

АНАЛІЗ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ВОЛОГИ В МАТЕРІАЛІ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Запропоновані дискретні методи моделювання проходження вологи крізь матеріали. Матеріал представлений у вигляді системи пор і зв'язків між ними з визначеними дискретними характеристиками. Визначені дискретні залежності границі змоченої зони по товщині матеріалу і часу. На основі регресійного аналізу одержані континуальні залежності, що дозволяють визначити змочену поверхню в будь-який момент часу.

Ключові слова: розповсюдження вологи, дискретна модель, змочена зона, континуальна границя.

G.V. SHCHUTSKA

Kyiv College of Light Industry

ANALYSIS OF MOISTURE DISTRIBUTION IN THE MATERIAL BASED ON DISCRETE MODELLING

Abstract. The discrete modelling passage of moisture through the material is proposed. Material is presented in the form of pores and their interconnections with certain discrete characteristics. Discrete wetted zone border depending on the thickness of material and time is defined. Based on regression analysis path dependences are obtained. They allow to determine the soaked surface at any time.

Keywords. water distribution, discrete model, wetted zone, continuum limit.

Постановка проблеми у загальному вигляді.

Багатошарові текстильні матеріали медичного призначення знаходять все більше використання. Одним з найважливіших характеристик таких матеріалів є їх здібність до водопоглинання. Хоча ряд дослідників намагалися дослідити процес поширення рідини в подібних матеріалах, реальних аналітичних розв'язків для них не одержано. Такі розв'язки могли поліпшити як процеси проектування подібних матеріалів, так і прогнозувати їх властивості в процесі експлуатації.

На наш погляд проблема пов'язана з тим, що реально дискретні текстильні матеріали часто намагаються розв'язувати за допомогою безперервних методів. В даній роботі зроблена спроба об'єднати безперервний та дискретний методи для одержання реальних характеристик матеріалу.

Аналіз останніх досліджень чи публікацій, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Проблемою розповсюдження вологи в текстильних матеріалах займалися ряд дослідників. В [1, 2] наведена інформація про спеціальні текстильні матеріали, спроможні поглинати вологу для використання при обслуговуванні хворих людей. Роботи [3, 4] направлені на визначення галузей використання подібних матеріалів, в них зокрема описаний процес поглинання вологи. Однак реальні моделі поглинання не описані. Поява таких моделей може допомогти створенню нових матеріалів, а також передбачати властивості існуючих.

В роботах [5-6] зроблена спроба створити моделі проникнення вологи в подібних матеріалах. Одержані результати, однак, важко використовувати на практиці у зв'язку з їх складністю.

Робота [7] присвячена обґрунтуванню дискретної моделі матеріалів. Результати цієї статті відносяться в основному для процесів розтікання рідини. Бажано було б використати ці результати для моделювання процесів накопичення рідини, враховуючи напрямки розробки тривимірних текстильних матеріалів, що проводяться в останній час [8].

Мета даної роботи – визначити залежність геометрії змоченої зони всередині матеріалу, базуючись на методах дискретного аналізу.

Як вже було відзначено, в роботі [7] були запропоновані дискретні методи визначення параметрів розповсюдження вологи в не суцільних матеріалах.

Доведено, що текстильні, шкіряні і інші фрактальні матеріали можуть розглядатися в дискретних моделях, при цьому методи їх розрахунків значно спрощуються.

Матеріал, який підлягає дії рідини представляється у цьому випадку у вигляді

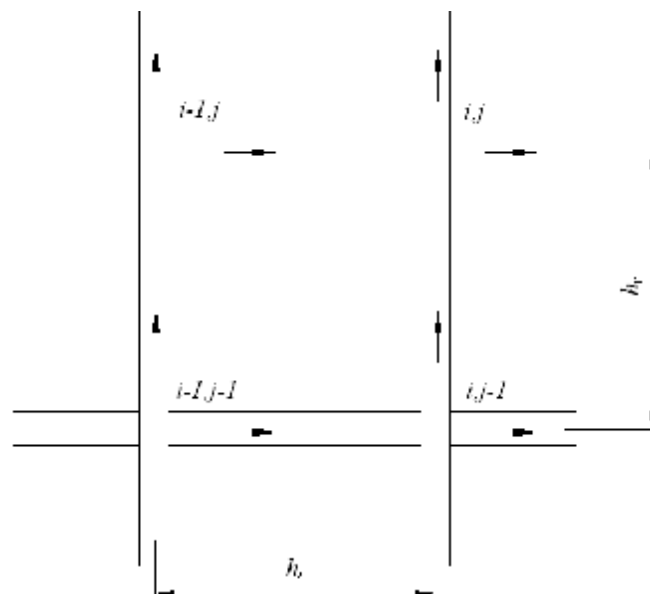


Рис. 1. Дискретна комірка матеріалу для перетікання рідини

системи комірок і переходів для перетікання вологи (рис. 1).

В точках контакту елементарних ділянок відбувається перетікання вологи, причому в залежності від властивостей матеріалів таке перетікання може мати асиметричний вигляд. В місцях зіткнення відбувається розділення потоків рідини між елементами. Будемо вважати номер елементарного зіткнення – m . Тоді інтенсивність вологи, що приходить до даного вузла - $u_y^{(m)}$. Частина вологи продовжує рух повздовжнім

елементом, ця частина визначається відповідним коефіцієнтом і її доля дорівнює $k_{yy} \cdot u_y^{(m)}$. Дві літери при коефіцієнті означають, що це частина від вологи, що йшла у напрямку y і продовжує свій рух у напрямку y .

В поперечних напрямках відбувається рух рідини, частина якої потрапила при торканні вузла зв'язку елементів. Її доля дорівнює $k_{xy} \cdot u_y^{(m)}$. Дві літери при коефіцієнті означають, що це частина від вологи, що йшла у напрямку y і продовжує свій рух у напрямку x . В загальному випадку частина рідини, що рухається ліворуч і праворуч, може бути різною.

В даному вузлі, таким чином, формується початкова концентрація рідини для її подальшого руху. Ця початкова концентрація визначається сумою рідин, що приходять з двох напрямів

$$u_{x0}^{(m)} = k_{xx} \cdot u_x^{(m)} + k_{xy} \cdot u_y^{(m)},$$

$$u_{y0}^{(m)} = k_{yx} \cdot u_x^{(m)} + k_{yy} \cdot u_y^{(m)}.$$

Сумарне розповсюдження рідини може розглядатися в прив'язці до реальної структури дискретного матеріалу.

Для такої структури у випадку концентрації, що змінюється з часом можна записати додаток концентрації для вузла i, j .

Якщо записати вирази по концентрації рідини у всіх вузлах, можна одержати систему рівнянь по одержанню концентрації в усіх вузлах. У якості першого кроку треба записати вирази у прирощеннях, взявши за базу проміжки часу з періодом Δt . Номер кроку по знаходженню концентрації означимо ϕ , тоді час, що розглядається може бути знайдений, як $t = \phi \cdot \Delta t$.

$$\Delta u_{x,0}^{i,j,t} = k_{xx} \cdot e^{-\frac{a_x h_x}{t \cdot \Delta t} \left[\Delta u_{x,0}^{i-1,j,t-1} + u_{x,0}^{i-1,j,t-1} \frac{a_x}{t^2 \cdot \Delta t} \right]} +$$

$$k_{xy} \cdot e^{-\frac{a_y h_y}{t \cdot \Delta t} \left[\Delta u_{y,0}^{i,j-1,t-1} + u_{y,0}^{i,j-1,t-1} \frac{a_y}{t^2 \cdot \Delta t} \right]}$$

$$\Delta u_{y,0}^{i,j,t} = k_{yx} \cdot e^{-\frac{a_x h_x}{t \cdot \Delta t} \left[\Delta u_{x,0}^{i-1,j,t-1} + u_{x,0}^{i-1,j,t-1} \frac{a_x}{t^2 \cdot \Delta t} \right]} +$$

$$k_{yy} \cdot e^{-\frac{a_y h_y}{t \cdot \Delta t} \left[\Delta u_{y,0}^{i,j-1,t-1} + u_{y,0}^{i,j-1,t-1} \frac{a_y}{t^2 \cdot \Delta t} \right]}$$

На базі запропонованої моделі був складений алгоритм, який реалізований в програмі розрахунку текстильного матеріалу.

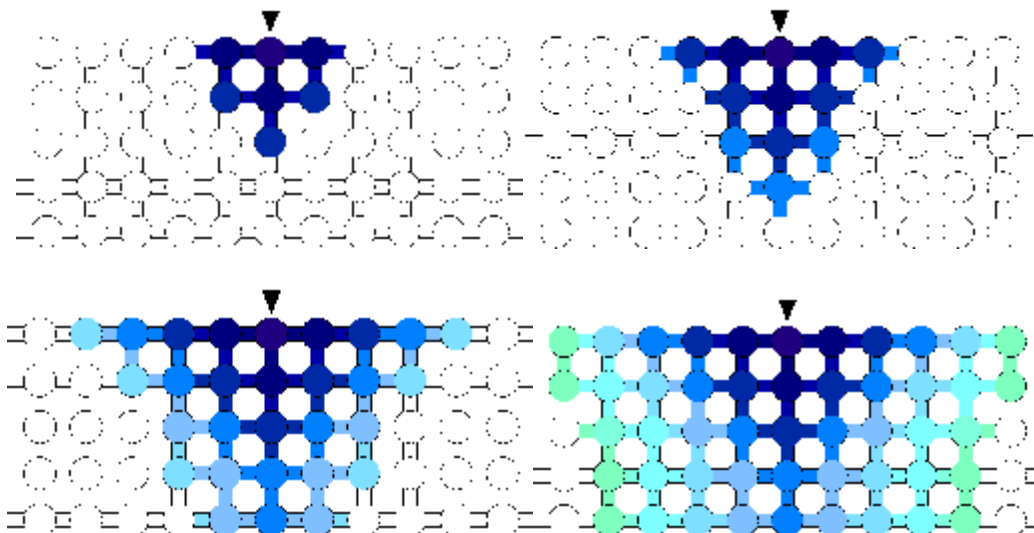


Рис. 2. Динаміка змоченої зони при дискретному моделюванні

Додатковою перевагою алгоритму є можливість визначення геометрії змоченої границі в матеріалі, що було досить важко зробити в інших моделях. Ці результати можуть бути дуже корисними при проектуванні технологічних процесів фарбування, чищення або інших процесів хімічної обробки.

На основі одержаних результатів можна передбачити точні границі змочення з врахуванням анізотропії матеріалу, реальної його структури, умов перетікання.

На рис. 2 показана динаміка зміни змоченої зони всередині матеріалу, виходячи з дискретного моделювання.

Надалі схему проникнення рідини будемо розглядати у вигляді, що показаний на рис. 3 Координату X розташовуємо горизонтально, вона буде визначати розмір змоченої зони, координату Z направляємо з поверхні вглиб матеріалу, вона змінюється в межах від нуля до величини товщини матеріалу.

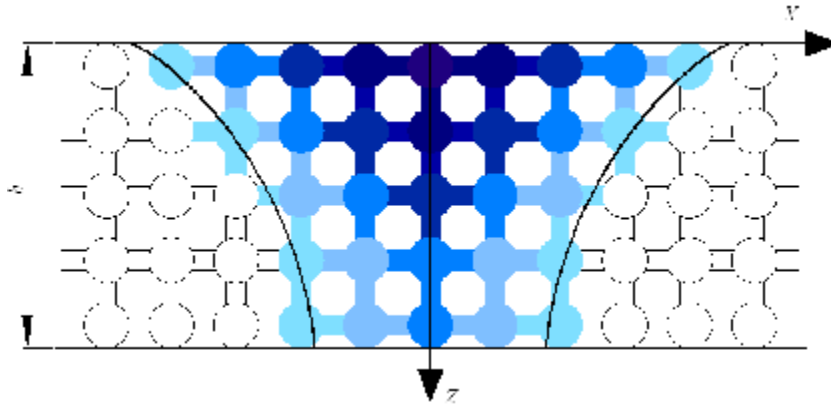


Рис. 3. Перетворення дискретного розподілення до континуального

На рис. 4 показні дискретні точки досягнення рідиною певної межі і апроксимуюча крива для моменту часу t .

Переходячи від дискретної моделі до континуальної, будемо підбирати функцію у вигляді експоненційної залежності.

$$x(z) = a \cdot e^{-b \cdot z}$$

Тут і надалі будемо користуватися безрозмірними координатами $z = \frac{Z}{h}, x = \frac{X}{X_{\max}}$, X_{\max} – максимальна за часом зона розповсюдження рідини.

Зробивши елементарні перетворення, одержуємо

$$\ln x = \ln a - b \cdot z.$$

Таким чином одержане рівняння лінійної регресії. Для перевірки адекватності лінійного рівняння розраховуємо коефіцієнт кореляції. Означимо $x = \ln x, a = \ln a$.

$$R = \frac{\text{Коефіцієнт кореляції дорівнює} \quad 5 \cdot \sum (z_i - \ln x_i) - (\sum z_i \cdot \sum \ln x_i)}{\sqrt{5 \cdot \sum z_i^2 - 5 \cdot (\sum z_i)^2 \cdot \sum (\ln x_i)^2 - (\sum \ln x_i)^2}} = -0,99, \text{ що доводить адекватність моделі.}$$

Введемо параметр – максимальний час, при якому відбувається насичення – зупиняється розширення змоченої зони T_{\max} . Безрозмірний час будемо визначати, як $t = \frac{t}{T_{\max}}$.

Використавши метод найменших квадратів, знаходимо рівняння регресії для різних параметрів часу. Так, для $\phi=0,2$ $x(z) = 0,38 \cdot e^{-2,6 \cdot z}$, для $\phi=0,4$ $x(z) = 0,66 \cdot e^{-1,62 \cdot z}$, для $\phi=0,8$ $x(z) = 0,88 \cdot e^{-0,79 \cdot z}$.

Одержані дані дозволяють знайти залежності від часу. Залежність коефіцієнта b у випадку дискретного моделювання показана на рис. 5.

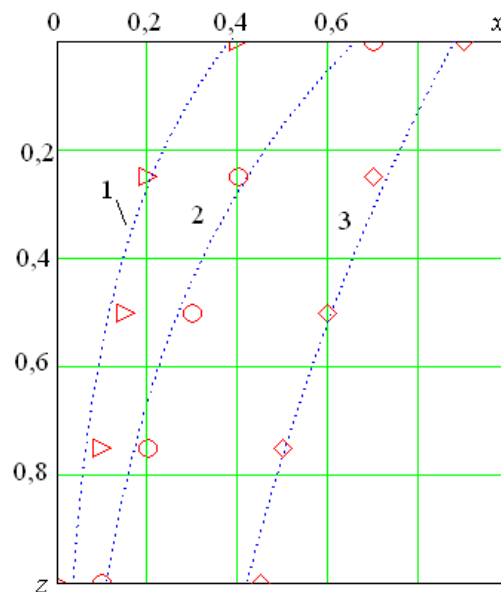
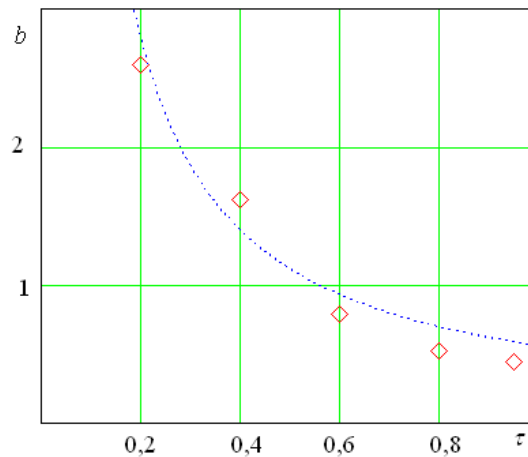


Рис. 4. Динаміка зміни границі змоченої зони

Рис. 5. Залежність коефіцієнту b від часу

Залежність коефіцієнту від часу будемо шукати у вигляді

$$b = \frac{k_1}{t^{k_2}}.$$

Логарифмуючи, одержуємо

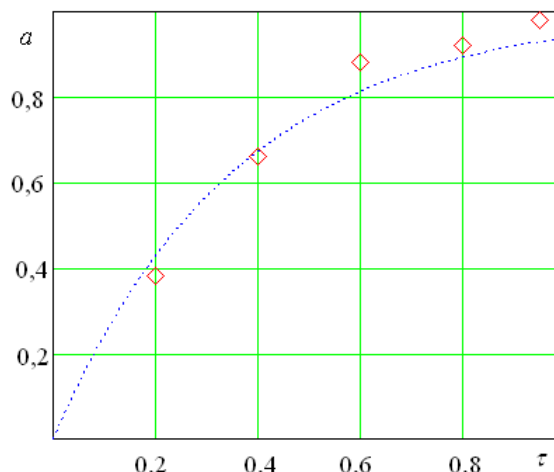
$$\ln b = \ln k_1 - k_2 \cdot \ln t.$$

Розв'язок за допомогою методу найменших квадратів дає вираз

$$b = \frac{0,56}{t^{0,97}} \approx \frac{0,56}{t}.$$

Аналогічним методом одержуємо залежність для коефіцієнту a

Функція залежності цього коефіцієнту від часу, знайдена методом дискретного аналізу показана на рис.6.

Рис. 6. Залежність коефіцієнту a від часу

Апроксимуючу функцію будемо шукати у вигляді

$$a = 1 - k_3 \cdot e^{-k_4 t}.$$

Логарифмуючи цей вираз, одержуємо

$$\ln(1-a) = \ln k_3 - k_4 \cdot t$$

Використання методу найменших квадратів дає вираз

$$a = 1 - 1,03 \cdot e^{-2,8t} \approx 1 - e^{-2,8t}$$

У результаті одержуємо рівняння зміни границі змоченої зони у вигляді

$$x = e^{-0,56 \cdot \frac{z}{t}} \cdot (1 - e^{-2,8t})$$

У довільному випадку коефіцієнти регресії можуть залежати від дискретних параметрів анізотропії. У цьому випадку загальний вираз границі змоченої зони може бути визначений, як

$$x = e^{-A1 \cdot \frac{z}{t}} \cdot (1 - e^{-A2 \cdot t}),$$

де A_1, A_2 є функціями дискретних параметрів a_x, a_y .
Графічні зображення змоченої зони для континуальної функції показані на рис. 7.

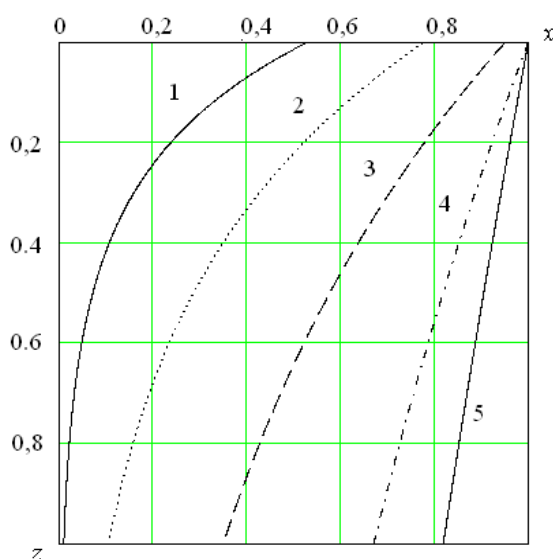


Рис. 7. Границя змоченої зони у випадку $a_x > a_z$ ($t_3 > t_4 > t_3 > t_2 > t_1$)

Задачею подальших досліджень є знаходження залежностей від коефіцієнтів анізотропії дискретних систем.

Висновки

Основним результатом даної статті є дискретна методика моделювання проходження рідини крізь матеріал, яка дозволяє визначати границі змоченої зони матеріалу як на його поверхні, так і по всій глибині. На основі дискретного моделювання визначення континуальна функція, що визначає проникнення рідини по всій глибині матеріалу в довільний момент часу.

Література

1. Pat. No. 0189955 US. Invertible multi-layer moisture management fabric pad / Miskie M. – 2006.
2. Pat. No. 0100597 US. Multi-layer moisture management fabric composite / Miskie M. – 2006.
3. Angela Davies, John Williams. The Use of Spacer Fabrics for Absorbent Medical Applications // Journal of Fiber Bioengineering and Informatics. – 2009. – Vol. 1, No. 4. – P. 321–329.
4. Yip J. Ng SP. Study of three-dimensional spacer fabrics: Physical and mechanical properties // J. Mater Process Tech. – 2008. – Vol. 206. – P. 359–364.
5. Щуцька Г.В. Метод прогнозування проникнення рідини крізь пористі матеріали / Г.В. Щуцька // Східноєвропейський журнал передових технологій: Матеріалознавство. – 2015 – Т. 3, № 11(75) – С. 19–23.
6. Riabchykov N., Vlasenko V., Arabuli S. Linear mathematical model of water uptake perpendicular to fabric plane // Vlakna a textil. – 2011. – № 2 Rochik 18. – P. 24–29.
7. Щуцька Г.В. Дискретна двовимірна модель розтікання вологи в текстильних матеріалах / Г.В. Щуцька, Н.П. Супрун // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. – 2015. – № 3(86). – С. 107–114.
8. Bruer S.M. Three dimensional knit spacer fabrics-A review of production techniques and applications // JTATM. – 2005. – Vol. 4(4). – P. 1–31.

Рецензія/Peer review : 7.12.2015 р.

Надрукована/Printed : 11.2.2016 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Рябчиков М.Л.