

УДК: 621.81 (075.3)

Г. А. АВАНЕС'ЯНЦ

Одесская национальная академия пищевых технологий

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНЫХ УСИЛИЙ НА ДИСКАХ ШКИВОВ КЛИНОРЕМЕННЫХ ВАРИТОРОВ И КООРДИНАТ ТОЧЕК ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Надежность работы клиноременных вариаторов во многом зависит от состояния и конструкции направляющих подвижных дисков шкивов, что требует их соответствующего расчета. В статье приведены расчетные схемы раздвижных шкивов клиноременного вариатора привода технологических машин. Дан анализ распределения усилий, действующих по дуге обхвата ремнем шкивов. Решена задача по определению радиальных усилий, действующих со стороны клинового ремня на диски регулируемых шкивов и координат точек их приложения. Полученные данные необходимы для точного расчета направляющих подвижных дисков клиноременных вариаторов.

Ключевые слова: ремень, вариатор, радиальные усилия, координаты, определение.

GEORGY AZATOVICH AVANESYANC

Odessa national academy of food technologies

### DEFINITION OF RADIAL FORCES ON DISKS OF THE V-BELT VARIATORS PULLEY AND COORDINATES OF THE POINTS OF APPLICATION

**Abstract** – Reliability of work of the v-belt variator largely depends on the state and construction of the rails of pulleys movable disks that requires their respective calculation. The calculation schemes of the split pulleys of the v-belt variator of technological machines drive, have been given in the article. The analysis of distribution of the forces acting along the arc of pulleys holding belt, have been giving. The problem of determining the radial force, acting on the part of the v-belt to the disks of the regulated pulley drives and coordinates of points of their application, have been solved. The obtained data are necessary for the accurate calculation of the rails of movable disks of the needed of the v-belt variators.

Keywords: belt, variator, radial forces, coordinates, calculation.

Одним из важных условий надежной работы клиноременных вариаторов является состояние направляющих подвижных дисков, которые в процессе эксплуатации испытывают сложное напряженное состояние. Напряжения на поверхности контакта диск – направляющие вала являются следствием действия, как распорных усилий, так и радиальных сил, действующих со стороны ремня на диски шкивов. Поэтому определение радиальных усилий по величине и координат точек их приложения являются необходимыми данными для расчета направляющих дисков шкивов.

Положим, что равнодействующая радиальных усилий  $q(\varphi)$ , распределенных по дуге обхвата  $\alpha_{10}$  и действующих со стороны ремня на диски ведомого шкива, без учета сил инерции ремня  $I_1$  равна  $H_1$ . Согласно расчетным схемам (рис. 1 и 2) и условия равновесия элемента I ремня на дуге скольжения получаем:

$$dH_{1c} = F \frac{d\varphi}{2}.$$

Для определения составляющей  $H_{1c}$  радиальной силы  $H_1$ , приходящейся на дугу скольжения, представим ее в виде проекций на координатные оси (без учета знака проекций):

$$dH_{1cy} = \frac{1}{2} F \cos \varphi d\varphi; \quad (1)$$

$$dH_{1cz} = \frac{1}{2} F \sin \varphi d\varphi. \quad (2)$$

Используя известное соотношение [1]

$$F = F_2 + F_t \frac{e^{-f'(\varphi - \alpha_{1n})} - 1}{e^{-f'\alpha_{1c}} - 1}$$

равенства (1) и (2) преобразуются к виду:

$$dH_{1cy} = \frac{1}{2} (F_2 + F_t \frac{e^{f'(\alpha_{1n} - \varphi)} - 1}{e^{-f'\alpha_{1c}} - 1}) \cos \varphi d\varphi;$$

$$dH_{1cz} = \frac{1}{2} (F_2 + F_t \frac{e^{f'(\alpha_{1n} - \varphi)} - 1}{e^{-f'\alpha_{1c}} - 1}) \sin \varphi d\varphi.$$

В приведенных формулах:

$\alpha_{1c}$  – угол дуги скольжения на ведомом шкиве;

$\alpha_{1n}$  – угол дуги покоя;

$f' = f_R / \cos \gamma$  – приведенный коэффициент трения;

$f_R$  – физический коэффициент трения между ремнем и дисками шкива в радиальном направлении.

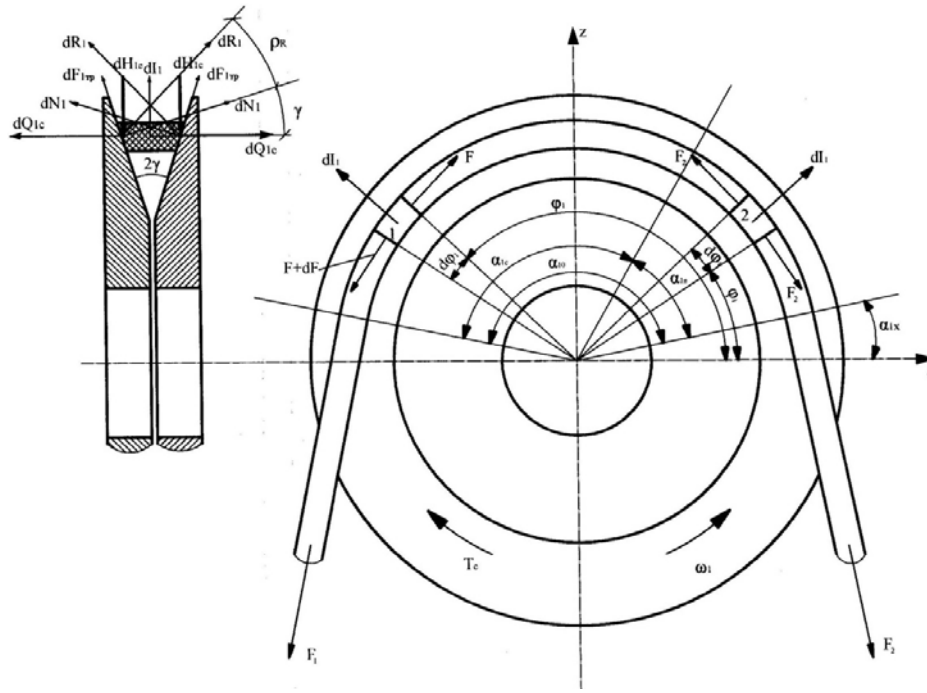


Рис. 1. Расчетная схема к определению радиальных усилий

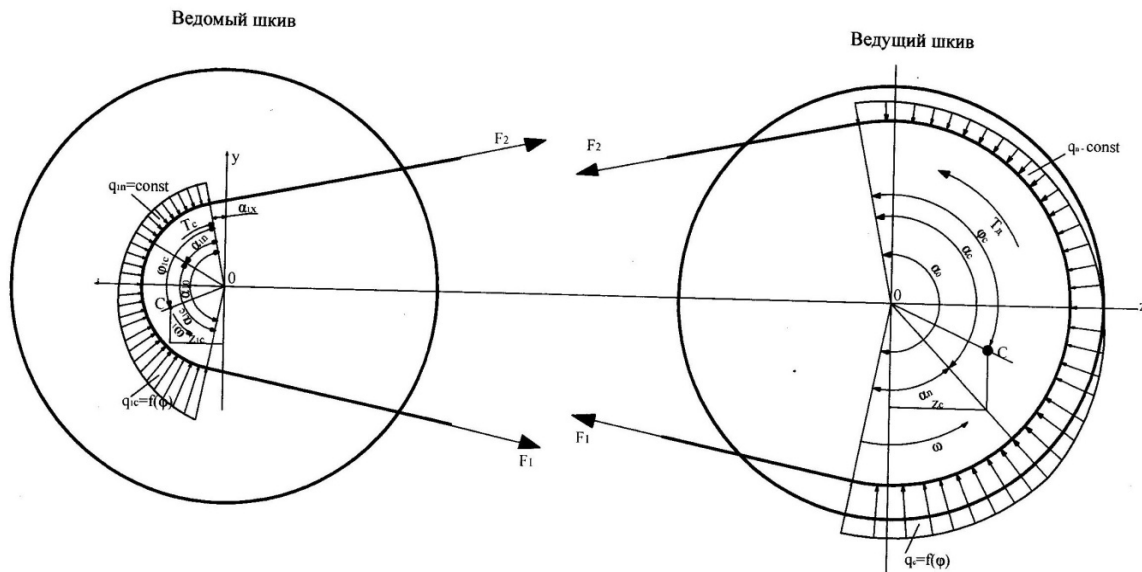


Рис. 2. Эпюра распределенных радиальных усилий на дисках шкивов вариатора

Проинтегрировав полученные выражения в пределах дуги скольжения  $\alpha_{1c}$ , находим:

$$H_{1cy} = F_2 \frac{\sin \alpha'_{10} - \sin \alpha'_{1n}}{2} + \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_{1c}})} \left\{ e^{f'\alpha_{1c}} (\sin \alpha'_{1n} - \sin \alpha'_{10}) + \frac{\sin \alpha'_{10} - f' \cos \alpha'_{10} + e^{f'\alpha_{1c}} (f' \cos \alpha'_{1n} - \sin \alpha'_{1n})}{f'^2 + 1} \right\}; \quad (3)$$

$$H_{1cz} = F_2 \frac{\cos \alpha'_{1n} - \cos \alpha'_{10}}{2} + \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_{1c}})} \left\{ e^{f'\alpha_{1c}} (\cos \alpha'_{10} - \cos \alpha'_{1n}) + \frac{-\cos \alpha'_{10} - f' \sin \alpha'_{10} + e^{f'\alpha_{1c}} (f' \sin \alpha'_{1n} + \cos \alpha'_{1n})}{f'^2 + 1} \right\}; \quad (4)$$

где  $\alpha'_{10} = \pi - \alpha_{1x}$  (рис. 3);  $\alpha'_{1n} = \alpha_{1n} + \alpha_{1x}$  и  $\alpha_{1x} = \frac{\pi - \alpha_{10}}{2}$ .

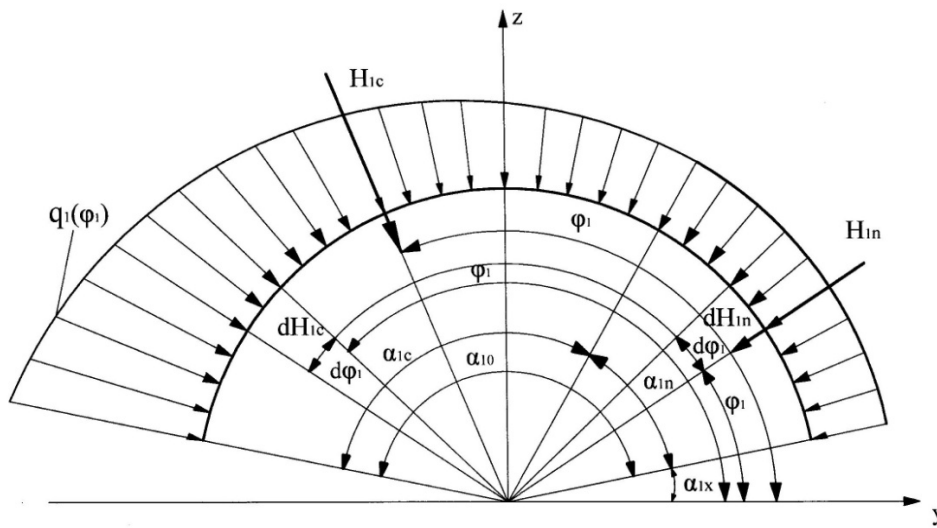


Рис. 3. К определению равнодействующей радиальных усилий на дисках ведомого шкива

На дуге покоя элементарная сила  $dH_{1n}$  определяется равенством:

$$dH_{1n} = F_2 \frac{d\varphi}{2}.$$

Разложим  $dH_{1n}$  на составляющие  $dH_{1ny}$  и  $dH_{1nz}$ :

$$dH_{1ny} = F_2 \cos \varphi \frac{d\varphi}{2};$$

$$dH_{1nz} = F_2 \sin \varphi \frac{d\varphi}{2}.$$

Проинтегрировав полученные выражения, находим, что:

$$H_{1ny} = F_2 \frac{\sin \alpha'_{1n} - \sin \alpha_{1x}}{2}; \tag{5}$$

$$H_{1nz} = F_2 \frac{\cos \alpha_{1x} - \cos \alpha'_{1n}}{2} \tag{6}$$

Согласно равенствам (3), (4), (5) и (6) проекции на координатные оси  $Oy$  и  $Oz$  равнодействующей сил, действующих со стороны ремня на диск в радиальном направлении, равны:

$$H_{1y} = \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_{1c}})} \left\{ e^{f'\alpha_{1c}} (\sin \alpha'_{1n} - \sin \alpha'_{10}) + \frac{\sin \alpha'_{10} - f' \cos \alpha'_{10} + e^{f'\alpha_{1c}} (f' \cos \alpha'_{1n} - \sin \alpha'_{1n})}{f'^2 + 1} \right\};$$

$$H_{1z} = \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_{1c}})} \left\{ e^{f'\alpha_{1c}} (\cos \alpha'_{10} - \cos \alpha'_{1n}) + \frac{-\cos \alpha'_{10} - f' \sin \alpha'_{10} + e^{f'\alpha_{1c}} (f' \sin \alpha'_{1n} + \cos \alpha'_{1n})}{f'^2 + 1} \right\} + F_0 \cos \alpha_{1x}$$

Тогда равнодействующая радиальных сил  $H_1$  на ведомом шкиве определится из равенства

$$H_1 = \sqrt{H_{1y}^2 + H_{1z}^2}. \tag{7}$$

Найдем координаты приложения силы  $H_1$  на подвижном диске ведомого шкива. Согласно схеме (рис. 4) статический момент проекций  $H_{1z}$  относительно оси  $O$ - $H_{1z}$  равен:

$$H_{1z} \varphi_{1H} = \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_{1n}} F_2 \varphi \sin \varphi d\varphi + \frac{1}{2} \int_{\alpha_{1n}}^{\alpha_{10}} F \varphi \sin \varphi d\varphi.$$

Отсюда

$$\varphi_{1H} = \frac{1}{2H_{1z}} F_2 \int_0^{\alpha_{10}} \varphi \sin \varphi d\varphi + \frac{F_t}{1 - e^{-f'\alpha_{1c}}} \int_{\alpha_{1n}}^{\alpha_{10}} (1 - e^{f'(\alpha_{1n} - \varphi)}) \varphi \sin \varphi d\varphi.$$

Интегрируя полученное равенство, найдем аналитическое выражение для координатного угла  $\varphi_{1H}$ :

$$\varphi_{1H} = \frac{1}{2H_{1z}} \left\{ F_2 (\sin \alpha_{10} - \alpha_{10} \cos \alpha_{10}) + \frac{F_1}{e^{f' \alpha_{1c}} - 1} [e^{f' \alpha_{1c}} (\sin \alpha_{10} - \alpha_{10} \cos \alpha_{10} - \sin \alpha_{1n} - \alpha_{1n} \cos \alpha_{1n}) + \frac{2f' \cos \alpha_{10} + (f'^2 - 1) \sin \alpha_{10} - e^{f' \alpha_{1c}} [2f' \cos \alpha_{1n} + (f'^2 - 1) \sin \alpha_{10}]}{(f'^2 + 1)^2} + \frac{(f' \sin \alpha_{10} - \cos \alpha_{10}) \alpha_{10} - e^{f' \alpha_{1c}} (\sin \alpha_{1n} + \cos \alpha_{1n}) \alpha_{1n}}{f'^2 + 1} \right\}. \quad (8)$$

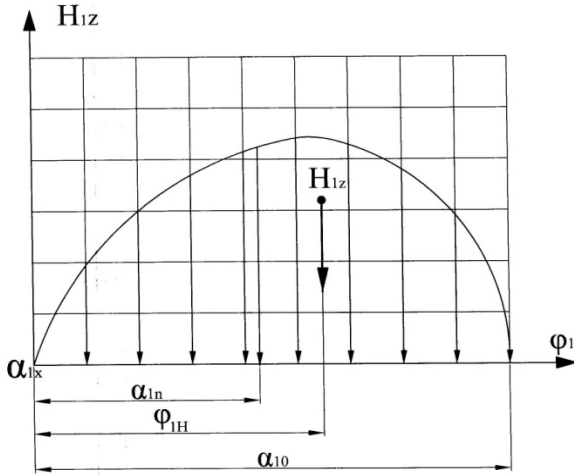


Рис. 4. К определению координаты  $\varphi_{1H}$ .

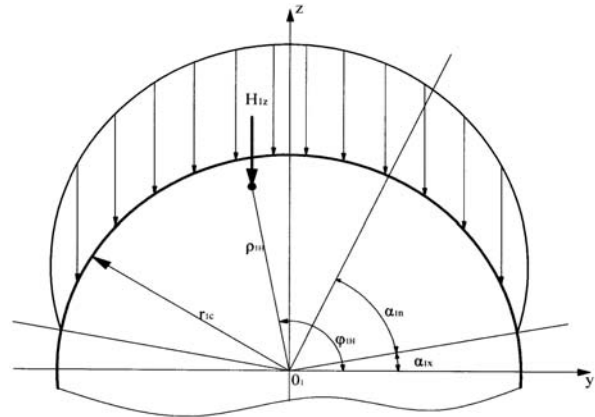


Рис. 5. К определению координаты  $\rho_{1H}$ .

С целью определения второй координаты  $\rho_{1H}$  точки приложения силы  $H_1$  воспользуемся расчетной схемой (рис. 5) и приведем статический момент составляющей  $H_{1z}$  относительно оси шкива:

$$H_{1z} \rho_{1H} \cos \varphi_{1H} = \frac{r_{1c} F_2}{2} \int_{\alpha_{1x}}^{\alpha'_{10}} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi + \frac{F_1 r_{1c}}{2(1 - e^{-f' \alpha_{1c}})} \int_{\alpha'_{1n}}^{\alpha'_{10}} (1 - e^{-f'(\alpha_{1n} - \varphi)}) \sin \varphi \cos \varphi d\varphi.$$

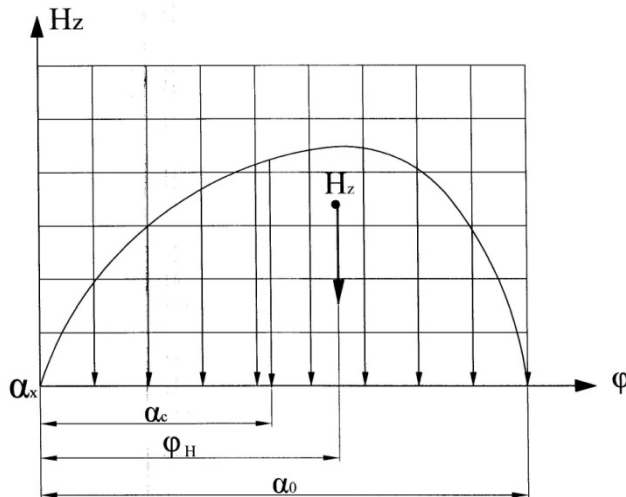


Рис. 6. К определению координаты  $\varphi_H$

Отсюда следует, что

$$\rho_{1H} = \frac{F_1 r_{1c}}{4H_{1z}(1 - e^{-f' \alpha_{1c}}) \cos \varphi_{1H}} \left[ e^{f' \alpha_{1c}} \frac{\cos 2\alpha'_{1n} - \cos 2\alpha'_{10}}{2} + \frac{f' \sin 2\alpha'_{10} - 2 \cos 2\alpha'_{10} - e^{f' \alpha_{1c}} (f' \sin 2\alpha'_{10} - 2 \cos 2\alpha'_{10})}{f'^2 + 4} \right]. \quad (9)$$

Аналогично определяется равнодействующая  $H$  сил, действующих со стороны ремня на подвижный диск ведущего шкива:

$$H = \sqrt{H_y^2 + H_z^2} \tag{10}$$

Здесь на основании расчетной схемы (рис. 2):

$$H_y = \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_c})} \left\{ \sin \alpha'_0 - \sin \alpha'_c + \frac{\sin \alpha'_c - f' \cos \alpha'_c + e^{f'\alpha_c} (f' \cos \alpha_x - \sin \alpha_x)}{f'^2 + 1} \right\};$$

$$H_z = \frac{F_t}{2(1 - e^{f'\alpha_c})} \left\{ \cos \alpha'_c - 2e^{f'\alpha_c} \cos \alpha'_x + \cos \alpha_x - \frac{\cos \alpha'_c + f' \sin \alpha'_c - e^{f'\alpha_c} (f' \sin \alpha_x + \cos \alpha_x)}{f'^2 + 1} \right\} + F_2 \cos \alpha_x.$$

где  $\alpha_0 = \pi - \alpha_x$ ;  $\alpha'_c = \alpha_c + \alpha_x$ ;  $\alpha_x = 0,5(\pi - \alpha_0)$ .

Легко найти, что координаты  $\varphi_H$  и  $\rho_H$  точки приложения силы  $H$  определяются по следующим зависимостям:

$$\rho_H = \frac{F_t r_c}{4H_z (e^{f'\alpha_c} - 1) \cos \varphi_H} \left[ \frac{\cos 2\alpha'_0 - \cos 2\alpha'_c}{2} + \frac{f' \sin 2\alpha'_c - 2 \cos 2\alpha'_c - e^{f'\alpha_c} (f' \sin 2\alpha'_0 - 2 \cos 2\alpha'_c)}{f'^2 + 4} \right] \tag{11}$$

Согласно расчетной схеме, приведенной на рис. 5 находим:

$$\begin{aligned} \varphi_H = & \frac{F_2}{2H_{1z}} \left\{ (\sin \alpha_c - \alpha_c \cos \alpha_c) + m [(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0) + \right. \\ & \left. + \frac{2f'(\cos \alpha_{1n} - m) + (f'^2 - 1) \sin \alpha_c}{(f'^2 + 1)^2} + \frac{(f' \sin \alpha_c + \cos \alpha_c) \alpha_c}{f'^2 + 1} \right\}. \end{aligned} \tag{12}$$

Кривые (рис. 7 даны при  $i_e = 1,0$  и  $f_R = 0,37$ ), построенные в результате проведенных расчетов по формулам (7) и (10), позволяют сделать важный вывод о том, что радиальные усилия, действующие со стороны клинового ремня на диски шкива, не остаются постоянными, как принято было считать, а существенно зависят от передаваемой нагрузки и при одном и том же значении  $\psi_T$  радиальное давление на ведущем шкиве больше, чем на ведомом.

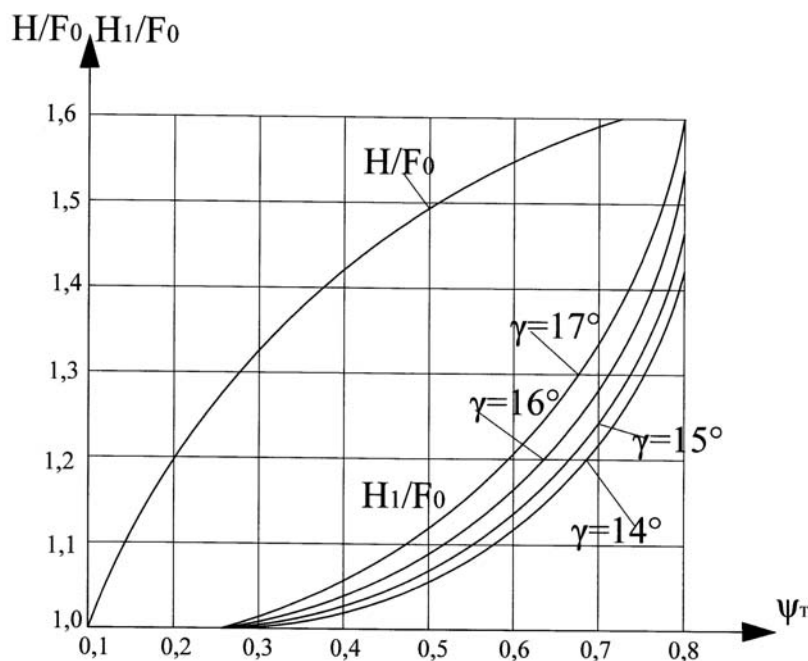


Рис. 7. Графики изменения радиальных усилий

Расчеты также показали, что угол профиля канавки шкива оказывают влияние на величину  $H_1$ , а на ведущем шкиве влияние  $\gamma$  не существенно, поэтому на рис. 7 показана одна кривая изменения

$$\frac{H}{F_0} = f(\psi_T) \text{ для углов } \gamma, \text{ равных } 14^\circ, 15^\circ, 16^\circ \text{ и } 17^\circ.$$

## Література

1. Мальцев В.Ф. Определение распорных усилий на дисках шкивов клиноременных передач / П.А. Ковалев, А.Г. Аванесьянц // сб. «Детали машин», Техника. – 1974. - № 19 – С 46 - 52.
2. Пронин Б. А. Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи / Б. Пронин, Г. Ревков. – М.: Машиностроение, 1980. – 320 с.
3. Мальцев В.Ф. Определение распорных усилий клиноременных вариаторов со стандартными ремнями / В. Мальцев, Г. Остапенко // В кн. Передаточные механизмы, М. Машиностроение. – 1966. –С 17 – 23.

Рецензія/Peer review : 12.11.2015 р.

Надрукована/Printed : 4.12.2015 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Гапонюк О.И.

УДК 621.01

В.О. ХАРЖЕВСЬКИЙ  
Хмельницький національний університет**МЕТОДИКА ПЕРЕВІРКИ НАЯВНОСТІ ДОТИКУ 5-ГО ПОРЯДКУ У СИНТЕЗІ  
ВАЖІЛЬНИХ КРУГОВИХ НАПРЯМНИХ МЕХАНІЗМІВ**

*В роботі розглядається питання синтезу важільних кругових напрямних механізмів з використанням методів кінематичної геометрії, що полягають у пошуку кратних вузлів інтерполяції у шатунній площині, які відповідають певному порядку дотику шатунної кривої до дуги кола. Для шарнірного чотириланкового механізму максимально можливим порядком дотику є п'ятий, що відповідає наявності шестикратного вузла інтерполяції і дозволяє отримати ділянки наближення значної тривалості та точності. Розглядається метод, що дозволяє перевірити умови наявності дотику 5-го порядку для шатунних точок механізму.*

*Ключові слова: важільні механізми, кругові напрямні механізми, синтез, дотик 5-го порядку, шестикратні вузли інтерполяції.*

V.O. KHARZHEVSKYI  
Khmelnitskyi National University**METHOD OF THE VERIFICATION OF THE 5<sup>TH</sup> ORDER TANGENCY EXISTENCE FOR THE SYNTHESIS OF  
CIRCULAR PATH GENERATING LINKAGE MECHANISMS**

*Abstract – The article is dedicated to the synthesis of the path generating linkage mechanisms which coupler points trace coupler curves with the approximation of the defined parts to the arc of the circle. These mechanisms have wide application in modern machine building. To design such mechanisms methods of the kinematic geometry of the six infinitesimally close positions can be used. To solve this task, sixfold interpolation nodes of the coupler plane can be used to provide tangency of the 5<sup>th</sup> order between the coupler curve and approximation arc in these points. It means that coupler curve and the approximation arc not only intersect in these points, but also have five equal derivatives. To verify such case existence for the four-bar linkage, the corresponding method was developed and presented in the paper.*

*Keywords: linkages, circular path generating mechanisms, synthesis, tangency of the 5<sup>th</sup> order, sixfold interpolation nodes.*

Для забезпечення переміщення виконавчих органів машин за заданою траєкторією можуть використовуватись, як відомо, важільні напрямні механізми. Крім того, на основі цих механізмів можна проектувати механізми із зупинкою вихідної ланки. Використання важільних механізмів у сучасних машинах має ряд суттєвих переваг, зокрема відсутність вищих кінематичних пар, що забезпечує більшу надійність та довговічність, наявність геометричного замикання ланок, більша навантажувальна здатність тощо. Проте більш широке впровадження таких механізмів на практиці обмежується їх досить складним синтезом. Як відомо, для цього можна використати методи найкращого наближення за Чебишевим, що отримали розвиток в роботах Блоха, Кіницького [2], Саркісяна [7], Гассманна [5], а також теоретичні положення кінематичної геометрії, започатковані Бурместером. Ідеї Бурместера знайшли розвиток в роботах вчених німецької школи синтезу, зокрема Бейера, Ліхтенхельдта, Мюллера та інших. Крім того, існує ряд сучасних робіт, присвячених розвитку цього напрямку, зокрема роботи, Уанга [9], Іна, Хана [8], МакКарті [6], а також багато інших. Основною ідеєю у синтезі напрямних механізмів методами кінематичної геометрії є пошук у шатунній площині механізму кратних вузлів інтерполяції, що характеризуються тим, що в даних точках збігаються не тільки шатунна крива та замінювальна функція, але й їх похідні до порядку  $n$  включно: в такому випадку спостерігається порядок дотику двох кривих кратності  $n$ .

Шатунна крива шарнірного чотириланкового механізму є алгебраїчною трициркулярною кривою 6-го порядку, максимальна кількість її точок перетину з дугою кола дорівнює шести. У випадку, коли всі шість точок збігаються в одну, така точка буде шестикратним вузлом інтерполяції, що характеризується рівністю перших п'яти похідних функцій шатунної кривої та дуги кола в даній точці. Це забезпечить наявність в деякому околі від такої точки ділянки приблизно постійної кривизни, а отже механізм, синтезований на базі такої точки, буде круговим напрямним механізмом з високою точністю наближення, оскільки в такому випадку для синтезу використовується вузол інтерполяції, що має максимально можливу