}{E_{22a} h_a} + \frac{1}{E_{22b} h_b}\right) - \left(\frac{\nu_{12a}}{E_{11a} h_a} + \frac{\nu_{12b}}{E_{11b} h_b}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_{22a} h_a} + \frac{1}{E_{22b} h_b}\right) - \left(\frac{\nu_{12b}\nu_{12a}}{E_{11a} h_a} + \frac{\nu^2_{12b}}{E_{11b} h_b}\right)}. \quad (35)$$

Коефіцієнт Пуассона багатошарового полімерного матеріалу ν_{12} знайдемо з умови (30)

$$\varepsilon_{22a} = \langle \varepsilon_{22} \rangle = -\nu_{12} \langle \varepsilon_{11} \rangle = -\nu_{12}\varepsilon_{11a} \text{ або } \nu_{12} = -\frac{\varepsilon_{22a}}{\varepsilon_{11a}}. \quad (36)$$

Підставляючи в вираз (36) рівняння перше і друге рівняння системи (33), отримаємо

$$\nu_{12} = \frac{\nu_{12b}\nu_{12a}\left(\frac{1}{E_{11a} h_a} + \frac{1}{E_{11b} h_b}\right) - \left(\frac{\nu_{12a}}{E_{11a} h_a} + \frac{\nu_{12b}}{E_{11b} h_b}\right)}{\nu_{12b}\left(\frac{\nu_{12a}}{E_{11a} h_a} + \frac{\nu_{12b}}{E_{11b} h_b}\right) - \left(\frac{1}{E_{22a} h_a} + \frac{1}{E_{22b} h_b}\right)}. \quad (37)$$

За аналогією з рівнянь (35) і (37) можна отримати вирази для поперечного модуля релаксації E_{22} і коефіцієнта Пуассона ν_{21}, помінявши місцями індекси 1 і 2.

Релаксаційний модуль зсуву G_{12} визначимо за аналогією з E_{11} та E_{22}

$$G_{12} = \left(\frac{1}{h_a + h_b}\right)\left(G_{12a} h_a + G_{12b} h_b\right). \quad (38)$$

Отже, представлений вище метод дає можливість визначати в'язко пружні властивості багатошарового полімерного матеріалу, а це, у свою чергу, дозволить визначити мінімальні технологічні зусилля, що приводять до розшаровування матеріалу.

Висновки. В роботі було розглянуто використання методу визначення ефективних властивостей багатошарових полімерних матеріалів на прикладі двошарового виробу, моношари якого однаково орієнтовані один відносно другого, в плоскому напруженому стані. Були отримані вирази для визначення релаксаційних модулів двошарового полімерного матеріалу, а саме модуля пружності, коефіцієнта Пуассона і модуля зсуву.

В реальних умовах, звичайно, вирази для визначення в'язко пружних властивостей багатошарового полімерного матеріалу будуть складніші, але використавши їх можна розрахувати дотичні і нормальні навантаження, які мають забезпечуватися зусиллям, що створюватиме технологічне обладнання, під дією яких буде відбуватися розшарування багатошарового полімерного матеріалу.

Література

1. Мантия Ф. Ла. Вторичная переработка пластмасс / Ф. Ла. Мантия ; пер. с англ. / под. ред. Г. Е. Заикова. – СПб : Профессия, 2006. – 400 с.

2. Williams Paul T. Waste Recycling / Paul T. Williams // Waste Treatment and Disposal. Chapter 3. – 2005. – P. 127–170.

3. Myer Kutz. Processing Postconsumer Recycled Plastics / Kutz Myer // Environmentally conscious materials and chemicals processing. – 2007. – P. 357–383.

4. Andrady Anthony. Plastics Recycling / Anthony Andrady // Plastics and the environment. – 2005. – Ch. 14. – P. 563–627.

5. Andrady Anthony. Polymers, Polymer Recycling, and Sustainability / Anthony Andrady, Johannes Brandrup // Plastics and the environment. – 2005. – Ch. 13. – P. 521–562.

6. Ignatyev I.A. Recycling of Polymers: A Review / I.A. Ignatyev, Wim Thielemans Bob VanderBeke // ChemSusChem. – 2014. – V. 7. – Issue 6. – P. 1579–1593.

7. Romer R. Recycling and Recovery of Plastics / R. Romer, J. Brandrup, M. Bittner, W. Michaeli, G. Menges // Hanser. – Munich, Germany. – 1996. – 796 p.

8. Abert J.G. Resource recovery: A new field for technology application / J.G. Abert, M.J. Zusman // AIChE journal. –1972. – V. 18. – Issue 6. – P. 1089–1106.

9. Гринин А.С. Промышленные и бытовые отходы: Хранение, утилизация, переработка / А.С. Гринин, Н.В. Новиков. – М. : ФАИР-ПРЕСС, 2002. – С. 149–153.

10. Техника и технология переработки и утилизации отходов / [Найман С.М., Газеев Н.Х., Глебов А.Н., Фролов Д.В.]. – Казань : КГТУ, 2011. – 418 с.

11. Гоголь Э.В. Анализ существующих способов утилизации и переработки отходов полимеров / Э.В. Гоголь, И.Х. Мингазетдинов, Г.И. Гумерова, О.С. Егорова, С.А. Мальцева, И.Г. Григорьева, Ю.А. Тунакова // Вестник Казанского технологического университета. – 2013. – № 10. – Т. 16. – С. 163–168.
12. Місяць В.П. Розвиток наукових основ проектування обладнання для подрібнення відходів термопластичних і гумових матеріалів легкої промисловості : дис. ... доктора техн. наук : 05.05.10 / Місяць Володимир Петрович. – К., 2007. – 365 с.
13. Синюк О.М. Математична модель анізотропних властивостей полімерних матеріалів / О.М. Синюк // Вісник ХНУ. – 2015. – № 1. – С. 12–18.
14. Бартенев Г.М. Курс физики полимеров / Г.М. Бартенев, Ю.В. Зеленев. – Л. : Химия, 1976. – С. 273.
15. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Ричард М. Кристенсен. – М. : Мир, 1982. – 336 с.
16. Ландау Л.Д. Теоретическая физика : учеб. пособие : в 10 т. Т. VII. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 248 с.
17. Блох В.И. Теория упругости / В.И. Блох. – Харьков : Издательство Харьковского университетя, 1964. – 484 с.
18. Tsai S.W. Invariant properties of composite materials / S.W. Tsai, N.J. Pagano, J.C. Halpin // Composite Materials. – 1968. – P. 233–252.

Рецензія/Peer review : 11.11.2015 р. Надрукована/Printed :5.12.2015 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Диха О.В.

УДК 681.5:004.8:004.94

Д.А. НАГОВСКИЙ
Херсонская государственная морская академия

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СРЕДСТВ АВТОМАТИКИ ЗАЩИТЫ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРОВ НА СУДАХ

В работе осуществлялся поиск решения проблем, возникающих при эксплуатации судовых автоматических регуляторов напряжения. В результате анализа принципов работы, моделей и реальных действующих судовых автоматических регуляторов напряжения предложено электронное устройство, позволяющее своевременно определять и локализовать неисправные судовые дизель-генераторы, сохраняя целостность судового электрооборудования.
Ключевые слова: судовой автоматический регулятор напряжения, судовой дизель-генератор, потребитель электроэнергии, система защиты.

D.A. NAGOVSKYI
Kherson State Marine Academy

THE IMPROVEMENT OF MEANS OF AUTOMATION OF SHIP DIESEL-GENERATOR PROTECTION

Abstract – This article describes a one of solution of such problem as corruption of ship electrical equipment because of untimely reaction of ship automatic voltage regulator. There was described a problem, review of reference and constructive proposal has been given. As result of overexcitement of generator, there is a big risk to corrupt an important ship electrical equipment because of large latency of ship automatic voltage regulator. Author offers to include in ship electrical power system an additional device, which will found a faulty generators and disable them. Author offers protection device with algorithm, which works faster, .than automatic voltage regulator will do wrong correction of voltage because of faulty generator. As upgrade in future need to improve models of ship automatic voltage regulators and change rules, which describes time latency of electrical protection. It necessary to do, because needed electrical power is increased with time runs and technical evolution.
Keywords: ship automatic voltage regulator, overexcitement of generator, electrical equipment, faulty generator.

Введение. Вопросы безопасности мореплавания являются важнейшими в области судоходства. Соответственно, сохранность электрооборудования, отвечающего за живучесть судна, играет немаловажную роль в процессе эксплуатации судов. Внедрение на суда автоматических регуляторов напряжений в большинстве случаев позволяет обеспечить защиту судовых потребителей электроэнергии, в том числе и ответственных, т.е. отвечающих за живучесть судна.

Актуальность исследований. Отказ автоматического регулятора напряжения на судне может иметь тяжкие последствия. Одним из таких последствий может стать полное обесточивание судна или выход из строя генераторных агрегатов и ответственных потребителей [1, 5].

Как показывает практика[4], отказы АРН не являются редкостью, поэтому с целью предотвращения выхода из строя навигационного, бытового и иного судового оборудования, возникает необходимость повышения степени защиты от повышенного напряжения и бросков токов в сети. Такие технические решения повысят надежность электроснабжения судна в целом и, таким образом, повысят показатели живучести судна.

В современной литературе [1] существуют множества моделей судовых АРН. Одна из них показана